

Übungsblatt Nr. 4

Besprechung in der Woche ab 8.11.

Aufgabe 4.1: Feynman-Diagramme

Zeichnen Sie alle Feynman-Diagramme der jeweils führenden Ordnung für folgende $2 \rightarrow 2$ -Prozesse unter der Annahme, dass es nur den in der Vorlesung gegebenen Vertex der QED-Wechselwirkung gibt.

a) Elastische Streuung

- i. $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+$ (0.5 Punkte)
- ii. $e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$ (s. Vorlesung)
- iii. $e^- e^- \rightarrow e^- e^-$ (0.5 Punkte)
- iv. $\gamma \gamma \rightarrow \gamma \gamma$ (kein klassisches Analogon!) (0.5 Punkte)
- v. $\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-$ (0.5 Punkte)

b) Inelastische Streuung

- i. $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ (0.5 Punkte)
- ii. $e^- e^+ \rightarrow \gamma \gamma$ (s. Vorlesung)
- iii. $\gamma \gamma \rightarrow e^- e^+$ (0.5 Punkte)
- iv. $e^- \mu^+ \rightarrow \mu^- \tau^+$ (0.5 Punkte)

- c) Argumentieren Sie anhand der Diagramme, welcher der (erlaubten) Prozesse vermutlich den geringsten Wirkungsquerschnitt hat. (0.5 Punkte)

Aufgabe 4.2: Matrixelemente aus Feynman-Regeln

(2 Punkte)

Schreiben Sie mit Hilfe der Feynman-Regeln die Matrixelemente für die Prozesse aus 4.1 a) (i) und 4.1 a) (v) hin. Geben Sie für jedes Diagramm diejenige Mandelstam-Variable an, von der das Diagramm abhängt.

Hinweis: Die entstehenden Spinorstrukturen sollen an dieser Stelle nicht ausgerechnet werden, nur hingeschrieben!

Aufgabe 4.3: Photonfeld

(2 Punkte)

Zeigen Sie aus den Maxwell-Gleichungen (in Lorenz-Eichung und ohne externe Ströme) und dem in der Vorlesung gegebenen Ansatz für das Photonfeld $A^\mu(x, p)$, dass das zugehörige Teilchen einen masselosen Impuls tragen muss.

Aufgabe 4.4: Lokale Eichinvarianz

Betrachten Sie zuerst die freie Dirac-Gleichung für ein Fermion (Masse m , Ladung q):

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = 0$$

- a) Zeigen Sie, dass diese unter einer *globalen* Eichtransformation invariant bleibt.

(1 Punkt)

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = \exp(i\theta) \psi(x)$$

- b) Was ergibt sich für die Invarianz unter einer *lokalen* Eichtransformation?

(1 Punkt)

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = \exp[iq\theta(x)] \psi(x)$$

- c) Zeigen Sie, durch welche "minimale Substitution" $\partial_\mu \rightarrow D_\mu$ sich die Invarianz wieder herstellen lässt.

(1 Punkt)

Aufgabe 4.5: Helizitäts-Eigenzustände

Wählen Sie **einen** Spinorzustand (u_+ , u_- , v_+ **oder** v_-) aus und zeigen Sie:

- a) Dieser geht im ultrarelativistischen Limes ($m \ll E$) in folgende Darstellung über:

(1 Punkt)

$$u_+ \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} c \\ se^{i\phi} \\ c \\ se^{i\phi} \end{pmatrix}, \quad u_- \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} -s \\ ce^{i\phi} \\ s \\ -ce^{i\phi} \end{pmatrix}, \quad v_+ \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} s \\ -ce^{i\phi} \\ -s \\ ce^{i\phi} \end{pmatrix}, \quad v_- \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} c \\ se^{i\phi} \\ c \\ se^{i\phi} \end{pmatrix}$$

- b) Dieser ist tatsächlich Eigenzustand des Helizitätsoperators.
(Auch hier dürfen Sie im ultrarelativistischen Limes bleiben.)

(1 Punkt)