

Übungsblatt Nr. 10

Besprechung in der Woche ab 20.12.

Aufgabe 10.1: Z-Zerfälle theoretisch

Die Partialbreite für den Zerfall eines Z-Bosons in ein Fermion-Antifermion-Paar $f\bar{f}$ ist in führender Ordnung gegeben durch

$$\Gamma_{Z \rightarrow f\bar{f}} = N_c^f \frac{\alpha m_Z}{12 \sin^2 \theta_w \cos^2 \theta_w} ((c_V^f)^2 + (c_A^f)^2).$$

N_c^f ist dabei die Anzahl der Möglichkeiten für die starken Farbladungen der Fermionen f ("farblos" zählt dabei als $N_c^f = 1$), und $c_{V,A}^f$ die vektorielle und axial-vektorielle Kopplung der Fermionen f an das Z. Der schwache Mischungswinkel sei als $\sin^2 \theta_w = 0.23153 \pm 0.00016$ gemessen.

a) Erstellen Sie eine Liste der Werte für N_c^f , c_V^f und c_A^f für folgende Gruppen von Teilchen: (2 Punkte)

- elektrisch geladene Leptonen ℓ
- Neutrinos ν
- Up-Type-Quarks $u = (u, c, t)$
- Down-Type-Quarks $d = (d, s, b)$

b) Benutzen Sie die unter 10.1 a) erstellte Liste, um die Verzweigungsverhältnisse (1 Punkt)

$$\text{BR}(Z \rightarrow f\bar{f}) = \frac{\Gamma_{Z \rightarrow f\bar{f}}}{\sum_f \Gamma_{Z \rightarrow f\bar{f}}}$$

des Z-Bosons in Elektronen, Neutrinos bzw. Quarks zu berechnen.

(Achtung: Überlegen Sie sich, über welche f die Summe im Nenner laufen darf.)

c) Was ergibt sich für das Verhältnis (2 Punkte)

$$R_\ell = \frac{\text{BR}(Z \rightarrow \text{Hadronen})}{\text{BR}(Z \rightarrow \ell^+ \ell^-)} = \frac{\sum_q \Gamma_{Z \rightarrow q\bar{q}}}{\Gamma_{Z \rightarrow \ell\bar{\ell}}},$$

wobei $Z \rightarrow \ell^+ \ell^-$ den Zerfall in *eines* der geladenen Lepton-Paare (also nicht die Summe) bezeichnet?

d) Können Sie sich erklären, warum diese Berechnung signifikant vom gemessenen Wert (s. Aufgabe 10.2) abweicht? (1 Punkt)

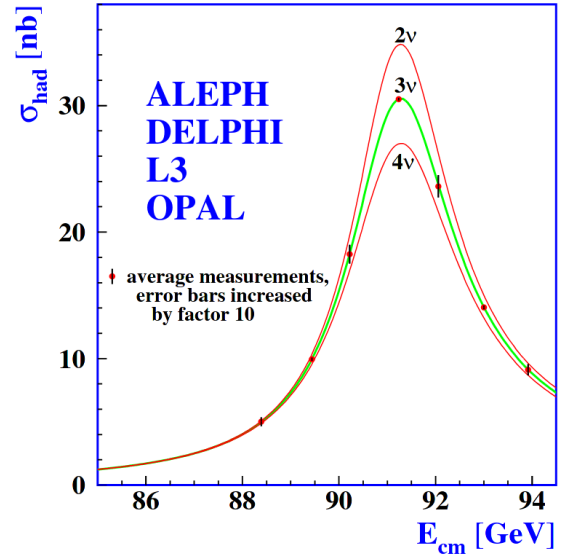
Aufgabe 10.2: Z-Zerfälle experimentell

In Physics Reports 427 (2006), Seite 257 haben die vier Experimente am e^+e^- -Beschleuniger LEP ihre endgültigen hochpräzisen Ergebnisse der elektroschwachen Messungen für das Z-Boson veröffentlicht. Die folgende Liste gibt eine Übersicht über einige der LEP-Resultate:

- $m_Z = (91.1875 \pm 0.0021) \text{ GeV}$
- $\Gamma_Z = (2.4952 \pm 0.0023) \text{ GeV}$
- $\sigma(e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \text{had}) = (41.540 \pm 0.037) \text{ nb}$
(Wirkungsquerschnitt für die Produktion von Hadronen auf der "Z-Resonanz" $s = m_Z^2$)
- $R_\ell = 20.767 \pm 0.025$

Wegen Lepton-Universalität ($\Gamma_{Z \rightarrow e^-e^+} = \Gamma_{Z \rightarrow \mu^-\mu^+} = \Gamma_{Z \rightarrow \tau^-\tau^+} \equiv \Gamma_{Z \rightarrow \ell\ell}$) hängt die totale Zerfallsbreite Γ_Z des Z-Bosons folgendermaßen von der Anzahl N_ν der Neutrino-Familien ab:

$$\Gamma_Z = \Gamma_{Z \rightarrow \text{had}} + 3\Gamma_{Z \rightarrow \ell\ell} + N_\nu \Gamma_{Z \rightarrow \nu\nu}$$



- a) Berechnen Sie mit Hilfe der obigen LEP-Resultate über geschicktes Umformen der Beziehung (3 Punkte)

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}) = \frac{12\pi}{m_Z^2} \frac{\Gamma_{Z \rightarrow e^+e^-} \Gamma_{Z \rightarrow f\bar{f}}}{\Gamma_Z^2}$$

das gemessene Verzweigungsverhältnis $\text{BR}(Z \rightarrow \ell\ell)$ sowie seine experimentelle Unsicherheit.

- b) Benutzen Sie die in 10.1 erhaltenen Werte, um eine Vorhersage für das Verhältnis $\Gamma_{Z \rightarrow \ell\ell} / \Gamma_{Z \rightarrow \nu\nu}$ und seine durch $\sin^2 \theta_w$ verursachte Unsicherheit zu erhalten. (2 Punkte)
- c) Warum ist dieses Verhältnis unempfindlich auf QCD-Korrekturen? (1 Punkt)
- d) Drücken Sie N_ν durch $\text{BR}(Z \rightarrow \ell\ell)$, R_ℓ und $\Gamma_{Z \rightarrow \ell\ell} / \Gamma_{Z \rightarrow \nu\nu}$ aus und bestimmen Sie so die Zahl der Neutrinofamilien und ihre Unsicherheit mit Hilfe der oben berechneten Unsicherheiten. (3 Punkte)

In der Abbildung finden Sie einen weiteren Vergleich der Messung mit verschiedenen N_ν -Hypothesen.

Aufgabe 10.3: Paritätserhaltung in der QED und QCD

Zeigen Sie, dass ein Wechselwirkungsterm

(1 Punkt)

$$\mathcal{M} \sim \bar{u} \gamma^\mu u g_{\mu\nu} \bar{u}' \gamma^\nu u'$$

(wie er z.B. in QED- und QCD-Matrixelementen vorkommt) unter Paritätstransformationen invariant ist.

Hinweis: Die Paritätstransformation für Spinoren hatten Sie in Übungsblatt 3 kennengelernt.