Übersicht 1: Allgemein bekannte Eigenschaften

Zwei Ideen:

- Allgemeinstmögliche Symmetrie (kompatibel mit rel. QFT)?
- Raumzeit mit bosonischen und fermionischen Dimensionen?

SUSY Brainstorming:

- Boson$\leftrightarrow$Fermion
- Ändert Spin um $\pm 1/2$
- Superpartner-Teilchen
- Verbindung zur Gravitation
- Nötig in Stringtheorie
- kompatibel mit:
  dunkler Materie, GUT,
  Higgspotential/-masse

Übersicht 1: Allgemein bekannte Eigenschaften

Zwei Ideen:

- Allgemeinstmögliche Symmetrie (kompatibel mit rel. QFT)?
- Raumzeit mit bosonischen und fermionischen Dimensionen?

SUSY Brainstorming:

- Boson↔Fermion
- Ändert Spin um $\pm 1/2$
- Superpartner-Teilchen
- Verbindung zur Gravitation
- Nötig in Stringtheorie
- kompatibel mit: dunkler Materie, GUT, Higgspotential/-masse

$\rightarrow$ extra Folie

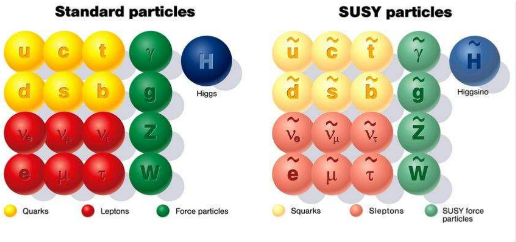
Übersicht 1: Allgemein bekannte Eigenschaften

Zwei Ideen:

- Allgemeinstmögliche Symmetrie (kompatibel mit rel. QFT)?
- Raumzeit mit bosonischen und fermionischen Dimensionen?

SUSY Brainstorming:

- Boson$\leftrightarrow$Fermion
- Ändert Spin um $\pm 1/2$
- Superpartner-Teilchen
- Verbindung zur Gravitation
- Nötig in Stringtheorie
- kompatibel mit: dunkler Materie, GUT, Higgspotential/-masse



Übersicht 1: Allgemein bekannte Eigenschaften

Zwei Ideen:

- Allgemeinstmögliche Symmetrie (kompatibel mit rel. QFT)?
- Raumzeit mit bosonischen und fermionischen Dimensionen?

SUSY Brainstorming:

- Boson$\leftrightarrow$Fermion
- Ändert Spin um $\pm 1/2$
- Superpartner-Teilchen
- Verbindung zur Gravitation $\rightarrow$ siehe später
- Nötig in Stringtheorie
- kompatibel mit:
  dunkler Materie, GUT,
  Higgspotential/-masse

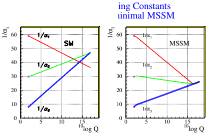
Übersicht 1: Allgemein bekannte Eigenschaften

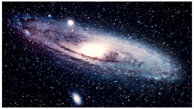
Zwei Ideen:

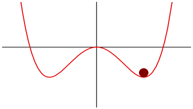
- Allgemeinstmögliche Symmetrie (kompatibel mit rel. QFT)?
- Raumzeit mit bosonischen und fermionischen Dimensionen?

SUSY Brainstorming:

- Boson$\leftrightarrow$Fermion
- Ändert Spin um $\pm 1/2$
- Superpartner-Teilchen
- Verbindung zur Gravitation
- Nötig in Stringtheorie
- kompatibel mit: dunkler Materie, GUT, Higgspotential/-masse







Spezielle Relativität [Einstein, 1905]

- "Die Natur ist Lorentz-invariant"

QFT:

Lorentz transf. (rotation etc)

$$\begin{array}{llllllll} \text{boson:} & 0 & \longleftrightarrow & 1 & \longleftrightarrow & 2 & \longleftrightarrow & \dots \\ \text{fermion:} & \frac{1}{2} & \longleftrightarrow & \frac{3}{2} & \longleftrightarrow & \frac{5}{2} & \longleftrightarrow & \dots \end{array}$$

Wäre eine Symmetrie mit $\Delta J = \frac{1}{2}$ nicht viel natürlicher?

$$0 \leftrightarrow \frac{1}{2} \leftrightarrow 1 \leftrightarrow \frac{3}{2} \leftrightarrow 2 \leftrightarrow \frac{5}{2} \leftrightarrow \dots$$

Doch!

$\rightarrow$ dies ist Supersymmetry (SUSY) — die eindeutige F–B Symmetrie

SUSY ist die einzige F–B Symmetrie
"vervollständigte Lorentz-Invarianz"

- sehr restriktiv!
- F–B Teilchen/Superpartner-Paare

1973, Wess/Zumino: SUSY QFT mit Wechselwirkung

$\Rightarrow$SUSY Quantenfeldtheorien haben besondere Eigenschaften:
z.B. kein Fine-Tuning!

SUSY verbessert nicht nur spezielle Relativität

- sondern auch allgemeine Relativität
  $\rightarrow$ Quantengravitation, Stringtheorie

Frage seit 1973: SUSY = fundamentales Konzept — könnte SUSY in der Natur eine Rolle spielen?

Übersicht 2: Direkte, tiefe Folgerungen

- SUSY-Generator Q ist Spinor-Operator (d.h. Q ändert Spin um 1/2 mit passenden Vert.-Rel. mit $\vec{J}$) und Lorentz-Invarianz erzwingt

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta}\} = 2\sigma^\mu_{\alpha\dot\beta} P_\mu \tag{1}$$

Übersicht 2: Direkte, tiefe Folgerungen

- SUSY-Generator Q ist Spinor-Operator (d.h. Q ändert Spin um 1/2 mit passenden Vert.-Rel. mit $\vec{J}$) und Lorentz-Invarianz erzwingt

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta}\} = 2\sigma^\mu_{\alpha\dot\beta} P_\mu \tag{1}$$

- Hamiltonian = "(SUSY)^2" "verbessert QFT" wie komplexe Zahlen

$$4H = \sum_\alpha Q_\alpha (Q_\alpha)^\dagger + (Q_\alpha)^\dagger Q_\alpha \tag{2}$$

Übersicht 2: Direkte, tiefe Folgerungen

- SUSY-Generator Q ist Spinor-Operator (d.h. Q ändert Spin um 1/2 mit passenden Vert.-Rel. mit $\vec{J}$) und Lorentz-Invarianz erzwingt

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta}\} = 2\sigma^\mu_{\alpha\dot\beta} P_\mu \tag{1}$$

- für 1-Teilchen-Zustände: $H \propto$ “Q^2” invertierbar

gleich viele bos./ferm. Teilchenfreiheitsgrade (3)

Übersicht 2: Direkte, tiefe Folgerungen

- SUSY-Generator Q ist Spinor-Operator (d.h. Q ändert Spin um 1/2 mit passenden Vert.-Rel. mit $\vec{J}$) und Lorentz-Invarianz erzwingt

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta}\} = 2\sigma^\mu_{\alpha\dot\beta} P_\mu \tag{1}$$

- Translation = (SUSY)^2

lokale SUSY liefert ART (4)

Übersicht 2: Direkte, tiefe Folgerungen

- SUSY-Generator Q ist Spinor-Operator (d.h. Q ändert Spin um 1/2 mit passenden Vert.-Rel. mit $\vec{J}$) und Lorentz-Invarianz erzwingt

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta}\} = 2\sigma^\mu_{\alpha\dot\beta} P_\mu \tag{1}$$

- Vakuum ist SUSY: $Q|\Omega\rangle = 0 \Rightarrow$ Vakuumenergie=0

SUSY macht Aussagen über kosmologische Konstante (5)

Übersicht 2: Direkte, tiefe Folgerungen

- SUSY-Generator Q ist Spinor-Operator (d.h. Q ändert Spin um 1/2 mit passenden Vert.-Rel. mit $\vec{J}$) und Lorentz-Invarianz erzwingt

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta}\} = 2\sigma^\mu_{\alpha\dot\beta} P_\mu \tag{1}$$

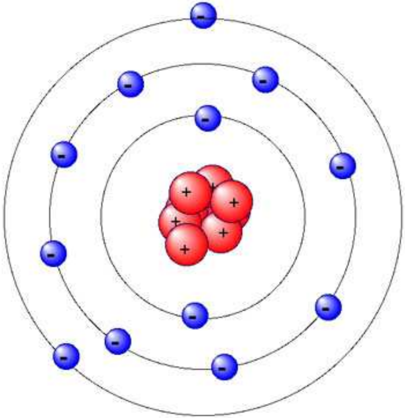
- Lorentz-Invarianz erzwingt auch

$$[Q, P_\mu] = 0 \tag{6}$$
$$[Q, P^2] = 0 \tag{7}$$

Teilchen und Superpartner haben gleiche Ruhemassen !?

Exakte SUSY

SUSY ohne Symmetriebrechung:



Elektron↔Selektron
gleiche Masse und WWen

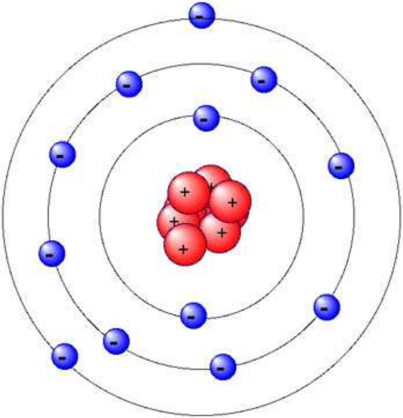
Elektron→Selektron+Photino

kein Pauliprinzip für Selektron

exakte SUSY erlaubt keine stabilen Schalen/Chemie!!

Exakte SUSY

SUSY ohne Symmetriebrechung:



Elektron$\leftrightarrow$Selektron
gleiche Masse und WWen

Elektron$\rightarrow$Selektron+Photino

kein Pauliprinzip für Selektron

exakte SUSY erlaubt keine
stabilen Schalen/Chemie!!

SUSY mit Symmetriebrechung $\Rightarrow$ SUSY-Partner existieren,
Massen unterschiedlich

Übersicht 2: Direkte, tiefe Folgerungen

- SUSY-Generator Q ist Spinor-Operator (d.h. Q ändert Spin um 1/2 mit passenden Vert.-Rel. mit $\vec{J}$) und Lorentz-Invarianz erzwingt

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta}\} = 2\sigma^\mu_{\alpha\dot\beta} P_\mu \tag{8}$$

- Hamiltonian = "(SUSY)^2" "verbessert QFT" wie komplexe Zahlen

$$4H = \sum_\alpha Q_\alpha (Q_\alpha)^\dagger + (Q_\alpha)^\dagger Q_\alpha \tag{9}$$

- für 1-Teilchen-Zustände: $H \propto$ "Q^2" invertierbar

$$\text{gleich viele bos./ferm. Teilchenfreiheitsgrade} \tag{10}$$

- Translation = (SUSY)^2

$$\text{lokale SUSY liefert ART} \tag{11}$$

- Vakuum ist SUSY: $Q|\Omega\rangle = 0 \Rightarrow$ Vakuumenergie=0

$$\text{SUSY macht Aussagen über kosmologische Konstante} \tag{12}$$

- Lorentz-Invarianz erzwingt auch

$$[Q, P_\mu] = 0 \tag{13}$$

$$[Q, P^2] = 0 \tag{14}$$

Teilchen und Superpartner haben gleiche Ruhemassen !?

Einführung: Entwickeln der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{SUSY-QED}}$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{SQED}} = \; & |D_\mu \tilde{e}_L|^2 + |D_\mu \tilde{e}_R|^2 + \overline{\Psi} i \gamma^\mu D_\mu \Psi \\
& - \sqrt{2} e Q_e \left(\overline{\Psi} P_R \tilde{\gamma} \tilde{e}_L - \overline{\Psi} P_L \tilde{\gamma} \tilde{e}_R + \tilde{e}_L^\dagger \overline{\tilde{\gamma}} P_L \Psi - \tilde{e}_R^\dagger \overline{\tilde{\gamma}} P_R \Psi \right) \\
& - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \overline{\tilde{\gamma}} i \gamma^\mu \partial_\mu \tilde{\gamma} \\
& - m \overline{\Psi} \Psi - m^2 (|\tilde{e}_L|^2 + |\tilde{e}_R|^2) \\
& - \frac{1}{2} \left(e Q_e |\tilde{e}_L|^2 - e Q_e |\tilde{e}_R|^2 \right)^2
\end{aligned}
\tag{15}
$$

mit

$$
F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu, \qquad D_\mu = \partial_\mu + ieQA_\mu \tag{16}
$$

Einführung: Entwickeln der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{SUSY-QED}}$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\rm SQED} &= |D_\mu \tilde{e}|^2 + \overline{\Psi} i\gamma^\mu D_\mu \Psi \\ &\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &\quad - m\overline{\Psi}\Psi \end{aligned} \tag{17}$$

Einführung: Entwickeln der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{SUSY-QED}}$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{SQED}} &= |D_\mu \tilde{e}_L|^2 + |D_\mu \tilde{e}_R|^2 + \overline{\Psi} i\gamma^\mu D_\mu \Psi \\ &\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &\quad - m\overline{\Psi}\Psi \end{aligned} \tag{18}$$

Einführung: Entwickeln der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{SUSY-QED}}$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{SQED}} &= |D_\mu \tilde{e}_L|^2 + |D_\mu \tilde{e}_R|^2 + \overline{\Psi} i\gamma^\mu D_\mu \Psi \\
&\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\
&\quad - m\overline{\Psi}\Psi - m^2(|\tilde{e}_L|^2 + |\tilde{e}_R|^2) \qquad (19)
\end{aligned}
$$

Einführung: Entwickeln der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{SUSY-QED}}$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathrm{SQED}} &= |D_\mu \tilde{e}_L|^2 + |D_\mu \tilde{e}_R|^2 + \overline{\Psi} i\gamma^\mu D_\mu \Psi \\ &\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &\quad - m\overline{\Psi}\Psi - m^2(|\tilde{e}_L|^2 + |\tilde{e}_R|^2)\end{aligned} \tag{19}$$

Überraschung beim Massenterm? Siehe QFT-Vorlesung
Youtube-Video 23

Einführung: Entwickeln der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{SUSY-QED}}$

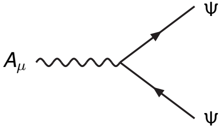
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{SQED}} &= |D_\mu \tilde{e}_L|^2 + |D_\mu \tilde{e}_R|^2 + \overline{\Psi} i\gamma^\mu D_\mu \Psi \\
&\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \bar{\tilde{\gamma}} i\gamma^\mu \partial_\mu \tilde{\gamma} \\
&\quad - m\overline{\Psi}\Psi - m^2 (|\tilde{e}_L|^2 + |\tilde{e}_R|^2)
\end{aligned} \tag{20}$$

Einführung: Entwickeln der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{SUSY-QED}}$

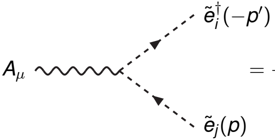
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{SQED}} &= |D_\mu \tilde{e}_L|^2 + |D_\mu \tilde{e}_R|^2 + \overline{\Psi} i\gamma^\mu D_\mu \Psi \\
&\quad - \sqrt{2} e Q_e \left(\overline{\Psi} P_R \tilde{\gamma} \tilde{e}_L - \overline{\Psi} P_L \tilde{\gamma} \tilde{e}_R + \tilde{e}_L^\dagger \overline{\tilde{\gamma}} P_L \Psi - \tilde{e}_R^\dagger \overline{\tilde{\gamma}} P_R \Psi \right) \\
&\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \overline{\tilde{\gamma}} i\gamma^\mu \partial_\mu \tilde{\gamma} \\
&\quad - m \overline{\Psi} \Psi - m^2 (|\tilde{e}_L|^2 + |\tilde{e}_R|^2) \qquad (21)
\end{aligned}$$

Einführung: Entwickeln der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{SUSY-QED}}$

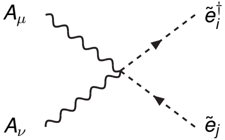
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{SQED}} \quad = \quad & |D_\mu \tilde{e}_L|^2 + |D_\mu \tilde{e}_R|^2 + \overline{\Psi} i \gamma^\mu D_\mu \Psi \\
& - \sqrt{2} e Q_e \left(\overline{\Psi} P_R \tilde{\gamma} \tilde{e}_L - \overline{\Psi} P_L \tilde{\gamma} \tilde{e}_R + \tilde{e}_L^\dagger \overline{\tilde{\gamma}} P_L \Psi - \tilde{e}_R^\dagger \overline{\tilde{\gamma}} P_R \Psi \right) \\
& - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \overline{\tilde{\gamma}} i \gamma^\mu \partial_\mu \tilde{\gamma} \\
& - m \overline{\Psi} \Psi - m^2 (|\tilde{e}_L|^2 + |\tilde{e}_R|^2) \\
& - \frac{1}{2} \left(e Q_e |\tilde{e}_L|^2 - e Q_e |\tilde{e}_R|^2 \right)^2
\end{aligned} \tag{22}$$



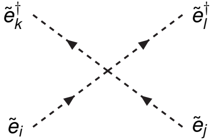
$$= -ieQ_e\gamma_\mu$$



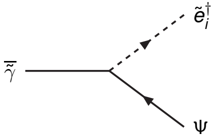
$$= -ieQ_e(p+p')_\mu\delta_{ij}$$



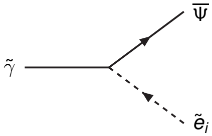
$$= 2ie^2Q_e^2 g_{\mu\nu}\delta_{ij}$$



$$= -ie^2 Q_i Q_j(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$$



$$= -i\sqrt{2}eQ_e(\delta_{iL}P_L - \delta_{iR}P_R))$$



$$= -i\sqrt{2}eQ_e(\delta_{iL}P_R - \delta_{iR}P_L))$$

Einführung: Umschreiben in 2-Spinoren

→ Spinor-Skript der SM-Bachelor-Vorlesung (OPAL) und QFT-Vorlesung Youtube-Video 22, 23

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_{L\alpha} \\ \overline{\psi}_R^{\dot\alpha} \end{pmatrix} \qquad \tilde\gamma = \begin{pmatrix} -i\lambda_\alpha \\ i\overline{\lambda}^{\dot\alpha} \end{pmatrix} \tag{23}$$

$$\Psi^C = \begin{pmatrix} \psi_{R\alpha} \\ \overline{\psi}_L^{\dot\alpha} \end{pmatrix} \qquad \tilde\gamma = \tilde\gamma^C \tag{24}$$

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \overline{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix} \qquad \gamma^5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{25}$$

$$P_L = \frac{1-\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad P_R = \frac{1+\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{26}$$

$$\bar\Psi = \Psi^\dagger\gamma^0 =$$

$$P_L\Psi =$$

$$\bar\Psi(P_L + P_R)\Psi =$$

$$\bar{\tilde\gamma} P_{L,R}\Psi =$$

Einführung: Umschreiben in 2-Spinoren

→ Spinor-Skript der SM-Bachelor-Vorlesung (OPAL) und QFT-Vorlesung Youtube-Video 22, 23

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_{L\alpha} \\ \overline{\psi}_R^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \qquad \tilde{\gamma} = \begin{pmatrix} -i\lambda_\alpha \\ i\overline{\lambda}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \tag{27}$$

$$\Psi^C = \begin{pmatrix} \psi_{R\alpha} \\ \overline{\psi}_L^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \qquad \tilde{\gamma} = \tilde{\gamma}^C \tag{28}$$

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \overline{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix} \qquad \gamma^5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{29}$$

$$P_L = \frac{1-\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad P_R = \frac{1+\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{30}$$

$$\overline{\Psi} i\gamma^\mu D_\mu \Psi =$$

$$\tilde{e}_L^\dagger \overline{\tilde{\gamma}} P_L \Psi =$$

$$\tilde{e}_R^\dagger \overline{\tilde{\gamma}} P_R \Psi =$$

Hausaufgabe: Beweise, dass die Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{SUSY-QED}}$ in 2-Spinoren wie folgt geschrieben werden kann!

(wobei in der kovarianten Ableitung $Q_e \equiv Q_{\tilde{e}_L} = Q_{\psi_L} = -1,\ Q_{\tilde{e}_R^\dagger} = Q_{\bar{\psi}_R} = +1$ gesetzt werden muss)

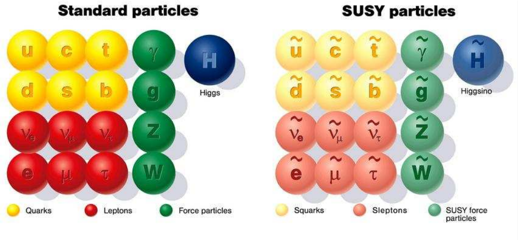
$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{SQED}} \quad = \quad & |D_\mu \tilde{e}_L|^2 + |D_\mu \tilde{e}_R^\dagger|^2 + \overline{\psi_L} i\bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_L + \overline{\psi_R} i\bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_R \\
& - \sqrt{2} e Q_e \left(i\overline{\psi_L \lambda}\tilde{e}_L + i\psi_R \lambda \tilde{e}_R - i\tilde{e}_L^\dagger \lambda \psi_L - i\tilde{e}_R^\dagger \overline{\lambda\psi}_R \right) \\
& - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \overline{\lambda} i\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \lambda \\
& - m(\psi_L \psi_R + \overline{\psi}_R \overline{\psi}_L) + m(F_R \tilde{e}_L + F_L \tilde{e}_R^\dagger + h.c.) + |F_L|^2 + |F_R|^2 \\
& + D \left(e Q_e |\tilde{e}_L|^2 - e Q_e |\tilde{e}_R|^2 \right) + \frac{1}{2} D^2
\end{aligned}
$$

$$
D = - \left(e Q_e |\tilde{e}_L|^2 - e Q_e |\tilde{e}_R|^2 \right), \tag{31}
$$

$$
F_L^\dagger = -m\tilde{e}_R^\dagger, \qquad F_R^\dagger = -m\tilde{e}_L, \tag{32}
$$

Standardmodell der Teilchenphysik und MSSM

Minimales Supersymmetrisches Standardmodell (MSSM):
einfachste SUSY QFT, die alle bekannten Teilchen beschreibt



Annahme:
Massen $M_{\mathrm{SUSY}} \sim 1$ TeV

$\rightarrow$ Was spricht für das MSSM an der TeV-Skala?