

1. Diskutieren Sie zur Wiederholung der in der Vorlesung behandelten Konzepte folgende grundlegenden Fragen und Begriffe:
 - (a) Wie lauten die Hauptsätze der Thermodynamik? Wie ist die Temperatur definiert? Beschreiben Sie den Bezug zum thermodynamischen Gleichgewicht und zur Entropie. Wie unterscheiden sich reversible und irreversible Prozesse hinsichtlich der Änderung der Entropie? Welche charakteristische Eigenschaft besitzt die Entropie am absoluten Temperatur-Nullpunkt?
 - (b) Was versteht man unter Wärmekapazität? Was ist bei der Festlegung der Wärmekapazität zu beachten?
2. Im pV -Diagramm sind für ein ideales Gas ein Anfangs- (p_1, V_1, T_1) und ein Endzustand (p_2, V_2, T_2) vorgegeben. Tragen Sie alle möglichen reversiblen Zustandsänderungen in das pV -Diagramm ein, die mit *zwei* Zustandsänderungen vom Anfangs- zum Endzustand führen, wobei nur isotherme, isochore und isobare Zustandsänderungen zugelassen sein sollen.
3. Ein System aus zwei wechselwirkenden, räumlich fixierten Spin-1/2-Teilchen in einem äußeren Magnetfeld B befinde sich in einem Wärmebad der Temperatur T . Der Hamiltonoperator dieses Systems entspricht dem von Blatt 8, Aufgabe 2, jedoch erweitert um einen Term, der die Wechselwirkung zwischen den Spins beschreibt:

$$\hat{H} = -\frac{2\mu_B B}{\hbar}(\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2) - I\hat{\sigma}_1 \cdot \hat{\sigma}_2 \quad \text{mit} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \quad (\text{Bohr'sches Magneton}).$$

Der Parameter I beschreibt die Stärke einer ferromagnetischen Wechselwirkung (Ising-Modell). Ziel der Aufgabe ist die Untersuchung der Entropie $S(T)$ als Funktion der Temperatur für die Grenzfälle sehr hoher und sehr tiefer Temperaturen.

- (a) Zeigen Sie zunächst allgemein, dass für ein beliebiges kanonisches Ensemble $p_i = e^{-\beta E_i}/Z$ die Entropie $S = -k_B \sum_i p_i \ln p_i$ folgendermaßen aus der Zustandssumme $Z = \sum_i e^{-\beta E_i}$ berechnet werden kann,

$$S = k_B \left(\ln Z - \beta \frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z \right).$$

- (b) Berechnen Sie für das obige System der zwei Spins jeweils die Entropie $S(T)$ als Funktion der Temperatur T für die folgenden drei Spezialfälle:
 - i. Die beiden Spins seien völlig frei, d.h. $B = 0$ und $I = 0$.
 - ii. Die beiden Spins befinden sich in einem Magnetfeld B , wechselwirken jedoch nicht, d.h. $I = 0$.

- iii. Es liegt kein Magnetfeld an ($B = 0$), jedoch sind die Spins magnetisch gekoppelt, d.h. $I > 0$.

Diskutieren Sie für alle Spezialfälle das Verhalten der Entropie bei sehr hohen und sehr tiefen Temperaturen. Bestimmen Sie jeweils $S_0 = \lim_{T \rightarrow 0} S(T)$ und vergleichen Sie die Ergebnisse mit dem dritten Hauptsatz der Thermodynamik.

4. Gemäß Vorlesung besteht für ein thermodynamisches System zwischen den Wärmekapazitäten bei konstantem Druck, C_p , bzw. bei konstantem Volumen, C_V , der folgende Zusammenhang:

$$C_p - C_V = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \quad (1)$$

Berechnen Sie die Wärmekapazitäten C_p und C_V für ein ideales Gas, welches den Zustandsgleichungen $U = \frac{3}{2}Nk_B T$ und $pV = Nk_B T$ genügt.