

Mathematik II (für IF, ET und Ph)

Sommersemester 2020

5. Übung: Differentialrechnung II

Aufgabe 1

Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extrema der folgenden Funktionen.

(a) $f : (0, 10] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{3x-2}{x}, \quad$ (b) $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \frac{x^2+2x+1}{x}.$

Aufgabe 2

Führen Sie für folgende Funktionen eine Kurvendiskussion (Null- und Polstellen, lokale Extrema, Wendepunkte, Verhalten im Unendlichen bzw. am Rand) durch.

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x}{x^2+1},$

(b) $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1},$

(c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 e^{-x^2},$

(d) $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x(\ln x)^2.$

Aufgabe 3

Berechnen Sie folgende Grenzwerte.

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}, \quad$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}, \quad$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln^2 x, \quad$ (d) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\sin x}.$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom vom Grad n (mit Entwicklungsstelle $x = x_0$) zu folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = (1 + \sin x)^{\frac{1}{2}}, \quad x_0 = 0, \quad n = 2,$

(b) $f(x) = \sqrt{1+x}, \quad x_0 = 0, \quad n = 3,$

(c) $f(x) = \sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}, \quad n = 2.$

Aufgabe 5

Zur Berechnung von $\ln(1.21)$ soll die Funktion $f(x) = \ln(x^2)$ verwendet werden.

(a) Benutzen Sie dazu den Satz von Taylor mit $x_0 = 1$ und $n = 0, 1, 2, 3.$

(b) Berechnen Sie näherungsweise $\ln(1.96)$ und $\ln(4)$ mit $n = 3.$ Schätzen Sie außerdem den Fehler mit Hilfe des Restglieds ab.