

1. Wiederholen und diskutieren Sie die folgenden in der Vorlesung behandelten Konzepte:
 - (a) Wie kann man beruhend auf dem kanonischen Ensemble den 1. Hauptsatz der Thermodynamik statistisch interpretieren? Diskutieren Sie vor allem die Grundidee (ohne konkrete Rechnung) wie man den 1. Hauptsatz aus der statistischen Physik herleiten kann.
 - (b) Wie kann man mit Hilfe der statistischen Definition der Entropie, $S = -k_B \sum_i p_i \ln p_i$, den 2. Hauptsatz der Thermodynamik, $\delta Q = T dS$, herleiten?
 - (c) Wie berechnet man die Änderung der Entropie bei einem irreversiblen Prozess?
 - (d) Warum kann der absolute Temperatur-Nullpunkt nicht erreicht werden?
2. Gegeben ist ein ideales Gas mit der kalorischen Zustandsgleichung $U = \frac{3}{2} N k_B T$ und der thermischen Zustandsgleichung $pV = N k_B T$. Das Gas befindet sich in einem Teilvolumen V_1 eines abgeschlossenen Behälters mit dem Gesamtvolumen $V_2 > V_1$ und der Temperatur T . Das Teilvolumen V_1 ist zunächst durch eine Trennwand vom Rest des Behälters getrennt. Nun wird die Trennwand entfernt und das Gas expandiert in einem *irreversiblen* thermodynamischen Prozess *isotherm* ausgehend von dem Volumen V_1 auf das Volumen V_2 (spontane Expansion).
 - (a) Berechnen Sie mit Hilfe eines geeigneten *reversiblen* Ersatzprozesses die bei dem beschriebenen irreversiblen Prozess auftretende Änderung der Entropie ΔS .
 - (b) Zeigen Sie, dass für diesen Prozess der 2. Hauptsatz der Thermodynamik, $\Delta S > \frac{\Delta Q_{irr}}{T}$, erfüllt ist. Wie groß ist ΔQ_{irr} ?
3. Eine *adiabatische* Zustandsänderung ist eine Zustandsänderung unter *thermischer Isolation*, d.h. $\delta Q = 0$, und folglich ergibt sich für die Änderung der inneren Energie bei einem solchen Prozess $(dU)_{ad} = \delta A = -p(dV)_{ad}$.
 - (a) Zeigen Sie, dass bei gegebener Zustandsgleichung $U = U(V, T)$ für einen adiabatischen Prozess
$$C_V (dT)_{ad} = - \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] (dV)_{ad} \quad (1)$$
gilt. Hier ist $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$ die Wärmekapazität bei konstantem Volumen.
 - (b) Weiterhin sei die thermische Zustandsgleichung in der Form $V = V(p, T)$ gegeben. Verwenden Sie das zugehörige Differential,

$$(dV)_{ad} = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T (dp)_{ad} + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p (dT)_{ad},$$

um $(dV)_{ad}$ in Gleichung (1) zu ersetzen. Ersetzen Sie dann mit Hilfe des Zusammenhangs zwischen C_V und C_p aus Blatt 10, Aufgabe 4, die Größe C_V durch C_p und zeigen Sie damit, dass

$$C_p (dT)_{ad} = - \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T (dp)_{ad} \quad (2)$$

gilt.

- (c) Zeigen Sie abschließend durch Division der Gleichungen (2) und (1), dass die folgende Relation besteht:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_{ad} = \frac{C_p}{C_V} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T. \quad (3)$$

Diskutieren Sie basierend auf diesem Ergebnis den Unterschied zwischen den beiden Zustandsänderungen im p - V -Diagramm.

- (d) Werten Sie Gleichung (3) für ein ideales Gas aus (Zustandsgleichung: $pV = Nk_B T$, $C_p/C_V = 5/3 := \gamma$). Berechnen Sie zunächst $\left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T$ für das ideale Gas. Lösen Sie dann die entstehende Differentialgleichung für $p(V)$ mit Hilfe von Trennung der Variablen. Zeigen Sie damit, dass bei einem idealen Gas der Zusammenhang zwischen p und V für die *adiabatische* Zustandsänderung $p \cdot V^\gamma = \text{const.}$ lautet.

4. Für ein Fluid definiert man die relativ leicht meßbaren sog. *Responsefunktionen*:

$$\begin{aligned} \kappa_T &= -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T && \text{(isotherme) Kompressibilität,} \\ \alpha &= \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p && \text{Volumenausdehnungskoeffizient,} \\ \sigma &= \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V && \text{Spannungskoeffizient.} \end{aligned}$$

- (a) Zeigen Sie, dass bei Existenz einer *thermischen* Zustandsgleichung $p = p(V, T)$ der Zusammenhang $\alpha = p\sigma\kappa_T$ zwischen den Responsefunktionen besteht. Finden Sie diese Gleichung durch Bildung des totalen Differentials $dp(V, T)$ für einen isobaren Prozess ($dp(V, T) = 0$) und nachfolgendes Ersetzen der entstehenden partiellen Ableitungen durch die obigen Responsefunktionen.
- (b) Finden Sie den Zusammenhang $\alpha = p\sigma\kappa_T$ aus dem Ergebnis von Blatt 10, Aufgabe 4, indem Sie die Variablen x, y, z geeignet den thermodynamischen Größen V, p, T zuordnen.