

Analysis 3 (Gewöhnliche Differentialgleichungen)

3. Aufgabenblatt: spezielle Differentialgleichungen 1. Ordnung

- Ein homogenes Seil hängt zwischen zwei Aufhängungspunkten und bildet unter seinem Eigengewicht eine Kurve $y(x)$, die *Kettenlinie* genannt wird.

(a) Leiten Sie für die Kettenlinie die Differentialgleichung

$$y'' = a\sqrt{1 + y'^2} \quad (1)$$

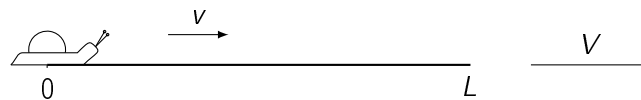
mit einer Konstanten $a > 0$ ab.

(b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von (1).

- Man löse das Anfangswertproblem

$$x' = \frac{1}{1-t}x + t - 1, \quad x(2) = 0.$$

- Wir betrachten eine Schnecke, die mit konstanter Geschwindigkeit v auf einem Gummiband kriecht. Dieses ist am Ursprung befestigt und wird mit ebenfalls konstanter Geschwindigkeit V am anderen Ende von einem Pferd gedehnt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist die Schnecke am Ursprung und das Band habe die Länge L . Untersuchen Sie, ob die Schnecke das Pferd erreicht.



- Man bestimme die allgemeinen Lösungen folgender Differentialgleichungen:

(a) $t^2 x' = t^2 + tx + x^2$

(b) $x' = (2t + 3x)^2$

- Man finde die Kurven mit der Eigenschaft, dass die Mittelpunkte der Normalen zwischen jedem Kurvenpunkt und ihrem Schnittpunkt mit der x -Achse auf der Parabel $y^2 = ax$ mit $a > 0$ liegen.

