

Partielle Differentialgleichungen für Nichtmathematiker

1. Übung: Begriff der partiellen Differentialgleichung

1. Welche der folgenden partiellen Differentialgleichungen sind linear/quasilinear/homogen/inhomogen? Was ist ihre Ordnung?
 - (a) $x_1^2 u_{x_2} - \sin x_2 u_{x_3} + u_{x_4} - x_1 x_2 u = 0$ für $u = u(x_1, x_2, x_3, x_4)$,
 - (b) $u u_{xy} - x^2 u_y + u u_y - u^2 - \sin x \cos y = 0$ für $u = u(x, y)$,
 - (c) $u_{xyy} u_{zzz} - x u_{xy} + u_z + y u = 0$ für $u = u(x, y, z)$,
 - (d) $u_{tt} = e^{-t} u_{xx} + \sin t$ für $u = u(t, x)$,
 - (e) $u_{tt} - u_x + \sin u = 0$ für $u = u(t, x)$.
2. Welche der folgenden (fast)linearen partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung sind elliptisch/hyperbolisch/parabolisch?
 - (a) $u_{xx} + 2u_x + u_t + u = 0$ für $u = u(t, x)$,
 - (b) $u_{xx} + 3u_{xy} + u_{yy} - \sin x = 0$ für $u = u(x, y)$,
 - (c) $y u_{xx} + u_{yy} = 0$ für $u = u(x, y)$.
3. Drücken Sie $\Delta^2 u$ (zweifache Anwendung des Laplaceoperators) mit Hilfe partieller Ableitungen aus
 - (a) $u = u(t, x)$,
 - (b) $u = u(x, y)$.
4. Unter welchen Bedingungen an die Parameter a, b sind die folgenden Funktionen $u(x, y)$ Lösungen der zweidimensionalen Laplacegleichung $\Delta u = 0$?
 - (a) $u(x, y) = ax^3 + bx^2y + xy^2 + y^3$,
 - (b) $u(x, y) = \ln(ax^2 + by^2)$.