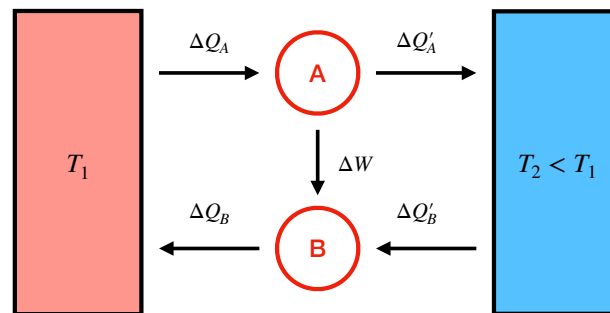


1. Beweisen Sie die folgenden zwei Aussagen:

- Alle reversiblen Wärmekraftmaschinen, die zwischen denselben Reservoiren mit den Temperaturen T_1 bzw. T_2 arbeiten, haben denselben Wirkungsgrad.
- Der maximale Wirkungsgrad ist $\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, der Wirkungsgrad der Carnot-Maschine.

Betrachten Sie dazu zwei hintereinander geschaltete Wärmekraftmaschinen 'A' und 'B' entsprechend der abgebildeten schematischen Anordnung. Hierbei soll die Maschine 'B' verglichen mit 'A', die in der Standardrichtung von Wärmekraftmaschinen läuft und Wärme in Arbeit umwandelt, in umgekehrter Richtung laufen. Maschine 'B' muss also reversibel sein. In der Abbildung beziehen sich alle Energiegrößen, die mit einem Δ versehen sind, wie z.B. ΔQ_A , auf die jeweils während eines gesamten Kreisprozesses übertragene Energie.



- Zeigen Sie, dass $\Delta Q'_A - \Delta Q'_B = \Delta Q_A - \Delta Q_B$ gilt und begründen Sie mit Hilfe der Hauptsätze der Thermodynamik, dass zusätzlich $\Delta Q_A \geq \Delta Q_B$ gilt. Zeigen Sie dann, dass zwischen ΔQ_A und ΔQ_B der Zusammenhang $\Delta Q_B = \frac{\eta_A}{\eta_B} \Delta Q_A$ besteht. Hier sind η_A und η_B die jeweiligen Wirkungsgrade der Wärmekraftmaschinen 'A' bzw. 'B'.
- Schließen Sie aus dem Ergebnis von (a), dass der Wirkungsgrad einer reversiblen Wärmekraftmaschine im Vergleich zu anderen Wärmekraftmaschinen immer am größten ist, d.h. $\eta_{rev} \geq \eta$ für alle η .
- Betrachten Sie nun zwei *reversible* Wärmekraftmaschinen 'A' und 'B', welche wie oben hintereinander geschaltet sind, jedoch in *umgekehrter Richtung* laufen. Fertigen Sie für diese Anordnung eine Skizze analog der obigen Abbildung an. Schließen Sie daraus, dass für diesen Fall $\eta_A = \eta_B$ gilt und somit alle reversiblen Wärmekraftmaschinen denselben Wirkungsgrad haben müssen.

2. Wiederholen und diskutieren Sie die folgenden in der Vorlesung behandelten Konzepte:

- (a) Was versteht man unter der thermodynamischen Fundamentalrelation?
 - (b) Was ist ein thermodynamisches Potential? Beschreiben Sie für das vereinfachte Beispiel eines stofflich abgeschlossenen Systems ($dN = 0$) das Verfahren zur Gewinnung der thermischen und kalorischen Zustandsgleichung aus der thermodynamischen Fundamentalrelation. Nennen Sie zwei Beispiele für thermodynamische Potentiale.
3. Für eine Substanz sei das thermodynamische Potential $U(S, V, N)$ explizit gegeben als

$$U(S, V, N) = Nu_0 e^{S/Nc} \left(\frac{V}{N} \right)^{-k_B/c},$$

mit Teilchenzahl N sowie $u_0, c = \text{const.}$, unabhängig von N . Ziel dieser Aufgabe ist die Bestimmung der *thermischen* und *kalorischen* Zustandsgleichung aus dem gegebenen thermodynamischen Potential. Zur Vereinfachung soll ein stofflich abgeschlossenes System ($dN = 0$) betrachtet werden, d.h. es gilt die thermodynamische Fundamentalrelation $dU = TdS - pdV$.

- (a) Gewinnen Sie mit Hilfe der thermodynamischen Fundamentalrelation die expliziten Ausdrücke $T(S, V)$ und $p(S, V)$. Lösen Sie den gewonnenen Ausdruck $T(S, V)$ nach S auf und leiten Sie damit den Ausdruck $S(T, V)$ her.
 - (b) Setzen Sie $S(T, V)$ in $p(S, V)$ ein und gewinnen Sie damit die thermische Zustandsgleichung $p(T, V)$. Um welche bekannte Substanz handelt es sich?
 - (c) Setzen Sie $S(T, V)$ in $U(S, V)$ ein und gewinnen Sie damit die kalorische Zustandsgleichung $U(T, V)$. Bestimmen Sie daraus die Konstante c durch Vergleich mit einer Ihnen bereits bekannten Zustandsgleichung.
4. Für ein thermodynamisches System sei die *kalorische* Zustandsgleichung gegeben: $U(T, V) = NcT$ ($c = \text{const.}$, unabhängig von N). Es soll gezeigt werden, dass $U(T, V)$ *kein* thermodynamisches Potential ist.

- (a) Zeigen Sie, dass man die thermodynamische Fundamentalrelation $dU = TdS - pdV$ auf die folgende Form bringen kann,

$$dU = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left[T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T - p \right] dV. \quad (1)$$

- (b) Zeigen Sie mit Hilfe von (1) und der gegebenen Funktion $U(T, V)$, dass die Temperaturabhängigkeit der Funktion $S(T, V)$ der folgenden Differentialgleichung genügt,

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{Nc}{T}.$$

Finden Sie die allgemeine Lösung für $S(T, V)$ durch Integration.

- (c) Berechnen Sie mit Hilfe der gefundenen Lösung für $S(T, V)$ aus (b) sowie (1) die Funktion $p(T, V)$. Zeigen Sie insbesondere, dass die Abhängigkeit vom Volumen V unbestimmt bleibt und diskutieren Sie die Ursache.