

Übungsblatt Nr. 5

Besprechung in der Woche ab 15.11.

Aufgabe 5.1: Crossing-Symmetrie

Das spin-gemittelte betragsquadrierte Matrixelement für den Prozess $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ sei gegeben durch

$$|\mathcal{M}|^2 = 2e^4 \frac{t^2 + u^2}{s^2}.$$

- a) Zeigen Sie, dass dies im Schwerpunktsystem der in der Vorlesung berechneten Form $|\mathcal{M}|^2 = (4\pi\alpha)^2(1 + \cos^2 \theta)$ entspricht. (1 Punkt)
- b) Zeigen Sie, dass daraus durch Vertauschen zweier ein- und auslaufender Teilchen der Prozess $e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$ hervorgeht. Wie verändern sich durch dieses "crossing" die Mandelstam-Variablen s, t und u ? Erschließen Sie daraus $|\mathcal{M}|^2$ für diesen Prozess. (2 Punkte)

Hinweis: Sie dürfen davon ausgehen, dass die Leptonmassen vernachlässigbar sind ($m \ll E$).

Aufgabe 5.2: Lebensdauer des Higgs-Bosons

Nehmen Sie an, dass es zusätzlich zu den bekannten Teilchen und Feynmanregeln der QED noch ein weiteres elektrisch ungeladenes Teilchen H mit einer Masse von $m_H = 125 \text{ GeV}$ gäbe. Dieses Teilchen sei skalar, wodurch seine externen Linien und eine erlaubte Kopplung an Fermionen durch die folgenden besonders einfachen Feynmanregeln gegeben sind (m_f ist die Masse des Fermions):

$$\text{---}^H\text{---} = 1 \qquad \text{---}^H\text{---} \begin{array}{l} \nearrow f \\ \searrow f \end{array} = \frac{m_f}{246 \text{ GeV}}$$

- a) Betrachten Sie den Zerfallsprozess $H \rightarrow f \bar{f}$ und zeichnen Sie dafür alle Feynman-Diagramme mit maximal drei Vertices auf. (1 Punkt)
- b) Schreiben Sie das Matrixelement $\mathcal{M}$ in der führenden Ordnung auf. (1 Punkt)
- c) Berechnen Sie das betragsquadrierte unpolarisierte Matrixelement $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$. (2 Punkte)

Hinweis: Das skalare H hat nur eine Helizitätseinstellung (Spin 0). Die Fermionen können als ultrarelativistisch ($m_f \ll E$) behandelt werden (wann gilt das?).

- d) Überlegen Sie sich mit Ihrem Wissen über Zerfallsprozesse aus der Vorlesung und analog zu Übung 2.3, dass die Zerfallsrate im Schwerpunktsystem (= Ruhesystem des zerfallenden Teilchens) gegeben ist durch:

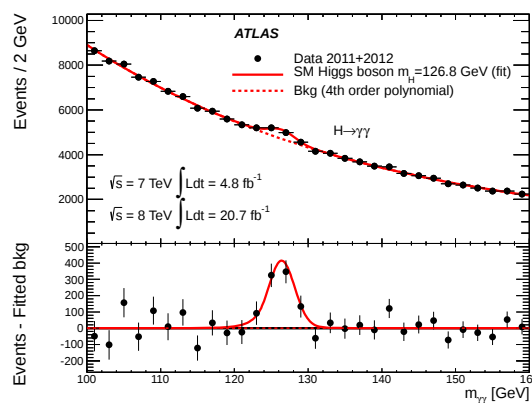
$$\Gamma_{fi} = \frac{|\vec{p}_f|}{32\pi^2 m_H^2} \int d\Omega |\mathcal{M}_{fi}|^2.$$

- e) Betrachten Sie konkret den Zerfall $H \rightarrow b\bar{b}$ in ein b -Quarkpaar, wobei die b -Masse als $m_b = 3 \text{ GeV}$ gegeben sei. Berechnen Sie die mittlere Lebensdauer des H -Teilchens unter der Annahme, dass dieser Zerfallskanal der einzige sei. (1 Punkt)

Sneak Preview: Die Rechnung ist tatsächlich realistisch für das Higgs-Boson im Standardmodell, das wir in späteren Vorlesungen kennenlernen werden. Sie können Ihre Ergebnisse also mit dem PDG vergleichen.

Aufgabe 5.3: Resonanzen

Sogenannte Resonanzen, also Erhöhungen des Wirkungsquerschnittes durch die intermediäre Produktion von Teilchen, zeigen sich in der invarianten Masse gebildet aus mehreren Teilchen des Endzustandes, wie z.B. bei der Higgs-Suche im (seltenen) Kanal $H \rightarrow \gamma\gamma$ auf dem untenstehenden Bild bei $m_{\gamma\gamma}^2 = (p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2})^2 \approx (125 \text{ GeV})^2$.



- a) Begründen Sie, dass dieses Phänomen (nur) durch s -Kanal-Propagatoren hervorgerufen werden kann. (1 Punkt)
- b) Erhöhungen in welcher Variable würde man bei einem $2 \rightarrow 2$ -Prozess von t -Kanal-Propagatoren masseloser Teilchen erwarten? (1 Punkt)