

Teilchen- und Kernphysik WS 2018/19

M. Kobel, K. Danziger, L. Wüst, O. Novgorodowa

Übung 5, Ausgabe 8.11.2018

1 Anwesenheitsübung

1.1 Compton-Prozess

Die AMCS Vorlesungsfrage am Mittwoch ergab, dass zum $2 \rightarrow 2$ Compton-Prozess sowohl ein s-Kanal- als auch ein u-Kanal-Diagramm beitragen.

- Zeichnen Sie nochmal beide Diagramme und begründen Sie die Zuordnung zum s-Kanal und u-Kanal.
- Wie würde ein t-Kanal-Diagramm für den Compton-Prozess aussehen? Warum gibt es das nicht?

2 Hausaufgaben

2.1 Mandelstam-Variable

Die Mandelstam-Variablen für einen Prozeß $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ sind wie folgt über die Vierervektoren der Teilchen definiert:

$$\begin{aligned}s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \text{ und} \\ u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2.\end{aligned}$$

1. Zeigen Sie, dass dann immer die folgende Relation gilt:

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2.$$

d.h. bei fest gegebenen Teilchenmassen m_j ($j = 1, \dots, 4$) nur 2 der 3 Mandelstam-Variablen unabhängig sind.

2. Die beiden unabhängigen Größen in einem $2 \rightarrow 2$ Prozess sind die Schwerpunktenergie E_{SP} und der Streuwinkel θ^* im Schwerpunktsystem. Welche der Mandelstamvariablen lässt sich allein durch E_{SP} ausdrücken?
3. Warum lässt sich (für nicht spin-polarisierte einfliegende Teilchen) die Winkelverteilung eines Zwei-nach-Zwei Prozesses im Schwerpunkt-System bereits durch einen einzigen Streu-Winkel θ^* eindeutig charakterisieren?
4. Zeigen Sie, dass für **hochrelativistische** Teilchen gilt
$$t = -\frac{s}{2}(1 - \cos \theta^*) < 0$$
$$u = -\frac{s}{2}(1 + \cos \theta^*) < 0$$

2.2 Feynman-Diagramme

Zeichnen Sie für die folgende Prozesse **alle** möglichen Feynman-Diagramme "niedrigster Ordnung", d.h. mit der kleinsten Anzahl von Vertices, für elektromagnetische Wechselwirkung.

(Hinweis: Die Zahl der möglichen Diagramme kann auch Null sein!)

Spezifizieren Sie bei $2 \rightarrow 2$ Prozessen, ob es sich um s -, t -, oder u -Kanal Diagramme handelt. Hinweis: die *Delta*-Baryonen sind spin-angeregte Protonen und Neutronen. Sie sind aus denselben Quarks aufgebaut, jedoch mit parallelem Spin aller Quarks und Gesamtspin $S=3/2$. In Proton und Neutron addieren sich die Spins der Quarks zu $S=1/2$. Über Photon-Emission können sich diese angeregten $S=3/2$ Zustände in die energetisch tiefer liegenden Protonen und Neutronen umwandeln.

1. $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$
2. $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$
3. $e^+\mu^- \rightarrow e^+\mu^-$
4. $e^+\mu^- \rightarrow \mu^+e^-$
5. $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$
6. $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$
7. $\pi^0(u\bar{u}) \rightarrow \gamma\gamma$
8. $\pi^0(u\bar{u}) \rightarrow \gamma e^+e^-$
9. $\Delta^+(uud) \rightarrow \gamma p(uud)$
10. $\Delta^0(udd) \rightarrow \gamma n(udd)$
11. $\mu^- \rightarrow \gamma e^-$

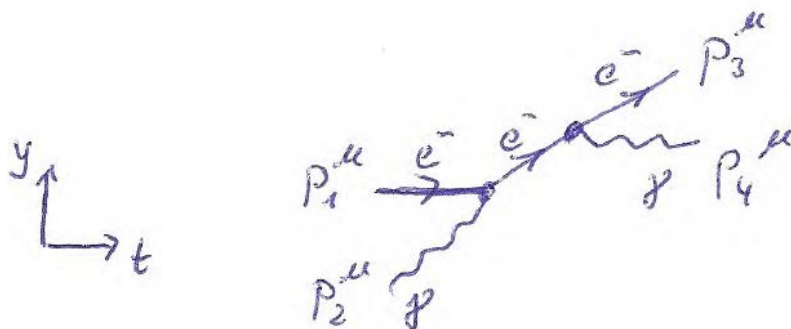
2.3 Compton-Streuung

(Die Übung benutzt HL-Einheiten mit $c=1$)

An einem im Laborsystem ruhenden Elektron der Masse $m = 0,51$ MeV streut ein in +y-Richtung einfliegendes Photon mit dem Impulsbetrag $|\vec{p}_2| = p_2 = 1,02$ MeV. Nach der Streuung („Compton-Streuung“) beobachtet man ein unter einem Winkel von 90° ausfliegendes Photon mit einem Impulsbetrag von $|\vec{p}_4| = p_4 = 0,34$ MeV in +x-Richtung. Für die folgende Rechnung ist es vorteilhaft, alle Impuls-4er-Vektoren in Vielfachen oder ganzzahligen Brüchen von $m = 0,51$ MeV zu schreiben und dabei den zahlenmäßigen Wert von mc nicht explizit einzusetzen. Beispielsweise ergibt sich so

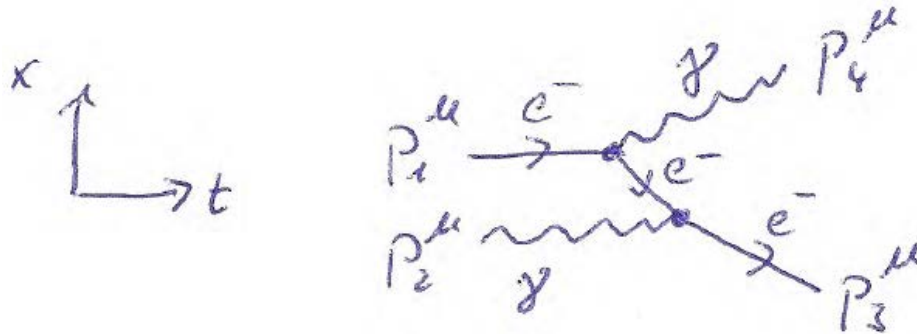
der Impuls-Vierervektor des ausfliegenden Photons zu $p_4^\mu = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 2/3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m$.

- Welche Beziehungen benötigen Sie für die vollständige Aufstellung aller Impuls-Vierervektoren? Stellen Sie diese für das einfliegende Photon, p_2^μ , für das Elektron vor der Streuung, p_1^μ , sowie das Elektron nach der Streuung, p_3^μ , auf.
- Die Compton-Streuung kann in einem Feynman-Diagramm durch eine Kombination einer Absorption des einfliegenden Photons und nachfolgende Emission des ausfliegenden Photons dargestellt werden (siehe Abbildung, beispielhaft als y-t Diagramm). Im Zwischenzustand (dem so-geannten „s-Kanal“) befindet sich dann ein **virtuelles** Elektron mit dem Impuls-Vierervektor q_s^μ , den man auch „s-Kanal Impulsübertrag“ nennt.



- Stellen Sie diesen Vierervektor q^μ auf und berechnen Sie über sein Quadrat die Mandelstam-Variable $s := (q^\mu)^2 = q_\mu q^\mu$.
- Welchen Wert würde man „eigentlich“ für diese invariante Größe erwarten, wenn das Elektron reell wäre?

- c) Ein alternatives Feynman-Diagramm erhält man durch eine Kombination einer Emission des ausfliegenden Photons und **nachfolgender** Absorption des einfliegenden Photons (siehe Abbildung, beispielhaft als x-t Diagramm). Im Zwischenzustand (dem so-genannten „u-Kanal“) befindet sich nun ein Elektron mit dem Impuls-Vierervektor q_u^μ , den man auch „u-Kanal Impulsübertrag“ nennt.



- i. Stellen Sie diesen Vierervektor auf und berechnen Sie über sein Quadrat die Mandelstam-Variable $u := (q^\mu)^2 = q_\mu q^\mu$.
 - ii. Was fällt Ihnen nun für diese Größe des „virtuellen Teilchens“ auf?
- d) Die Kinematik beider Feynman-Diagramme soll nun in einem neuen Bezugssystem S' betrachtet werden, das sich mit $\beta_x = -0,8$ in $-x$ -Richtung bewegt.
- i. Stellen Sie die Matrix der Lorentz-Transformation auf. Tipp: Drücken Sie deren Einträge am besten wieder durch Brüche ganzer Zahlen aus.
 - ii. Berechnen Sie nun die Impulsüberträge $q_s'^\mu$ und $q_u'^\mu$ für das s- und u-Kanal Diagramm. Was ändert sich bei der Transformation nicht? (Sie können auch „zur Probe“ gerne zusätzlich die Impuls-Vierervektoren $p_i'^\mu, i = 1,2,3,4$ berechnen).
 - iii. Was fällt Ihnen an der 0-ten Komponente von $q_u'^\mu$ für den u-Kanal auf? (Diskutieren Sie die Energieerhaltung am Vertex)! Suchen Sie ein anderes topologisch identisches u-Kanal-Diagramm, in dem $q_u'^0 > 0$ ist. Welches Teilchen tritt dann „neu“ im virtuellen Zwischenzustand in Erscheinung?
(Hinweis: Dies führte historisch zum inzwischen überholten Bild von Antiteilchen als „Löcher“ im „Dirac-See“ mit negativer Energie)