

## Übungsblatt Nr. 2

### Besprechung in der Woche ab 25.10.

#### Aufgabe 2.1: Differentielle Wirkungsquerschnitte zur Luminositätsmessung

Experimentell wird die Luminosität meist nicht aus den Strahlparametern berechnet, da diese oft nicht genau bekannt sind. Stattdessen bestimmt man diese Größe "live", indem man die Anzahl von Ereignissen eines sehr gut bekannten Referenzprozesses misst. Am Large Electron Positron Collider (LEP) wurde dafür die Rate sogenannter Bhabha-Ereignisse genutzt, bei denen die Elektronen und Positronen über den Austausch eines Photons aneinander streuen:  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ .

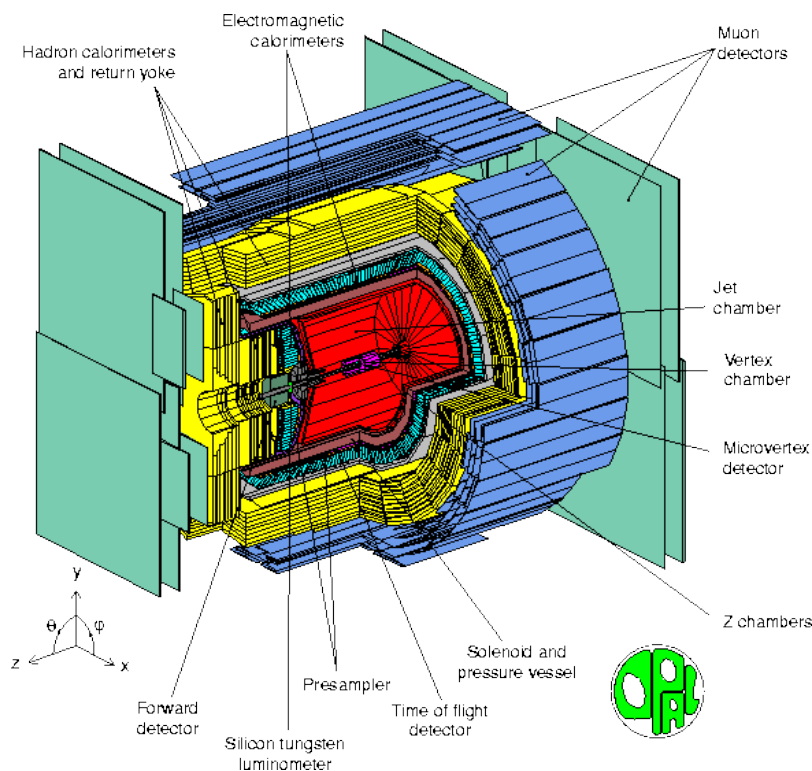
Der differentielle Wirkungsquerschnitt für diesen Prozess ist theoretisch sehr gut bekannt und sei gegeben durch den Ausdruck

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{E_{\text{CM}}^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}},$$

wobei  $\alpha = 1/137$  der Kopplungsparameter der elektromagnetischen Wechselwirkung und  $E_{\text{CM}} = 91.25 \text{ GeV}$  die Schwerpunktsenergie ist.

- a) Der OPAL-Detektor besaß zwei dedizierte Kalorimeter (genannt Luminositätsmonitor bzw. Forward detectors) um diese Bhabha-Ereignisse zu zählen. Diese befanden sich  $L = \pm 2.389 \text{ m}$  vom Wechselwirkungspunkt entfernt und überdeckten kreisförmig um die Strahlachse einen Radius von  $R_1 = 62 \text{ mm}$  bis  $R_2 = 142 \text{ mm}$ . Sie können die Anordnung in der Abbildung des aufgeschnittenen Detektors erkennen. Die Strahlachse liegt auf der z-Achse zentral im Detektor. (1 Punkt)

Geben Sie die Abdeckung der Detektoren im Polarwinkel ( $\theta$ ), Azimuthalwinkel ( $\phi$ ) und in der Pseudorapidität ( $\eta$ ) an.



- b) Wie groß ist der integrierte Wirkungsquerschnitt  $\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-)$ , der für Bhabha-Ereignisse im Raumwinkelbereich dieser Detektoren vorhergesagt wird? (3 Punkte)
- c) Während eines Jahres wurden 1 700 000 Bhabha-Ereignisse im Luminositätsmonitor aufgezeichnet. Im selben Zeitraum wurden auch 17 128 Ereignisse vom Typ  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  im OPAL-Hauptdetektor aufgezeichnet, wobei wir hier annehmen wollen, dass der Detektor alle Ereignisse nachweisen kann (also eine unrealistische Effizienz von  $\varepsilon = 100\%$ ). Wie groß ist der totale Wirkungsquerschnitt für die Produktion von  $\mu$ -Paaren bei LEP? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem aus einer theoretischen Rechnung,  $\sigma_{\text{th}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) \approx 2.1 \text{ nb}$ . (2 Punkte)
- d) Wie groß war die mittlere Luminosität von LEP umgerechnet auf eine tatsächliche Betriebszeit von vier Monaten während des oben betrachteten Jahres? Geben Sie diese Luminosität in  $1/(\text{pb} \cdot \text{Tag})$  und in  $1/(\text{cm}^2\text{s})$  an. Geben sie auch die über das gesamte Jahr integrierte Luminosität in  $1/\text{pb}$  an. (2 Punkte)

### Aufgabe 2.2: Lorentz-invarianter Flussfaktor

(2 Punkte)

Zeigen Sie, dass der in der Vorlesung für die Kollision kollinearer Strahlen definierte Flussfaktor  $F = 2E_a 2E_b (|\vec{v}_a| + |\vec{v}_b|)$  kompatibel mit folgender Lorentz-invarianten Formulierung ist:

$$F = 4\sqrt{(p_a \cdot p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}$$

### Aufgabe 2.3: $2 \rightarrow 2$ -Streuprozess im Schwerpunktsystem

Betrachten Sie den in der Vorlesung gegebenen Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt der Streuung  $a + b \rightarrow 1 + 2$ :

$$\sigma = \frac{(2\pi)^4}{F} \int |\mathcal{M}_{fi}|^2 \delta(E_a + E_b - E_1 - E_2) \delta^3(\vec{p}_a + \vec{p}_b - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}$$

Wir möchten dieses Integral nun weiter auswerten und in eine direkt nutzbare Form überführen.

- a) Erklären Sie die Anzahl der verbleibenden Freiheitsgrade der Integration. (1 Punkt)
- b) Drücken Sie das Integral im Schwerpunktsystem aus und eliminieren Sie eine der Impulsintegrationen durch die  $\delta^3$ -Funktion. (1 Punkt)
- c) Schreiben Sie die verbleibende Integration in Kugelkoordinaten aus und nutzen Sie die verbleibende  $\delta$ -Funktion, um das Integral über den Radialanteil zu eliminieren. Das Ergebnis sollte sich in folgender Form schreiben lassen:

$$\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2 F} \times \frac{p_f^*}{4\sqrt{s}} \int |\mathcal{M}_{fi}|^2 d\Omega^*$$

(3 Punkte)

- d) Drücken Sie den Lorentz-invarianten Flussfaktor  $F$  aus 2.2 im Schwerpunktsystem aus und geben Sie damit  $\sigma$  vollständig im Schwerpunktsystem an. (1 Punkt)