

Übungsblatt Nr. 13

Besprechung in der Woche ab 24.01.

Aufgabe 13.1: "Volumenterm" im Fermigas-Modell

(1 Punkt)

Berechnen Sie aus dem Fermigas-Modell für Kerne mit $Z = N = \frac{A}{2}$ den Beitrag der kinetischen Energie pro Nukleon zum Koeffizienten a_V des Volumenterms in der Bethe-Weizsäcker-Massenformel.

Aufgabe 13.2: Schalenmodell

(1 Punkt)

Unter den Kernen, die langlebige isomere Zustände aufweisen, befinden sich auffallend viele mit N oder Z im Bereich 39 bis 49 bzw. 69 bis 81. Wie erklären Sie das?

Aufgabe 13.3: Zerfallsdauer und Radioaktivität

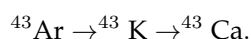
Uran besteht in der Natur aus den Isotopen ^{238}U zu 99.28% und ^{235}U zu 0.72%.

- a) Bestimmen Sie das Alter der Erde, wenn Sie davon ausgehen, dass bei ihrer Entstehung beide Isotope mit der gleichen Häufigkeit auftraten. Die Halbwertszeiten können Sie zum Beispiel im "Live Chart of Nuclides"¹ finden. (1 Punkt)
- b) Welcher Anteil von ^{238}U ist seit der Entstehung der Erde zerfallen? (1 Punkt)

Aufgabe 13.4: Überlegungen zu Zerfallsketten

Bisher wurde das Zerfallsgesetz nur für einfache Kernzerfälle $A \rightarrow B$ diskutiert, wobei B ein stabiler Kern war. In der Natur ist es jedoch oft so, dass B ein instabiler Kern ist. Diesen Fall nennt man folglich eine Zerfallskette.

- a) Nehmen sie die Situation $A \rightarrow B \rightarrow C$ (stabil) und leiten sie die Gleichungen für $N_B(t)$ und $N_C(t)$ in Abhängigkeit von den Zerfallskonstanten λ_A, λ_B her. Nehmen sie dabei die Startbedingungen $N_A(t=0) \equiv N_{A,0}$, $N_B(t=0) \equiv N_{B,0}$, $N_C(t=0) = 0$ an. (2 Punkte)
- b) Diskutieren sie in diesem Zusammenhang die Kette (1 Punkt)



Benutzen sie dazu den Verlauf von $N_i(t)$ und $A_i(t)$ und suchen Sie sich die notwendigen Halbwertszeiten aus der Literatur².

¹<https://www-nds.iaea.org/livechart/>

²z.B. aus <https://www-nds.iaea.org/livechart/>

Aufgabe 13.5: α -Zerfall als Energielieferant

Beim α -Zerfall des Nuklids ^{238}Pu ($\tau = 127$ a) in den langlebigen Tochterkern ^{234}U ($\tau = 3,5 \cdot 10^5$ a) wird eine kinetische Energie von 5,49 MeV frei. Die entstehende Wärme kann durch radiothermische Generatoren zur Erzeugung von Elektrizität genutzt werden.

Die Raumsonde Voyager 2, die am 20.8.1977 gestartet wurde, flog an vier Planeten vorbei, u.a. am 26.8.1981 am Saturn (Abstand von der Sonne: 9,5 AE).

- a) Mit wieviel Plutonium mussten die radiothermen Generatoren von Voyager 2 bei einem Wirkungsgrad von 5,5% bestückt sein, um beim Vorbeiflug am Saturn mindestens 395 W elektrische Leistung zu liefern? (1 Punkt)
- b) Wieviel elektrische Leistung stand beim Vorbeiflug am Neptun (24.8.1989, 30,1 AE Abstand zur Sonne) zur Verfügung? (1 Punkt)

Aufgabe 13.6: Q -Wert und Halbwertszeit für α -Zerfälle

(1 Punkt)

Berechnen Sie ausgehend von den Q -Werten und der bekannten Lebensdauer von ^{238}U die Lebensdauer folgender Uran-Isotope:

$^{238}\text{U} \rightarrow ^{234}\text{Th} + \alpha$	$Q = 4.27 \text{ MeV}$	$T_{1/2} = 1.4 \cdot 10^{17} \text{ s}$
$^{236}\text{U} \rightarrow ^{232}\text{Th} + \alpha$	$Q = 4.572 \text{ MeV}$	$T_{1/2} = ?$
$^{234}\text{U} \rightarrow ^{230}\text{Th} + \alpha$	$Q = 4.858 \text{ MeV}$	$T_{1/2} = ?$
$^{232}\text{U} \rightarrow ^{228}\text{Th} + \alpha$	$Q = 5.414 \text{ MeV}$	$T_{1/2} = ?$
$^{230}\text{U} \rightarrow ^{226}\text{Th} + \alpha$	$Q = 5.993 \text{ MeV}$	$T_{1/2} = ?$
$^{228}\text{U} \rightarrow ^{224}\text{Th} + \alpha$	$Q = 6.804 \text{ MeV}$	$T_{1/2} = ?$

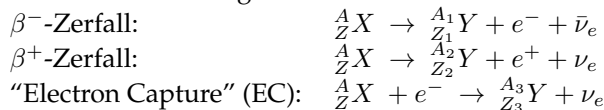
Vergleichen Sie diese mit Werten aus der Literatur.

Aufgabe 13.7: Betazerfall des Neutrons

- a) Berechnen Sie den Q -Wert (freiwerdende Energie) des freien Betazerfalls eines Neutrons in ein Proton, Elektron und Neutrino. (1 Punkt)
- b) Was ist die maximale kinetische Energie des Protons, falls das Neutron beim Zerfall in Ruhe ist? (2 Punkte)

Aufgabe 13.8: β -Zerfall

Beim β -Zerfall von Kernen treten drei unterschiedliche Prozesse auf, die Neutronen in Protonen umwandeln und umgekehrt:



- a) Welche Reaktion findet jeweils auf Nukleon-Niveau statt? Welche Werte haben folglich die Massenzahlen A_1, A_2, A_3 und die Ladungszahlen Z_1, Z_2, Z_3 der Reaktionsprodukte bei den drei Typen von β -Zerfällen? (1 Punkt)
- b) Wenn man die Massen $M(A, Z)$ von Nukliden mit konstanter Massenzahl A entsprechend der Weizsäcker-Massenformel als Funktion von Z aufträgt, erhält man Parabeln. Zeigen Sie, dass sich deren Koeffizienten $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ wie in der Vorlesung dargestellt ergeben. (1 Punkt)
- c) Zeichnen Sie die Parabeln für $A = 108$ im Bereich von $Z = 43 \dots 50$. Tragen Sie die Nuklide ${}^{108}_{44}\text{Ru}$ (Ruthenium), ${}^{108}_{45}\text{Rh}$ (Rhodium), ${}^{108}_{46}\text{Pd}$ (Palladium), ${}^{108}_{47}\text{Ar}$ (Silber), ${}^{108}_{48}\text{Cd}$ (Cadmium), ${}^{108}_{49}\text{In}$ (Indium) auf diesen Massenparabeln ein. (2 Punkte)
- d) Vergleichen Sie für jedes Nuklid die von Ihnen berechneten Werte dieser Massen mit den in der Natur gemessenen³. (1 Punkt)
- (Achtung: ggf. sind Atommassen gegeben!)
- e) Kennzeichnen Sie mit Pfeilen mögliche β^- oder β^+ -Zerfälle zwischen diesen Nukliden. Welche dieser Nuklide sind stabil? (1 Punkt)

³z.B. aus <https://www-nds.iaea.org/livechart/>