

Erläuterungen 01

Rücksprung zu den [Lösungen der Aufgaben](#)

Kurvendiskussion

$$(1) f(x) = (x + 2)^2(x^2 + 4x)$$

(a) Nullstellen der Funktion

Ein Produkt nimmt den Wert 0 an, wenn mindestens einer der Faktoren den Wert 0 annimmt.

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -2$$

$$x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(x + 4) = 0; \text{ es folgt: } x_2 = 0 \text{ und } x_3 = -4$$

(a) die erste Ableitung der Funktion f(x)

$$f'(x) = 4x^3 + 24x^2 + 40x + 16$$

(c) Nullstellen der ersten Ableitung

$$x_1 = -2 \text{ ist eine Nullstelle}$$

Diese Nullstelle muss geraten werden oder sie wird durch einen Hinweis bekannt gegeben.

Die anderen Nullstellen bestimmt man durch Polynomdivision:

$$\begin{array}{r} (4x^3 + 24x^2 + 40x + 16) : (x + 2) = 4x^2 + 16x + 8 \\ -(4x^3 + 8x^2) \\ \hline 0 \quad 16x^2 + 40x + 16 \\ -(16x^2 + 32x) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \quad 8x + 16 \\ -(8x + 16) \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$$

Ergebnis:

$$(4x^3 + 24x^2 + 40x + 16) : (x + 2) = 4x^2 + 16x + 8$$

Die Nullstellen der quadratischen Gleichung sind

$$x_1 = -2 - \sqrt{2}; x_2 = -2 + \sqrt{2}$$

(d) die lokalen Extremwerte:

Berechnung der zweiten Ableitung:

$$f''(x) = 12x^2 + 48x + 40$$

Es gilt: $f''(x_1) > 0$ und $f''(x_2) > 0$, d.h. an den Stellen x_1 und x_2 liegt ein lokales Minimum vor.

Es gilt weiter $f''(-2) < 0$, d.h. an der Stelle $x = -2$ liegt ein lokales Maximum vor.