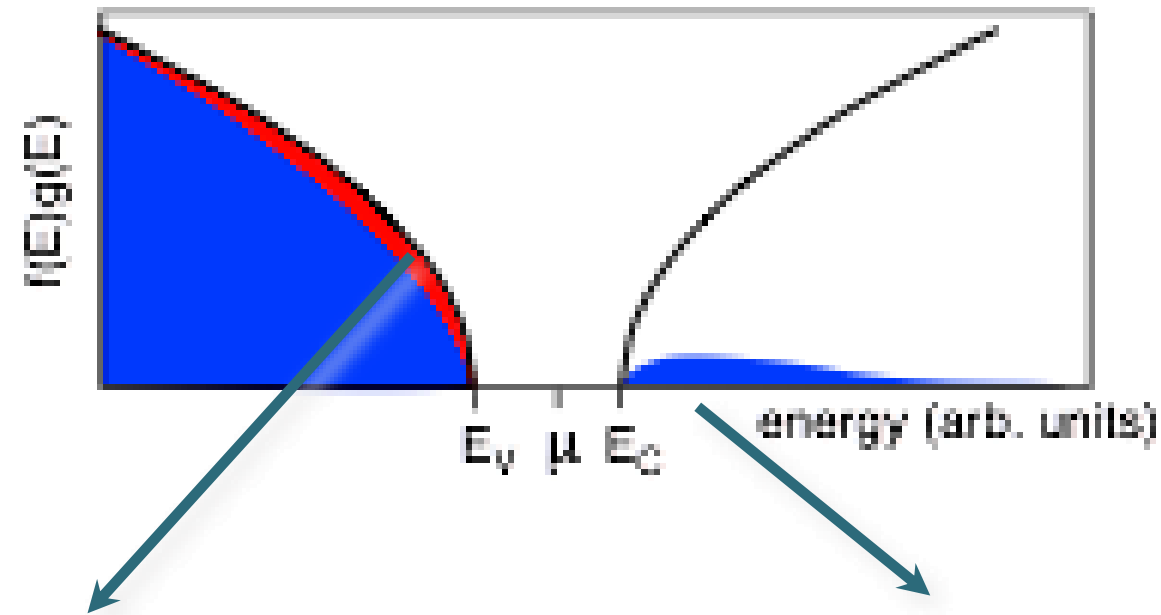


Vorlesung 5: Halbleiter Anwendungen

08.06.2026

Prof. Kornelius Nielsch

Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerdichte



fehlende Elektronen (Löcher) im Valenzband (VB)

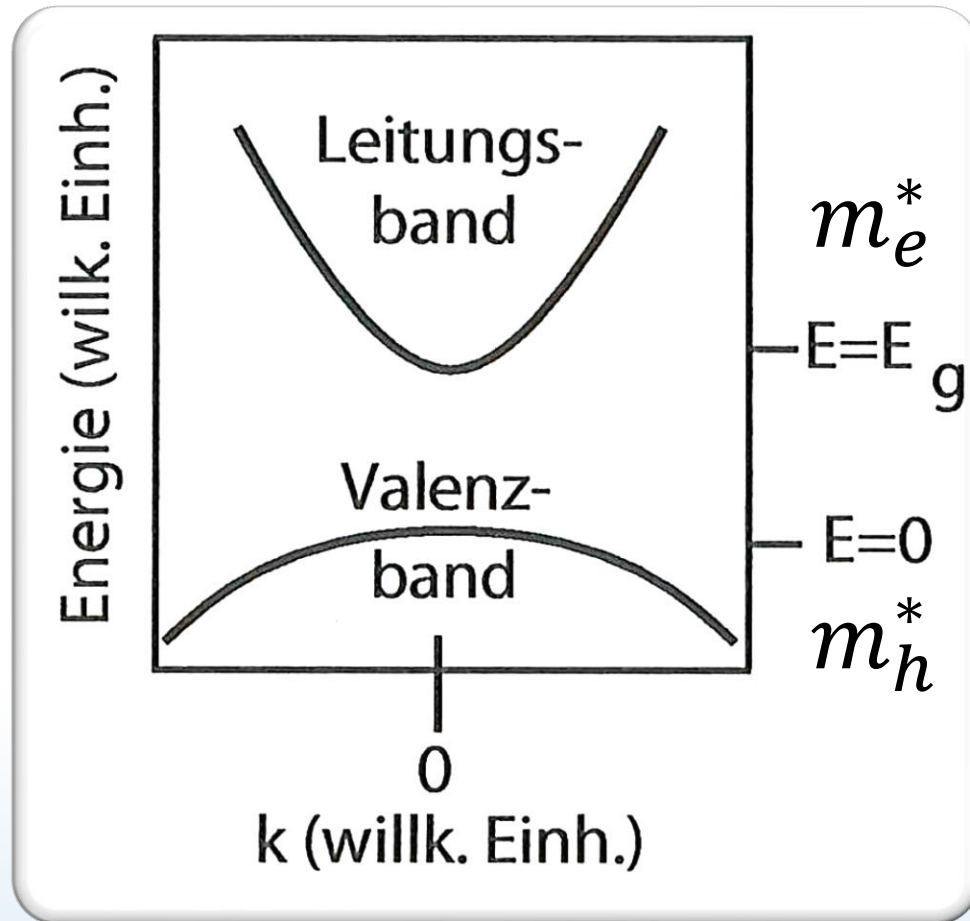
Elektronen im Leitungsband (LB)

$$n = \frac{1}{V} \int_{E_C}^{\infty} g_C(E) f(E, T) dE$$

$$p = \frac{1}{V} \int_{-\infty}^{E_V} g_V(E) [1 - f(E, T)] dE$$

Interpretation

VB maximum wie $E=0$



Bewegungsgleichung

$$m^* a = qE$$

effektive Masse

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E(k)}{dk^2} \right)^{-1}$$

Leitungsband

$$q = -e \quad m^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E(k)}{dk^2} \right)^{-1} > 0$$

Ein negativ geladenes Teilchen mit einer positiven Masse ("Elektron")

Valenzband

$$q = -e \quad m^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E(k)}{dk^2} \right)^{-1} < 0$$

oder

$$q = e \quad m^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E(k)}{dk^2} \right)^{-1} > 0 \quad \text{"Loch"}$$

Vereinfachte Fermi-Dirac-Verteilung

für das Leitungsband

$$(E - \mu) \gg k_B T$$

$$f(E, T) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} \approx e^{-(E-\mu)/k_B T}$$

für das Valenzband

$$-(E - \mu) \gg k_B T$$

$$1 - f(E, T) = 1 - \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} = \frac{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} - \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} \approx e^{(E-\mu)/k_B T}$$

Beides sind Boltzmann-Verteilungen!
Dies wird als der nicht entartete Fall bezeichnet.

Beispiel

$$n = N_{eff}^C e^{-(E_g - \mu)/k_B T} = N_{eff}^C e^{-E_g/2k_B T}$$

$$N_{eff}^C = 10^{25} m^{-3}$$

	Lücke (eV)	n in m ⁻³ at 150 K	n in m ⁻³ at 300 K
InSb	0.18	2x10 ²²	6x10 ²³
Si	1.11	4x10 ⁶	2x10 ¹⁶
Diamant	5.5	6x10 ⁻⁶⁸	1x10 ⁻²¹

Gesetz der Massenwirkung

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-(E_g - \mu)/k_B T} = N_{eff}^C e^{-(E_g - \mu)/k_B T}$$

$$p = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/k_B T} = N_{eff}^V e^{-\mu/k_B T}$$

$$np = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 (m_e^* m_h^*)^{3/2} e^{-E_g/k_B T}$$

Dies hängt nicht von der Position von μ ab.

und schließlich mit $n_i = p_i$

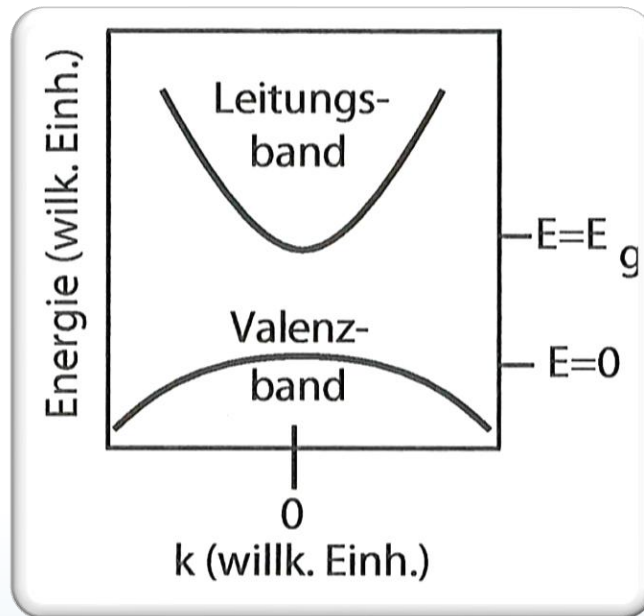
$$n_i = p_i = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-E_g/2k_B T}$$

Wo ist μ ?

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-(E_g - \mu)/k_B T} = N_{eff}^C e^{-(E_g - \mu)/k_B T}$$

$$p = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/k_B T} = N_{eff}^V e^{-\mu/k_B T}$$

$$n = p$$



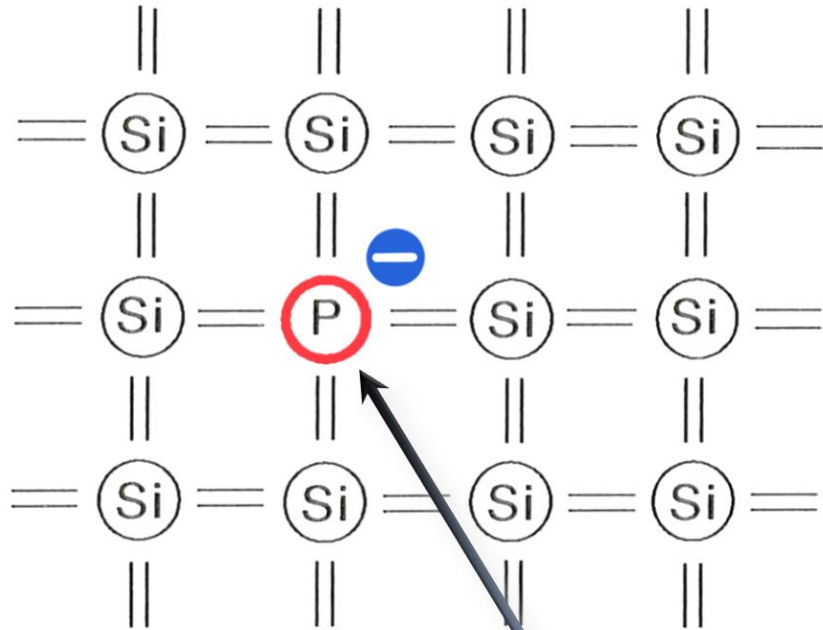
$$\mu = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right)$$

Dies sind die Parameter, die man kennen muss.

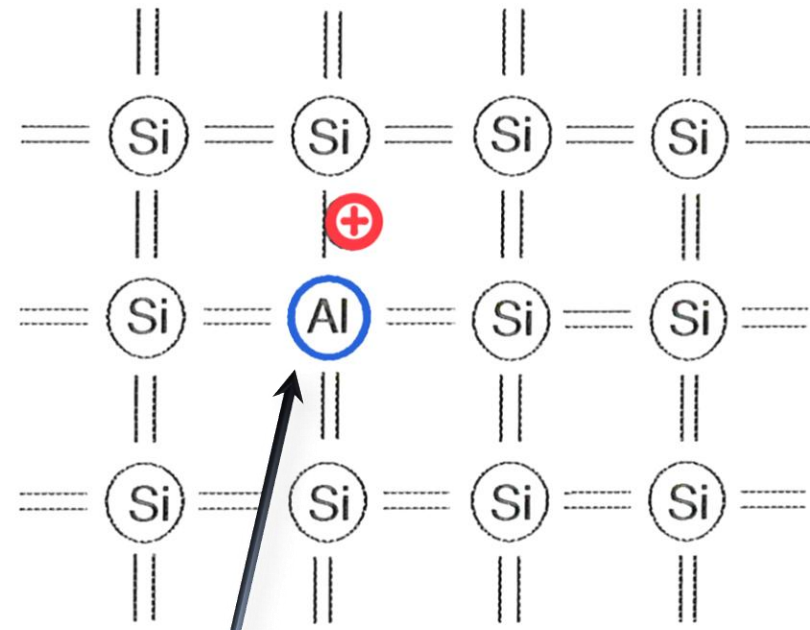
effektive Masse aus Leitfähigkeit?

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m_e}$$

n- und p-Dotierung



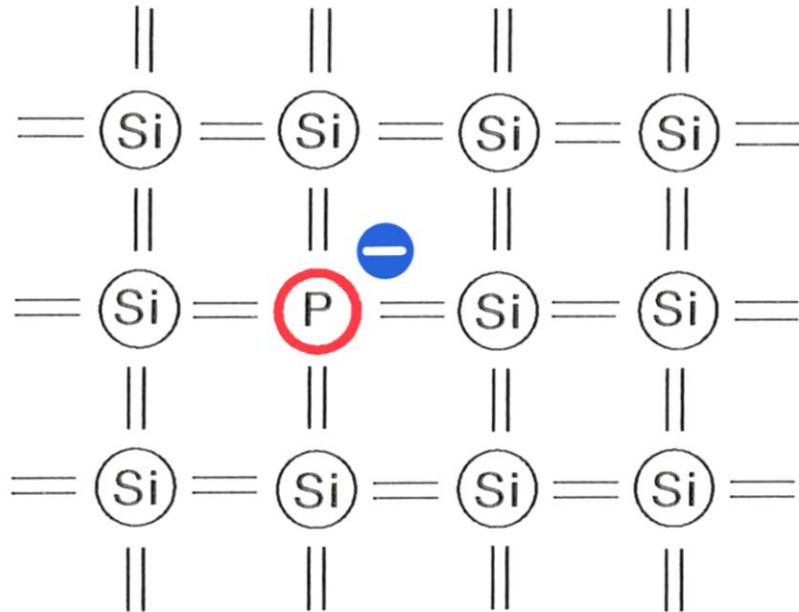
Donatoratom



Akzeptoratom

n-Dotierung

Phosphor
fünfwertig,
ein Elektron zu viel



Abschätzung der Bindungsenergie
mit Bohr-Modell:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

unter Verwendung der Modifikationen

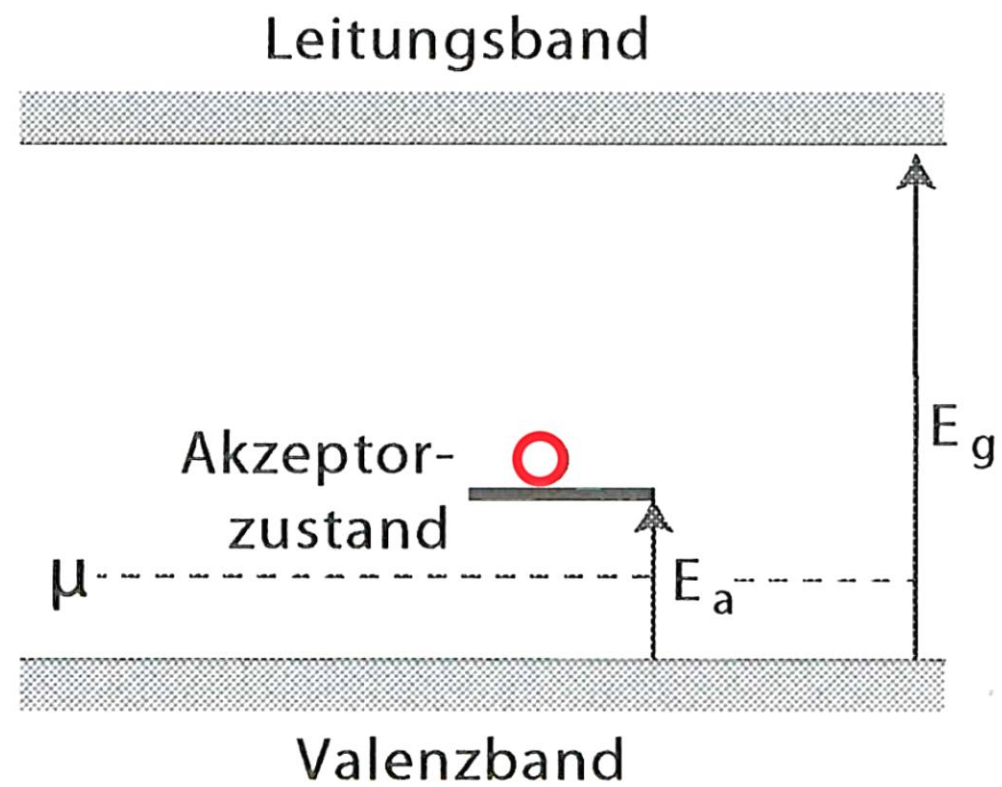
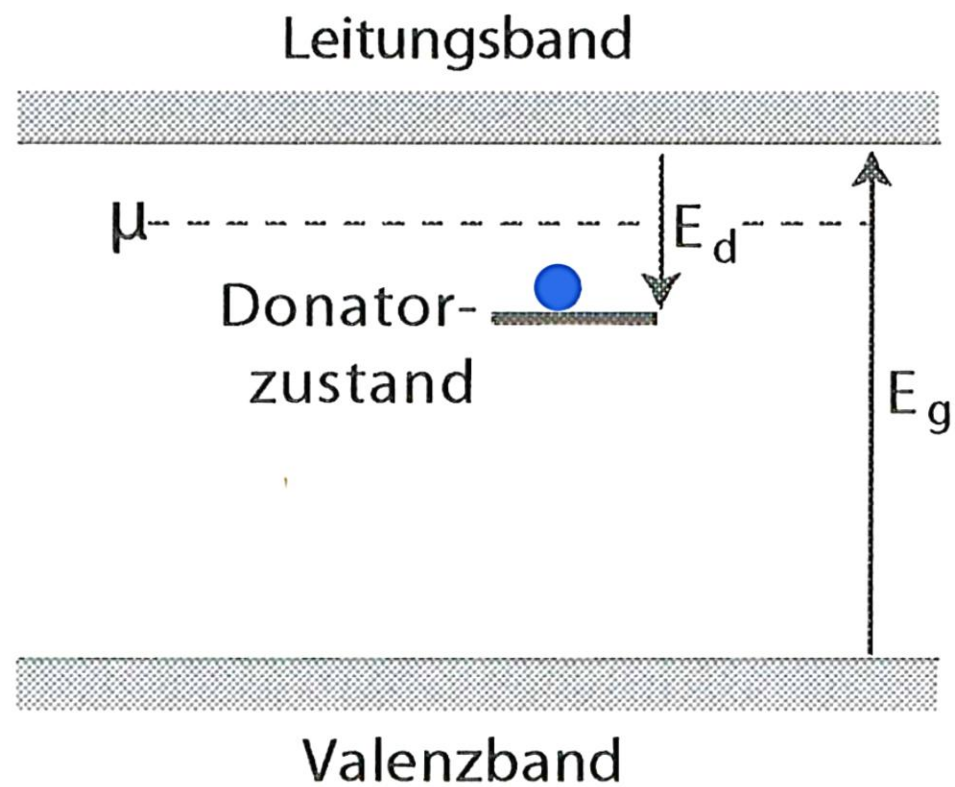
$$m_e \rightarrow m^* \approx 0.43m_e$$

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon\epsilon_0 \approx 11.7\epsilon_0$$

Größenordnung

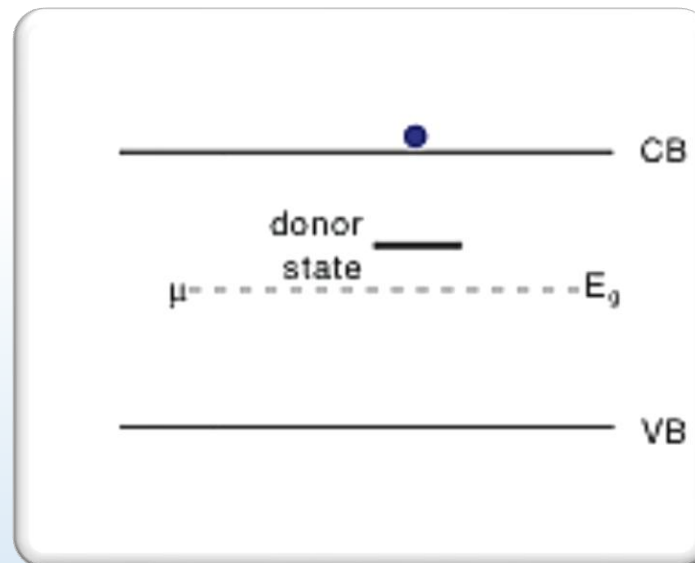
$$E_1 = -30\text{meV}$$

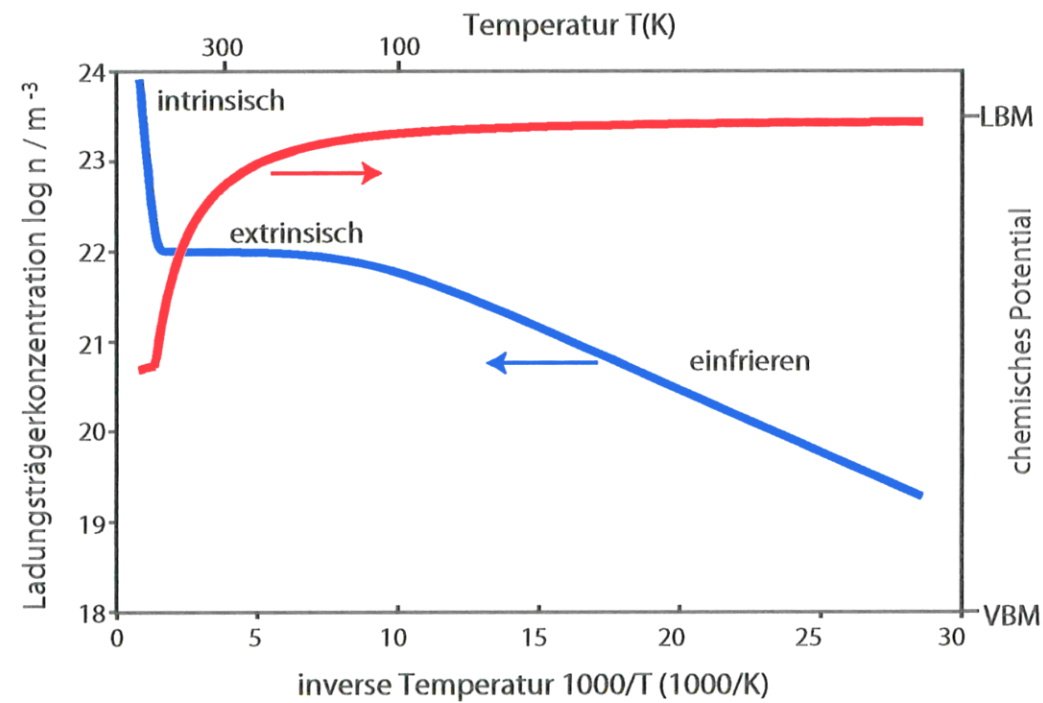
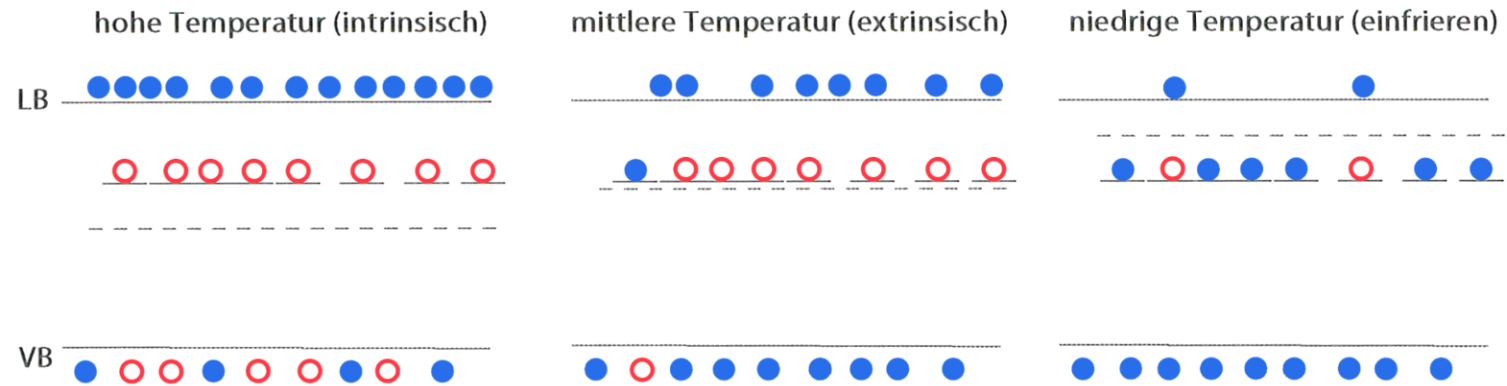
$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}$$



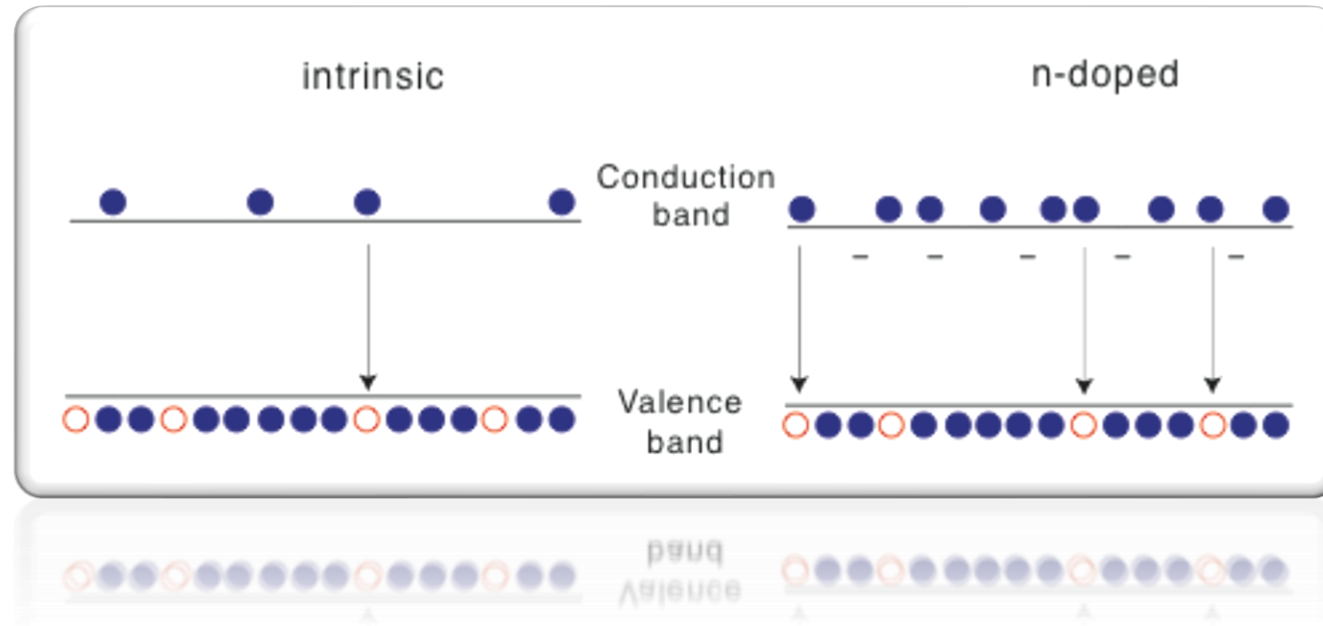
Trägerkonzentration

- Nur numerische Lösung möglich.
- Grundlage für die Berechnung ist die Ladungsneutralität.
- Bei sehr niedriger Temperatur muss μ zwischen Donatorniveau und Leitungsbandminimum liegen (n-Dotierung).
- Bei sehr hoher Temperatur muss μ in der Mitte der Lücke liegen, da alle Donatoren ionisiert sind.





Gesetz der Massenwirkung

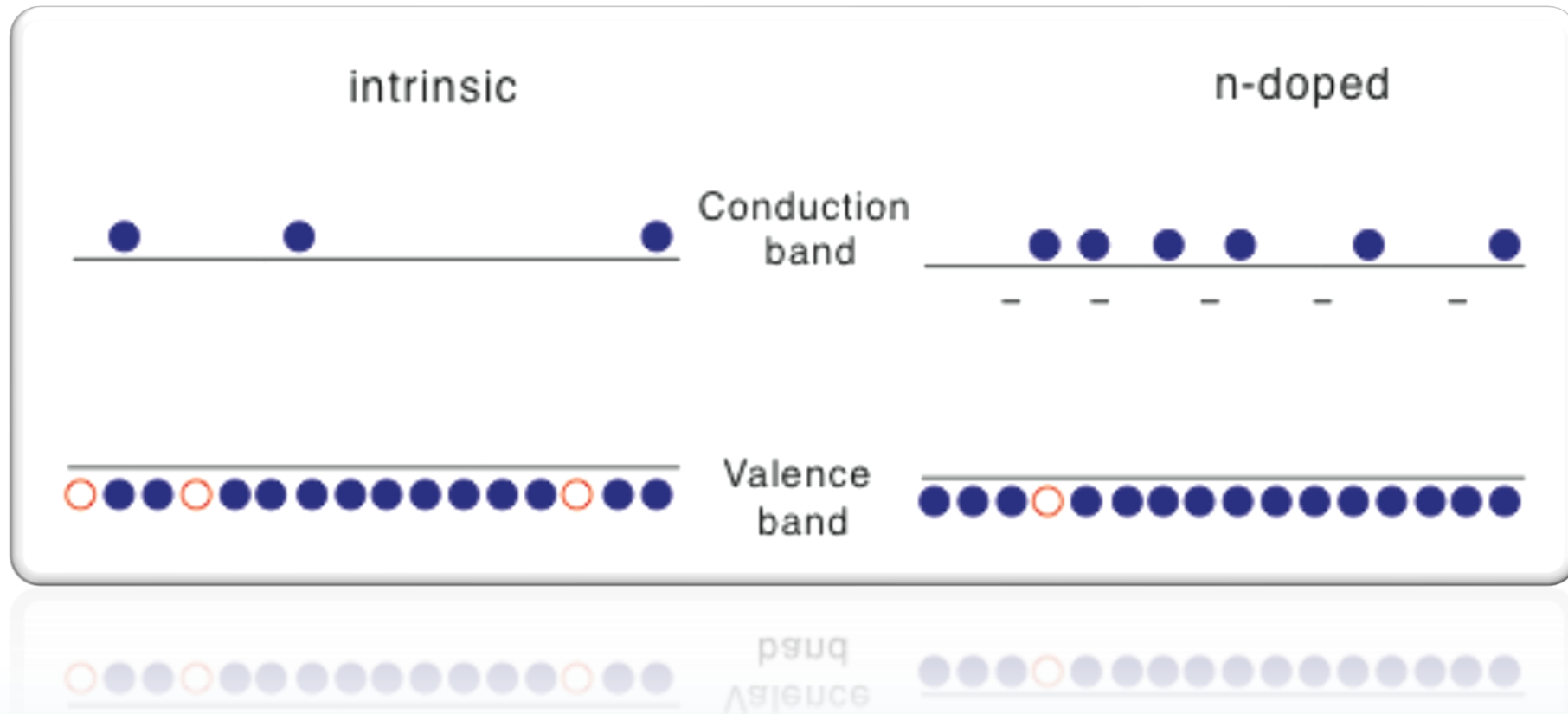


$np = n_i p_i = \text{constant}$ bei einem gegebenen T

$$np = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 (m_e^* m_h^*)^{3/2} e^{-E_g/k_B T}$$

Dies ist nicht von der Position von μ abhängig.

Mehrheits- und Minderheitsträger

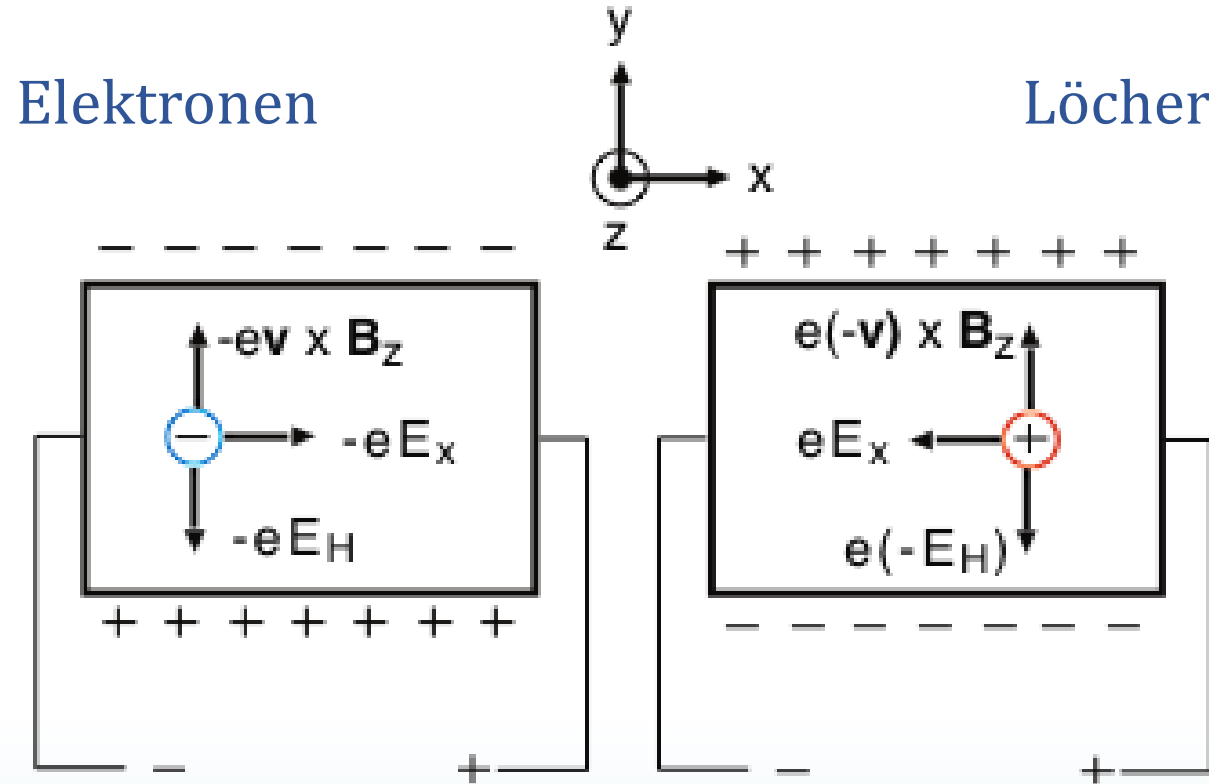


gleiche Anzahl von
Elektronen und Löcher

Mehrheit: Elektronen

Minderheit: Löcher

Messung der Ladungsträgerkonzentration: Hall-Effekt



$$R_H = \frac{-1}{ne}$$

$$R_H = \frac{1}{pe}$$

Die Gesamtleitfähigkeit

nur für Elektronen: Leitfähigkeit

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e^*} = n\mu_e$$

Mobilität

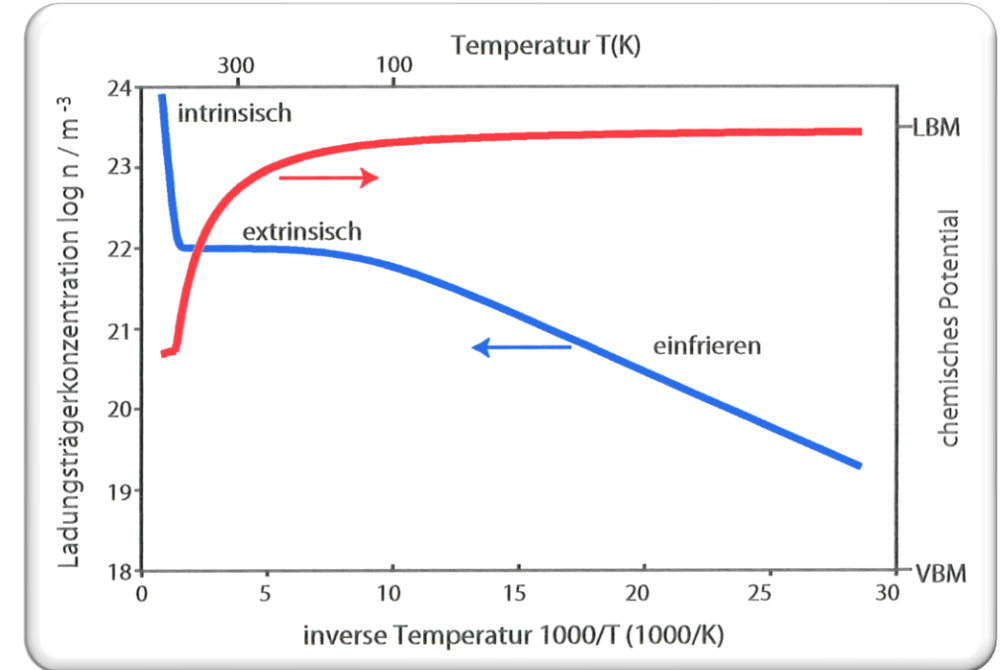
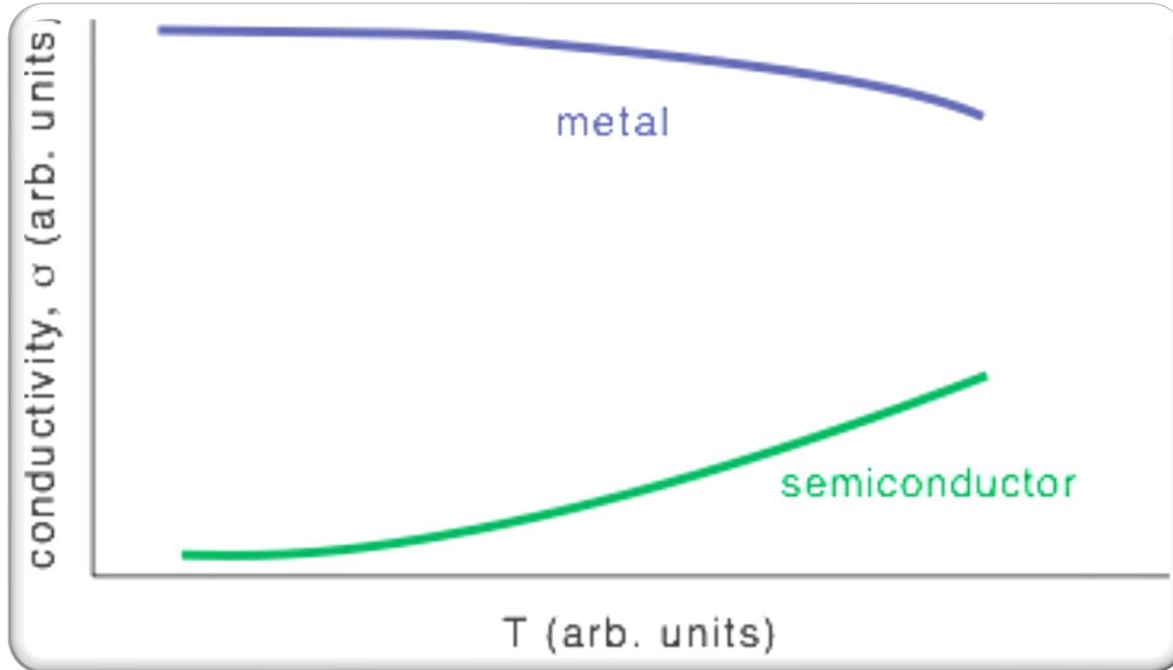
$$\mu = \frac{e\tau}{m_e^*}$$

Konzentrationen

$$\sigma = (|e|n\mu_e + p\mu_h)$$

Mobilitäten

Temperaturabhängige Leitfähigkeit

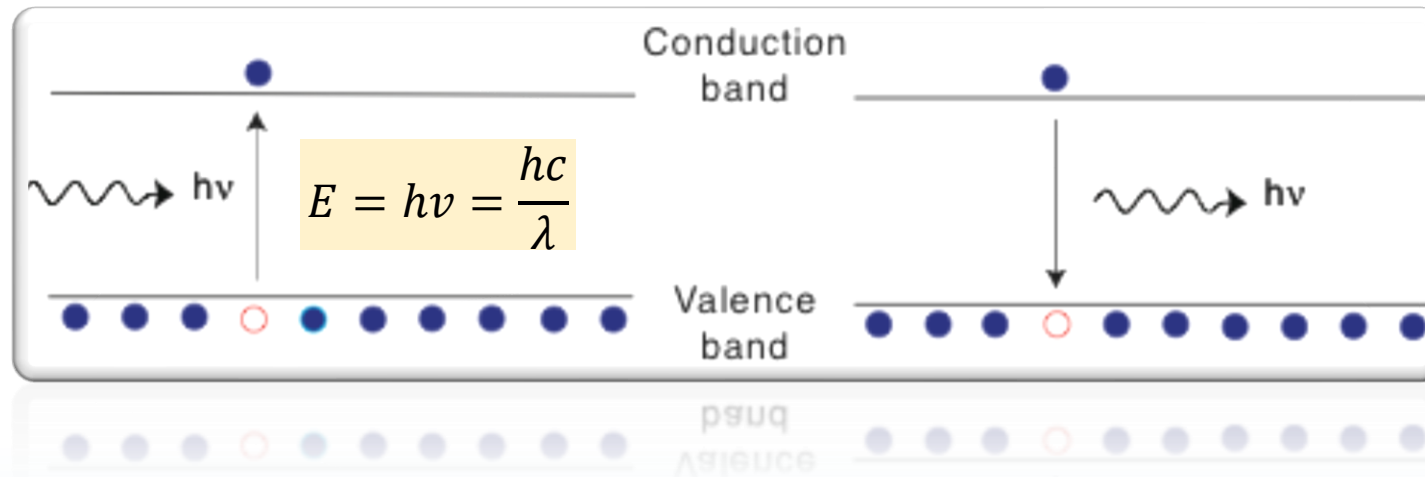


$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e} = n\mu_e$$

Optische Eigenschaften

Lichtabsorption

Lichtemission



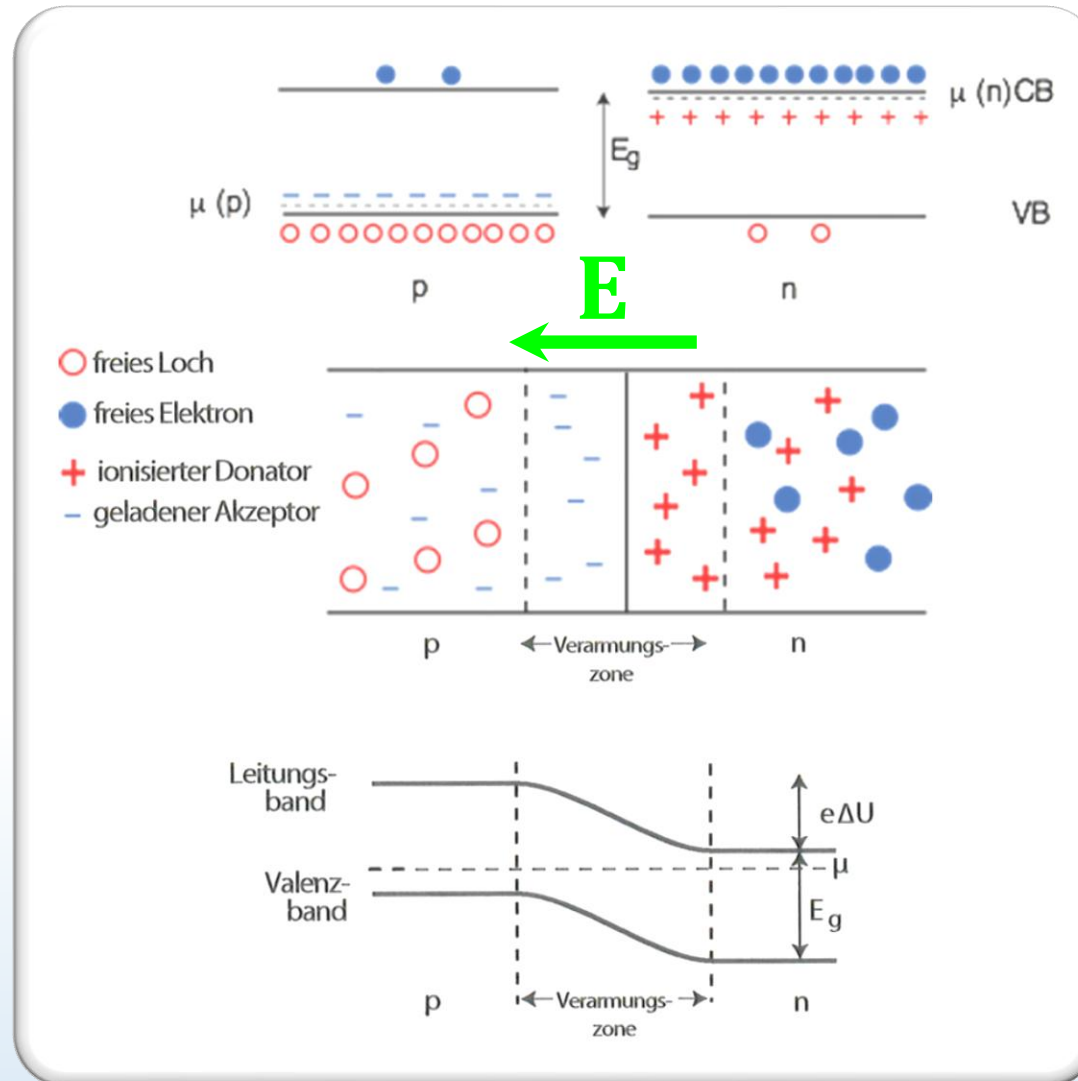
sichtbares Spektrum: 1,7 bis 3,1 eV

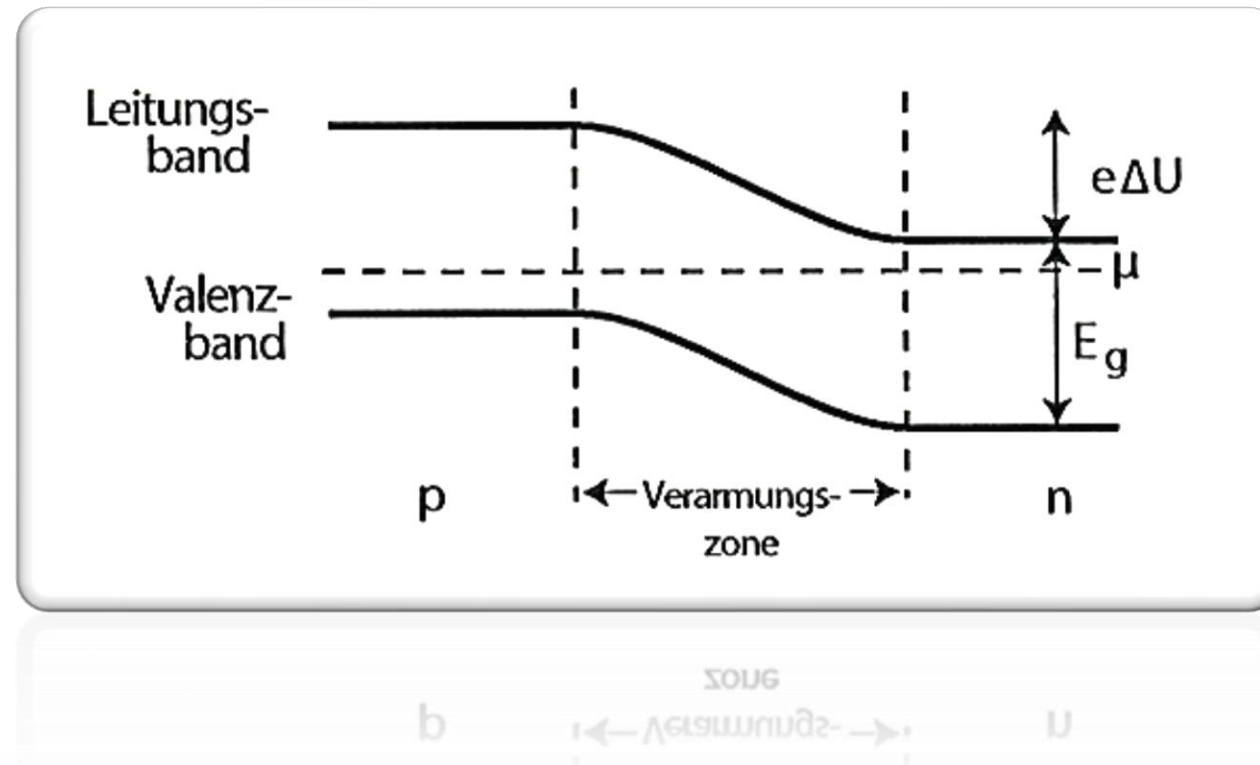
Halbleitergeräte



- Die Leitfähigkeit kann durch ein elektrisches Feld gesteuert werden.
- Verwandeln Sie Strom in Licht und andersherum.

Der p-n-Übergang (aus identischem Halbleitermaterial)





- Wie groß ist die Potentialdifferenz?
- Wie groß ist die Länge der Verarmungszonen?

Ursprung der Poisson-Gleichung

allgemeine Beziehung

$$\mathbf{D} = \epsilon\epsilon_0 \mathbf{E}$$

Maxwell-Gleichung

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0}$$

allgemeine Beziehung

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} U$$

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} U = -\frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0}$$

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0}$$

Der p-n-Übergang: quantitative Lösung

Annahme: keine freien Träger im Verarmungsgebiet

$$\rho_p = -eN_a \quad \text{und} \quad \rho_n = +eN_d$$

$$N_a d_p = N_d d_n$$

Poisson-Gleichung

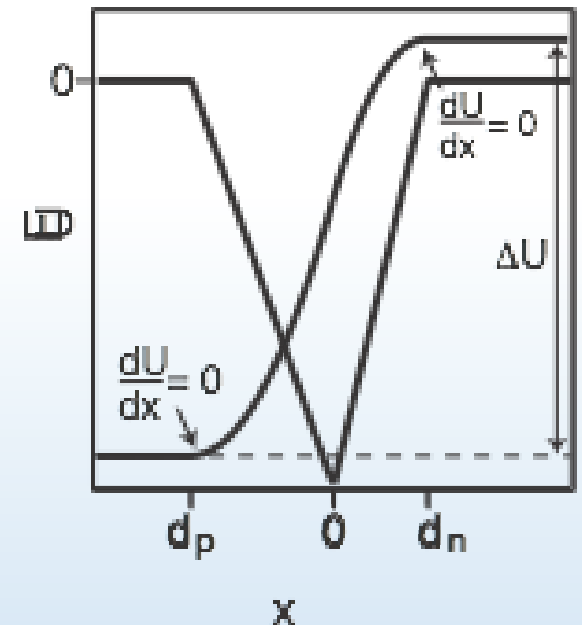
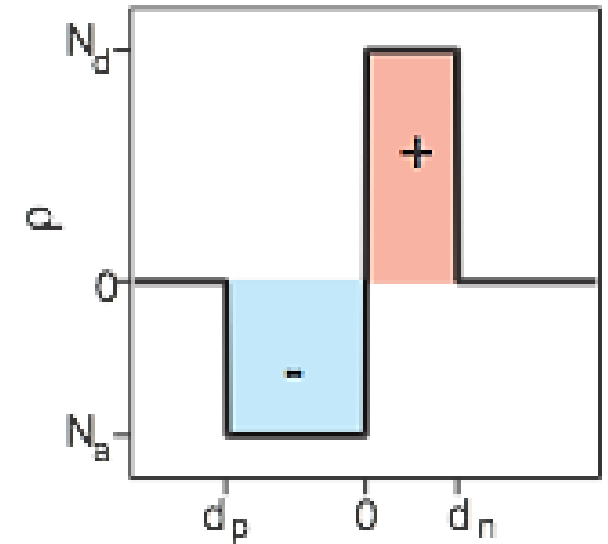
$$\frac{d^2 U}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}$$

Randbedingungen: U und dU/dx kontinuierlich

$$\left. \frac{dU}{dx} \right|_{x=-d_p, d_n} = 0$$

Ergebnis für die Gesamtpotenzialänderung

$$\Delta U = \frac{e}{2\epsilon\epsilon_0} (N_d d_n^2 + N_a d_p^2)$$



Der p-n-Übergang: quantitative Lösung

$$\Delta U = \frac{e}{2\epsilon\epsilon_0} (N_d d_n^2 + N_a d_p^2)$$



$$N_a d_p = N_d d_n$$

die Länge der Verarmungszone

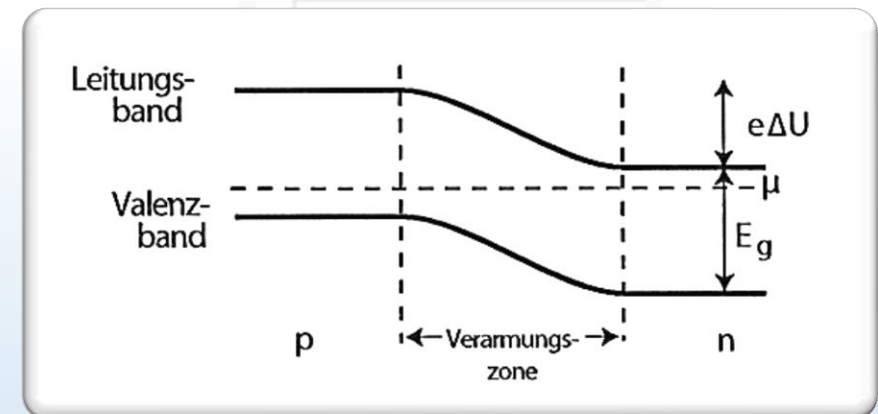
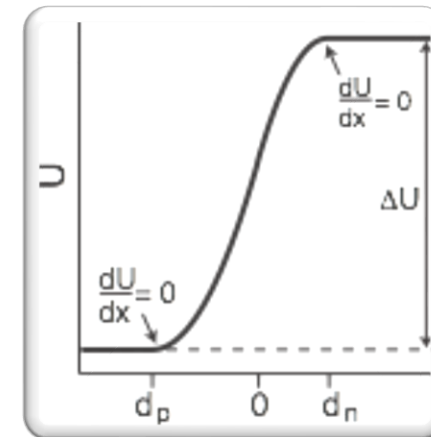
$$d_p = \left(\frac{\Delta U 2\epsilon\epsilon_0}{e N_a} \frac{N_d}{N_a + N_d} \right)^{1/2}$$

$$d_n = \left(\frac{\Delta U 2\epsilon\epsilon_0}{e N_d} \frac{N_a}{N_a + N_d} \right)^{1/2}$$

bei sehr niedrigen T

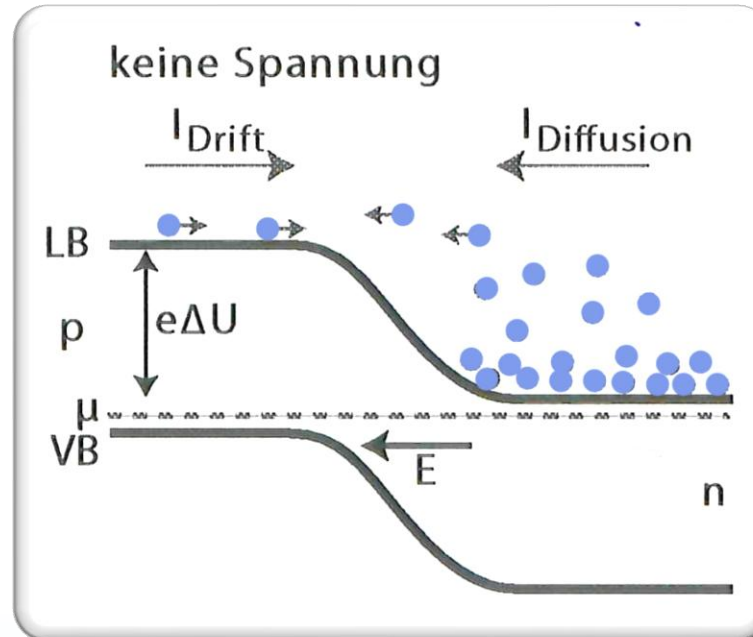
$$\Delta U \approx E_g$$

Die Länge der Verarmungszone liegt in der Größenordnung von 0,1 µm bis 1 µm.



Der p-n-Übergang mit einer angelegten Spannung

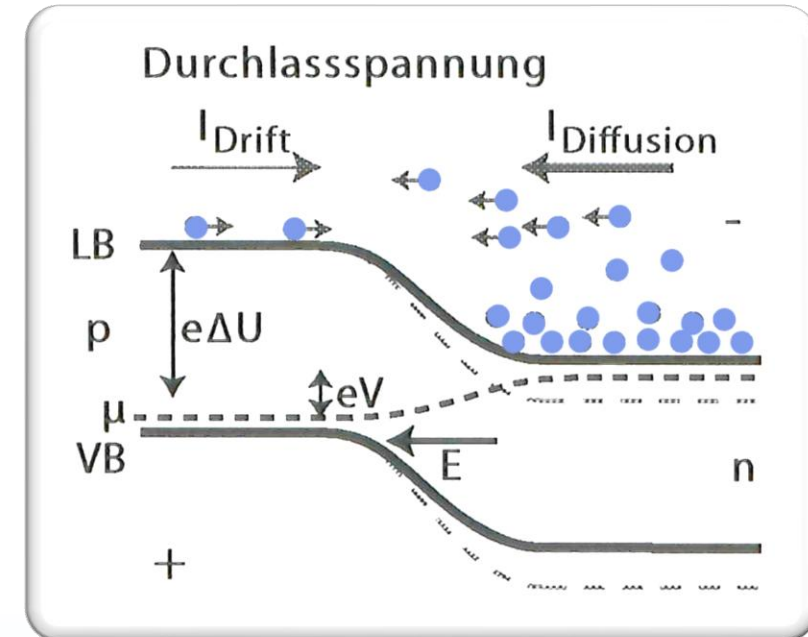
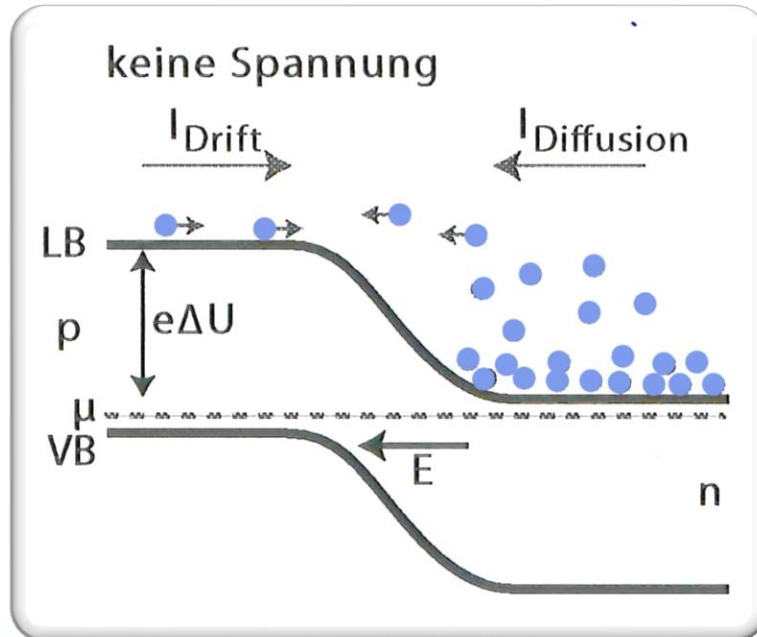
nur Elektronen berücksichtigen



Drift der Minoritätselektronen (p) und Streuung der Majoritätselektronen (n) gleich.

Der p-n-Übergang mit einer angelegten Spannung

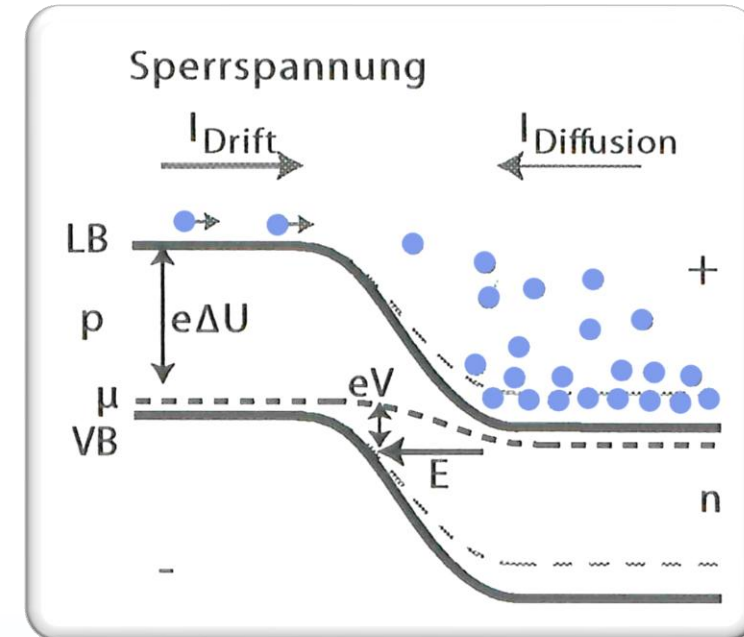
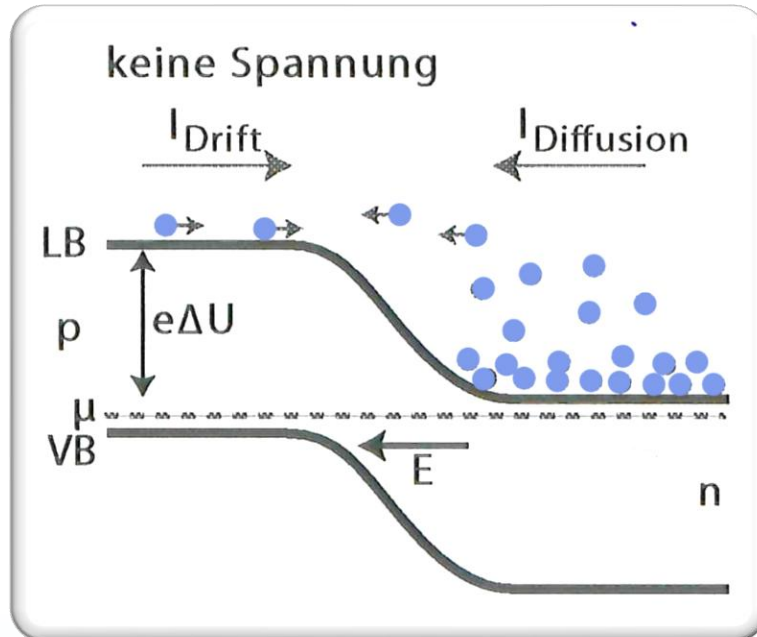
nur Elektronen berücksichtigen



Spannungsabfall nur über Verarmungszone.
Erhöhter Diffusionsstrom, Driftstrom unbeeinflusst.

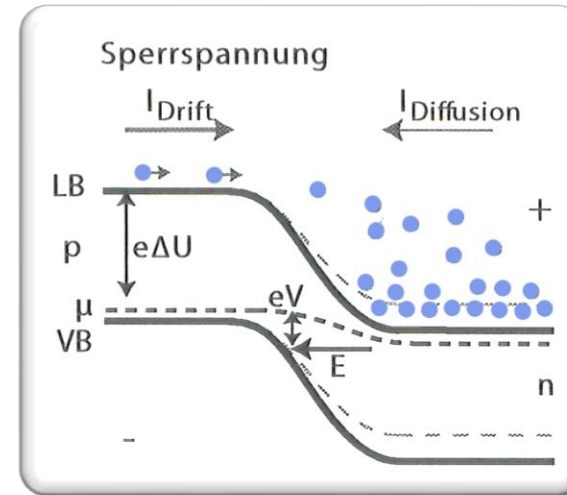
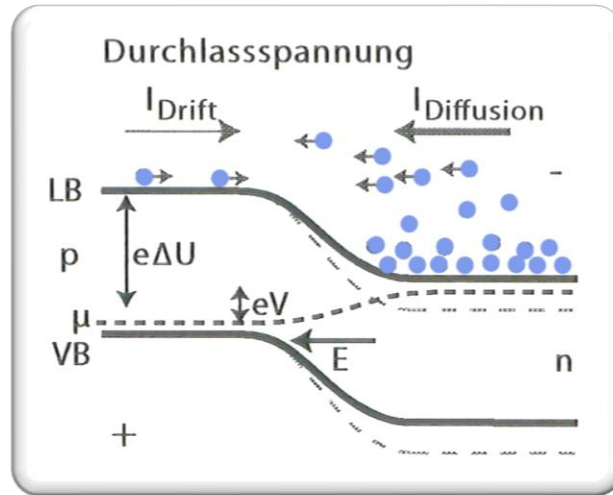
Der p-n-Übergang mit einer angelegten Spannung

nur Elektronen berücksichtigen



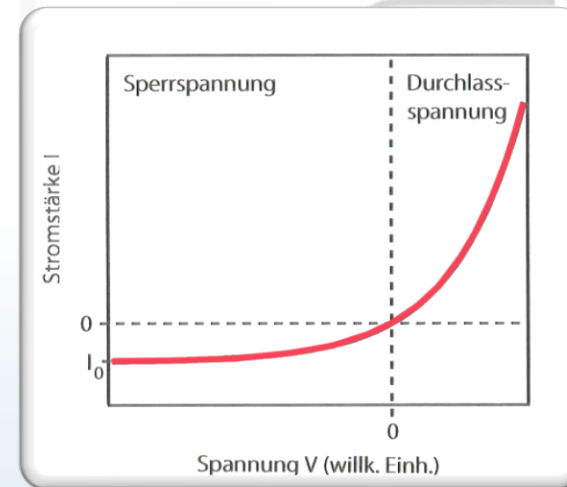
Spannungsabfall nur über Verarmungszone.
Verringerter Diffusionsstrom, Driftstrom unbeeinflusst.

Der p-n-Übergang mit einer angelegten Spannung



exponentieller Anstieg in
Vorwärtsrichtung

Abnahme und evtl. kleiner
Sättigungsstrom in
Sperrrichtung.



$$I = I_{\text{diffusion}} - I_{\text{drift}} = I_0(e^{eV/k_B T} - 1)$$

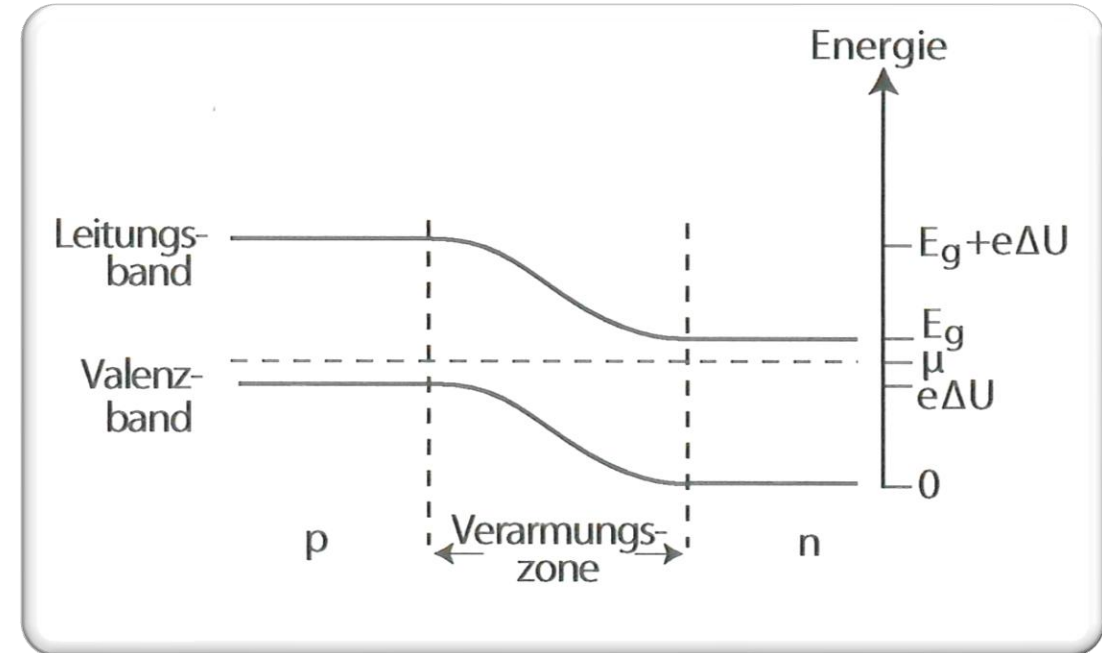
(sehr ungefähre) quantitative Lösung

Berechnung der Ladungsträgerdichten
außerhalb der Verarmungszone

wir verwenden

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} \approx e^{(\mu-E)/k_B T}$$

$$1 - f(E) = 1 - \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} \approx e^{(E-\mu)/k_B T}$$



für Elektronen

Für Löcher

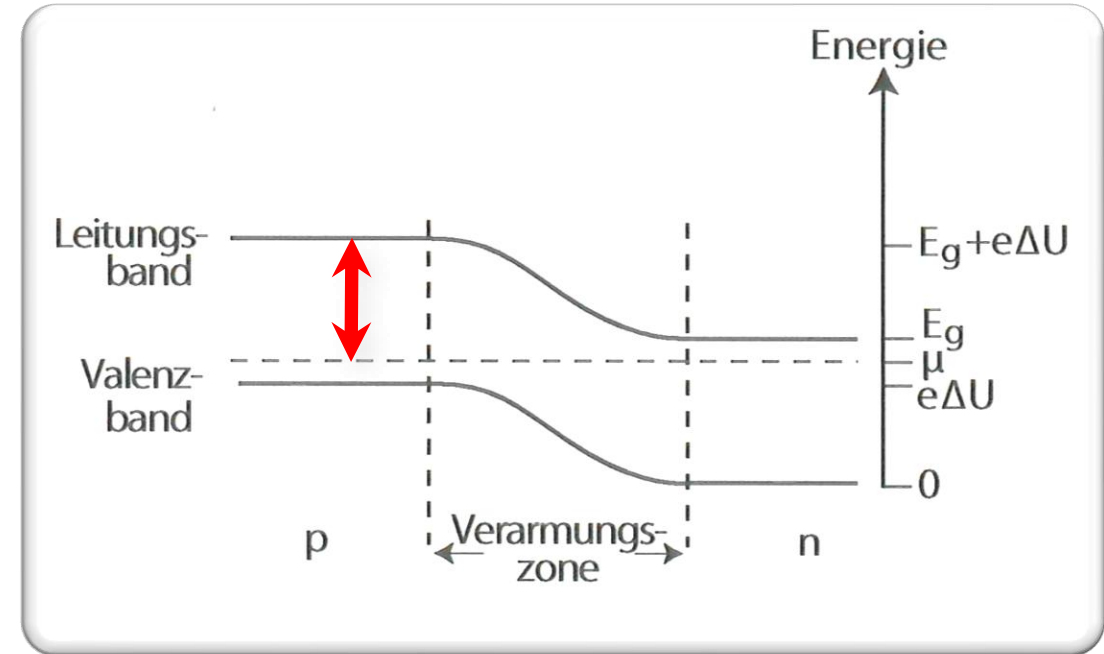
(sehr ungefähre) quantitative Lösung

Berechnung der Ladungsträgerdichten
außerhalb des Verarmungsbereichs.

Das VB-Maximum der n-Seite
ist der Energienullpunkt.

wir verwenden

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} \approx e^{(\mu-E)/k_B T}$$



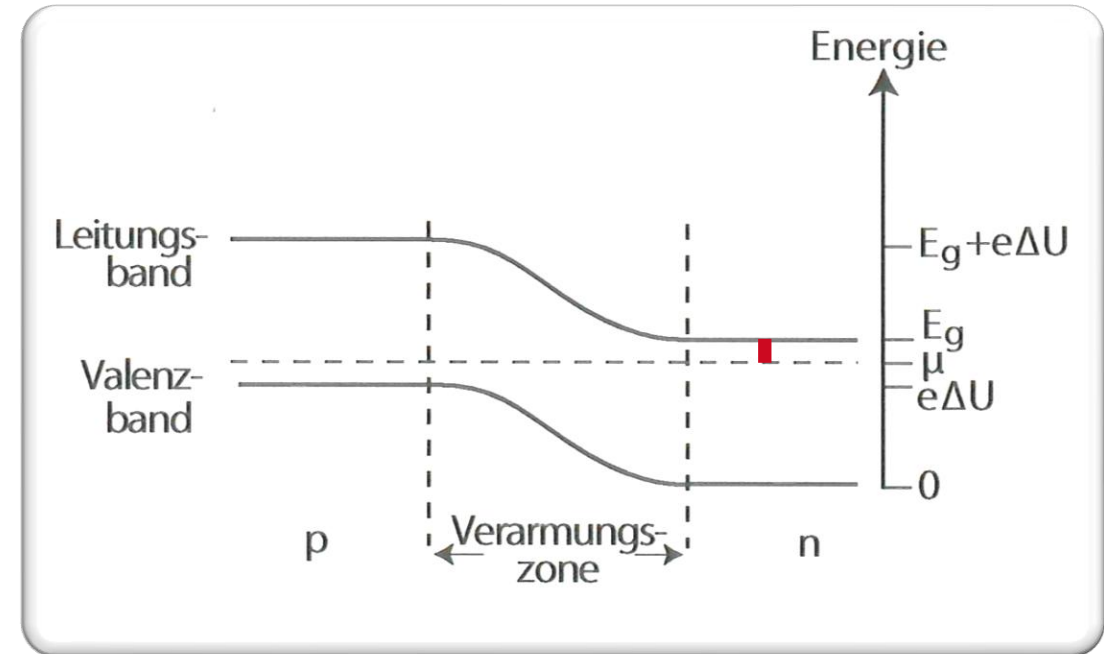
$$n_p = N_c e^{(\mu - E_g - e\Delta U)/k_B T}$$

(sehr ungefähre) quantitative Lösung

Berechnung der Ladungsträgerdichten
außerhalb der Verarmungszone.

wir verwenden

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} \approx e^{(\mu-E)/k_B T}$$



$$n_n = N_c e^{(\mu-E_g)/k_B T}$$

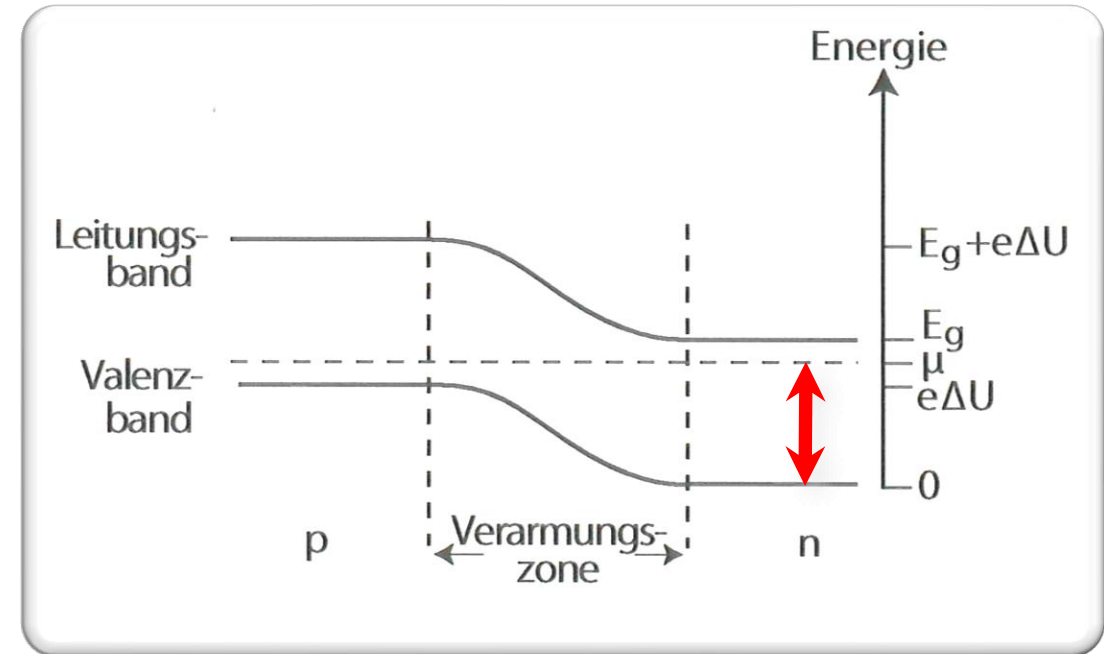
(sehr ungefähre) quantitative Lösung

Berechnung der Ladungsträgerdichten
außerhalb der Verarmungszone.

wir verwenden

$$1 - f(E) = 1 - \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} \approx e^{(E-\mu)/k_B T}$$

$$p_n = N_v e^{-\mu/k_B T}$$



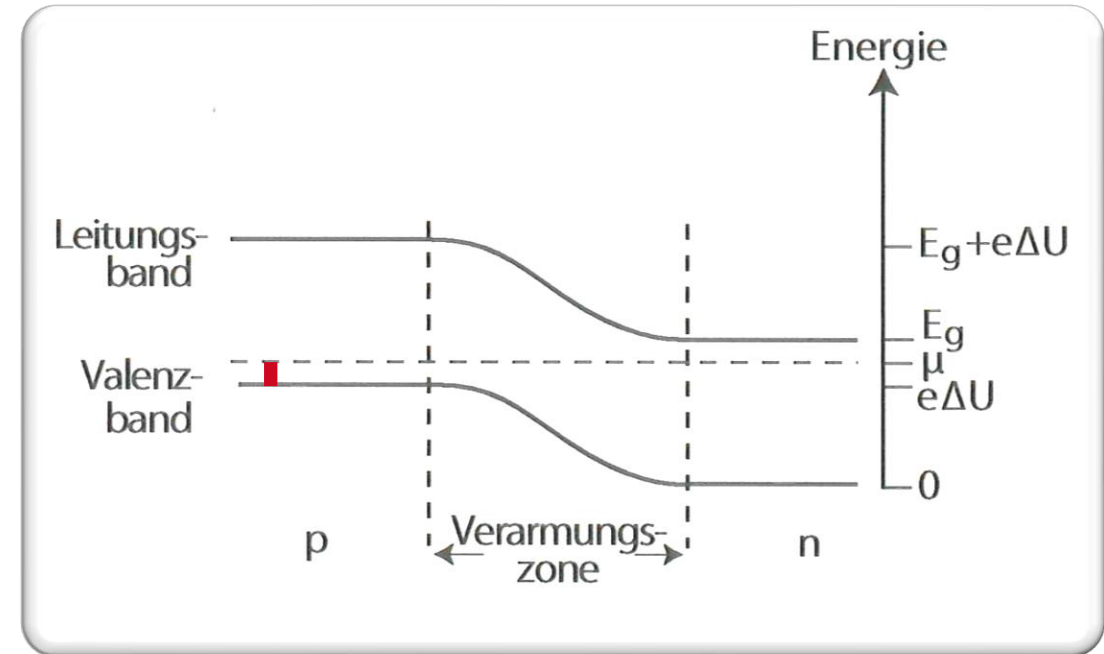
(sehr ungefähre) quantitative Lösung

Berechnung der Ladungsträgerdichten
außerhalb der Verarmungszone.

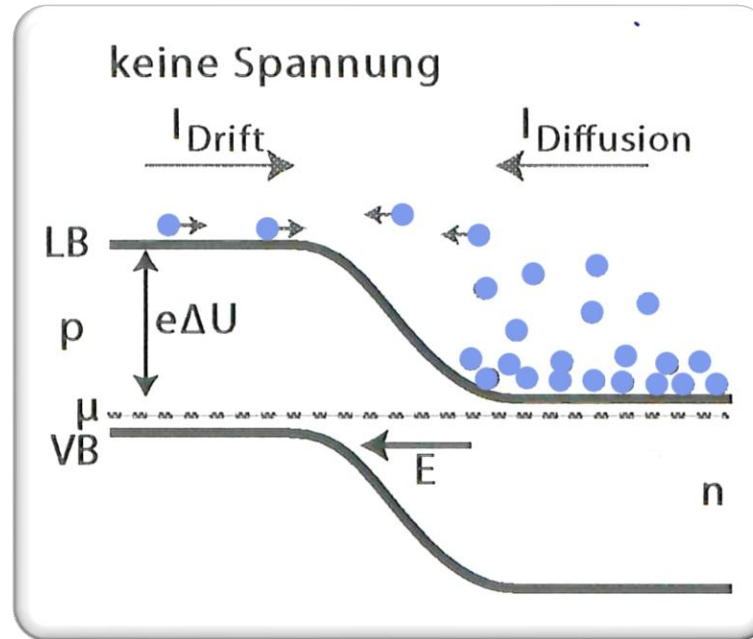
wir verwenden

$$1 - f(E) = 1 - \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} \approx e^{(E-\mu)/k_B T}$$

$$p_p = N_v e^{(e\Delta U - \mu)/k_B T}$$



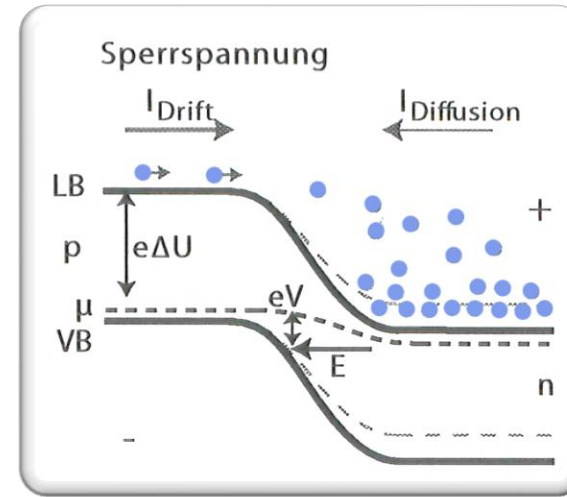
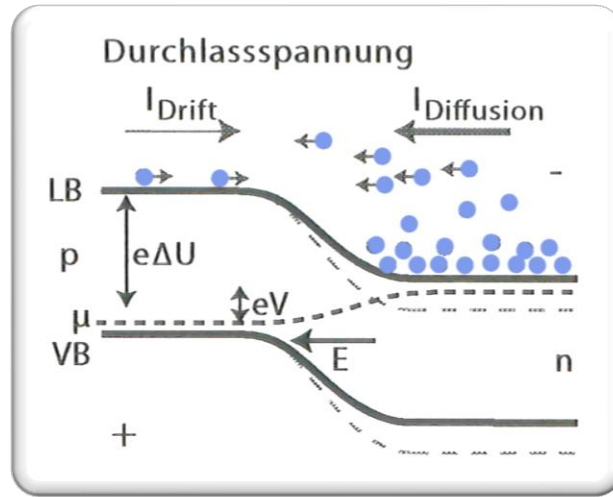
Der p-n-Übergang mit einer angelegten Spannung



zunächst keine Vorspannung berücksichtigen

$$|I_{diffusion}| = |I_{drift}| = |I_0| = C e^{(\mu - E_g - e\Delta U)/k_B T}$$

Der p-n-Übergang mit einer angelegten Spannung

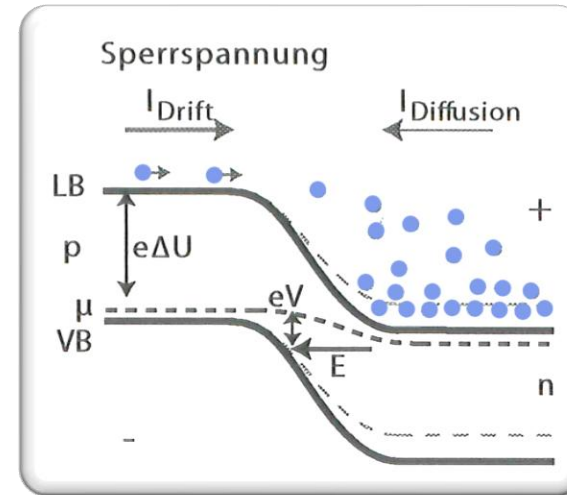
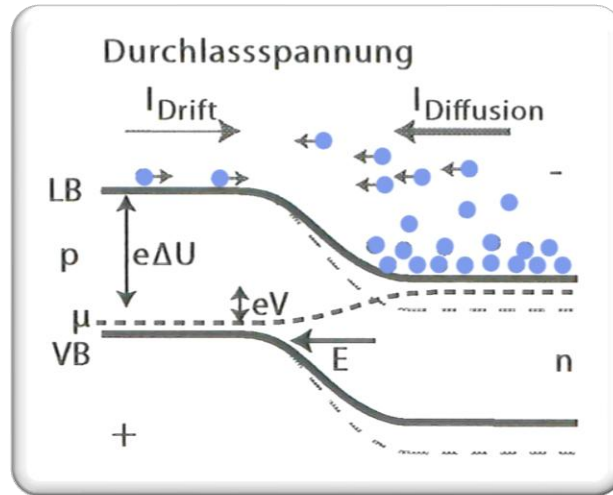


$$|I_{\text{drift}}| = |I_0| = C e^{(\mu - E_g - e\Delta U)/k_B T}$$

$$|I_{\text{diffusion}}| = C e^{((\mu + eV) - E_g - e\Delta U)/k_B T}$$

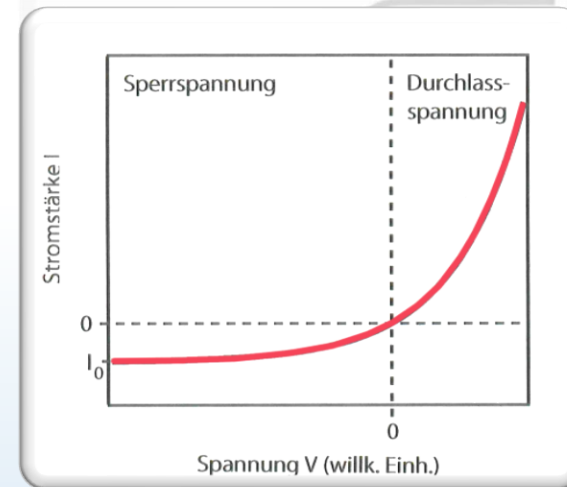
$$I = I_{\text{diffusion}} - I_{\text{drift}} = I_0 (e^{eV/k_B T} - 1)$$

Der p-n-Übergang mit einer angelegten Spannung



exponentieller Anstieg in
Vorwärtsrichtung

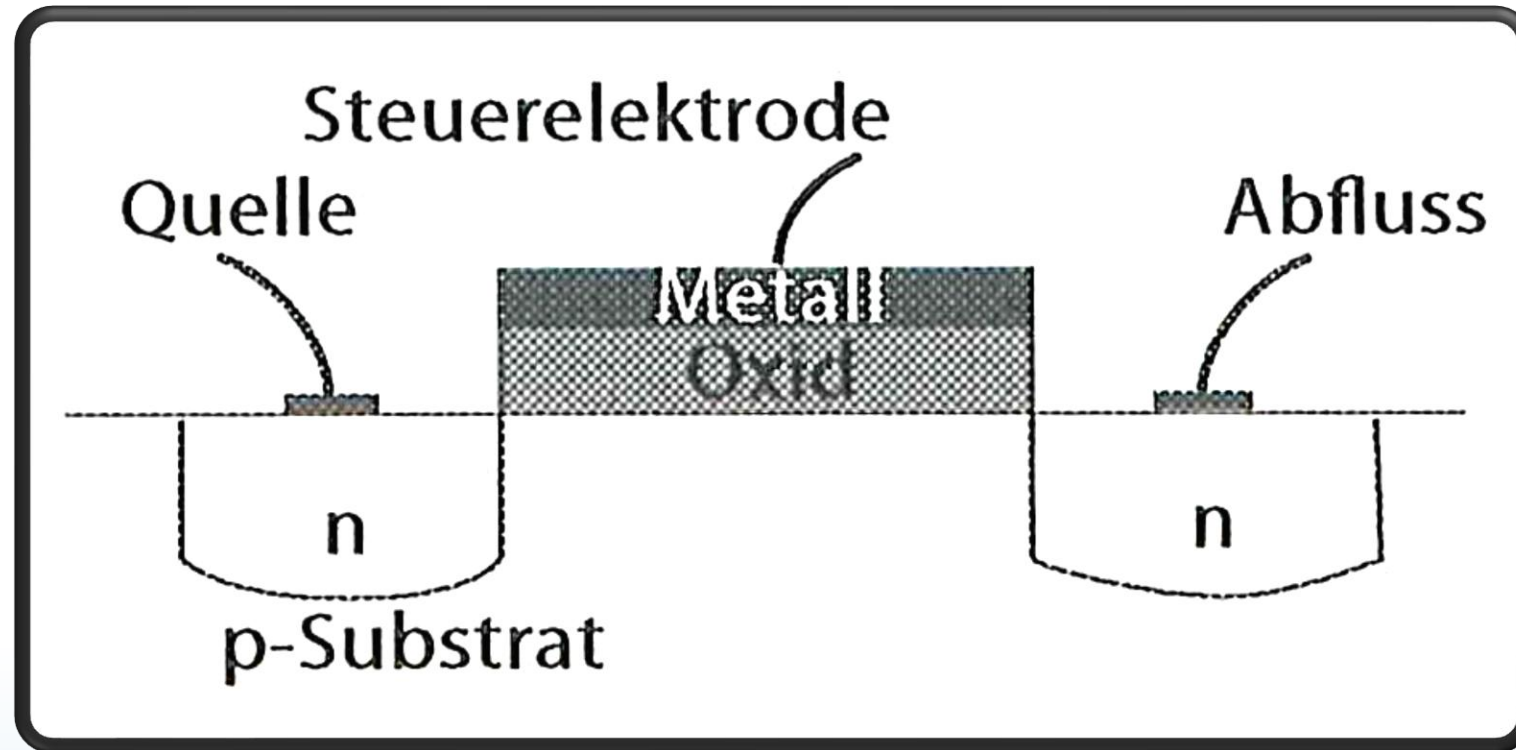
Abnahme und evtl. kleiner
Sättigungsstrom in
Sperrrichtung.



Transistoren

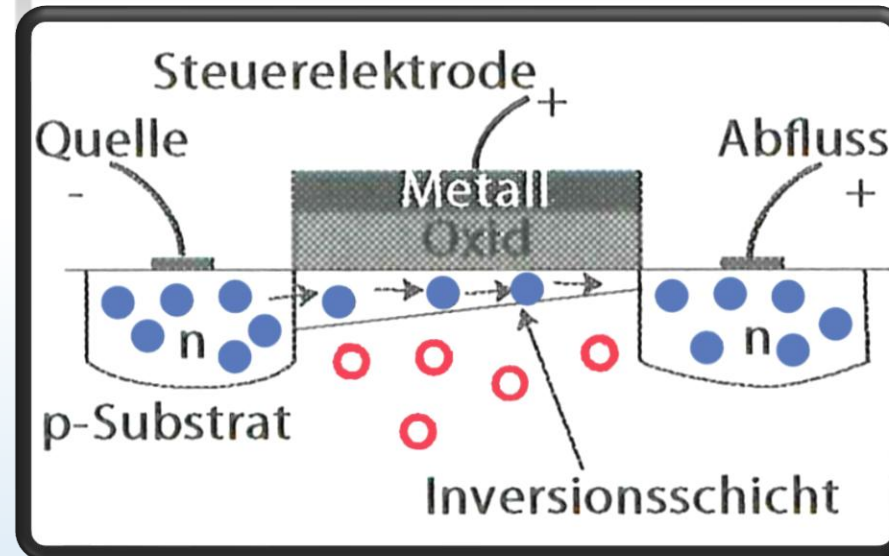
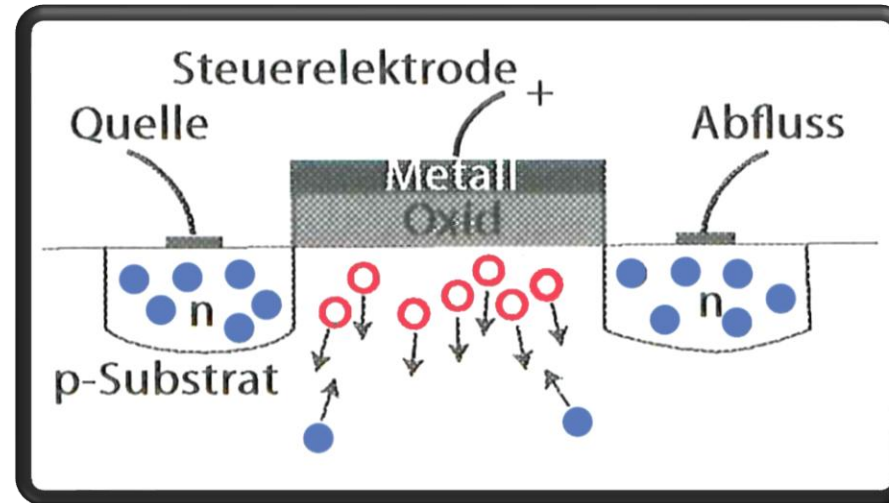
- Zwei Typen: Bipolartransistoren und Feldeffekttransistoren.
- Bipolartransistoren gibt es als Einzelgeräte und in integrierten Schaltungen.
- Feldeffekttransistoren sind nur in integrierten Schaltungen zu finden.
- Beide können als Verstärker und Schalter verwendet werden.

Der Metall-Oxid-Feldeffekt-Transistor (MOSFET)

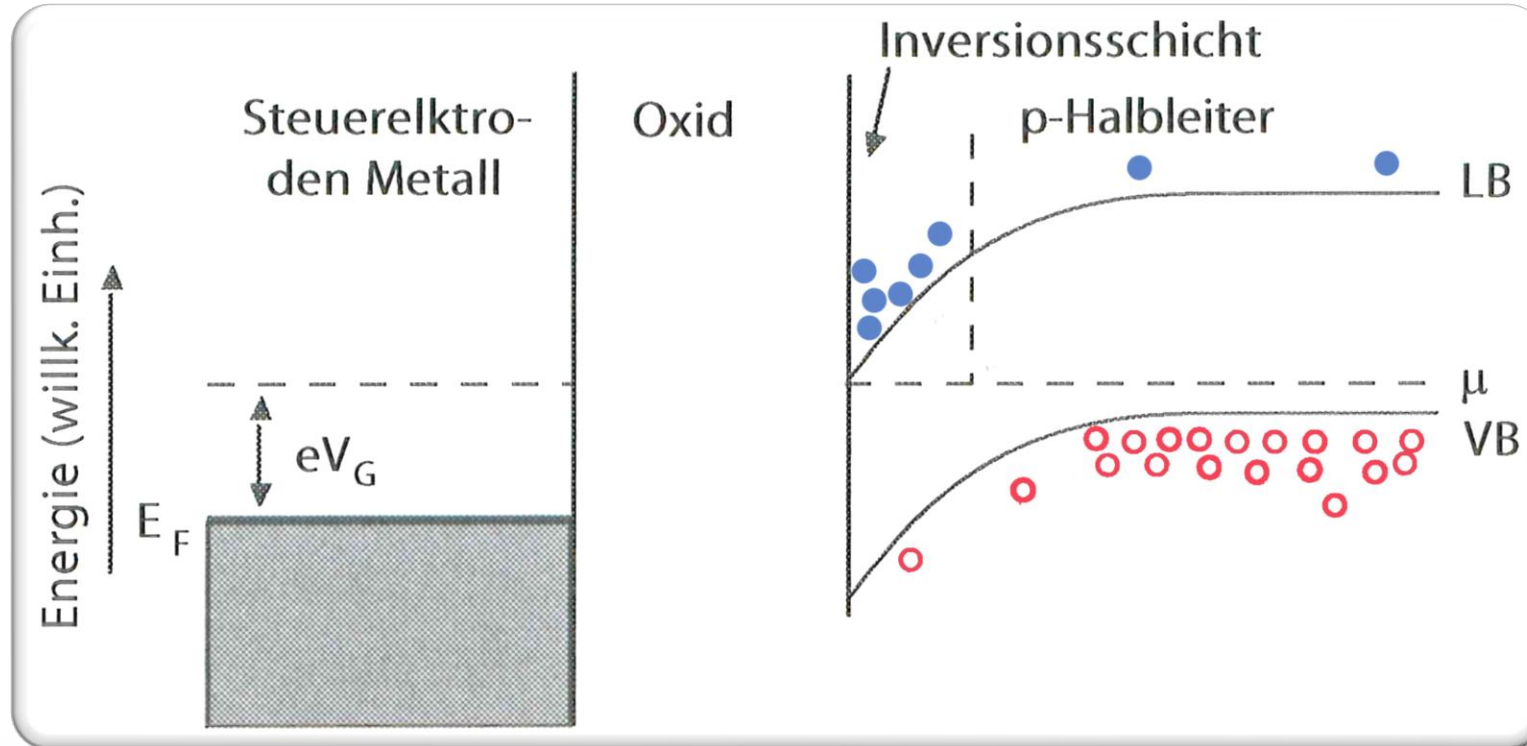


Der Feldeffekttransistor: Funktionsprinzip

$$U_{gate} > U_{threshold}$$

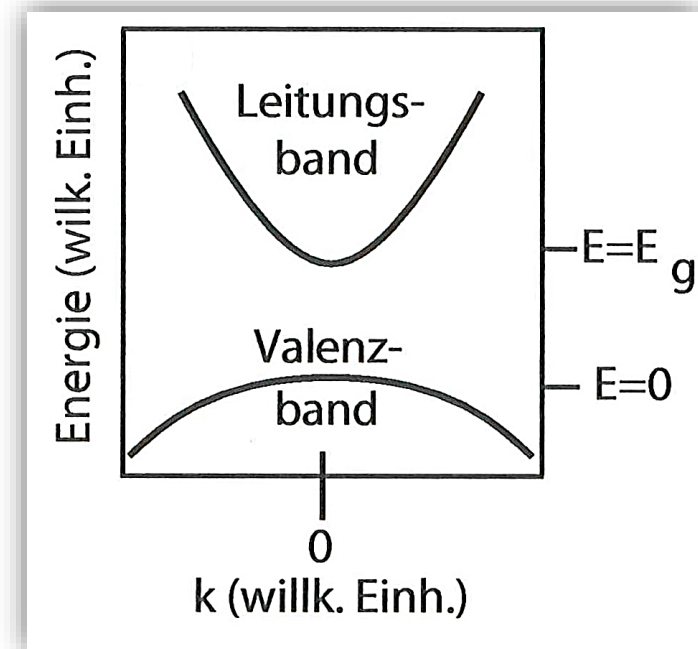
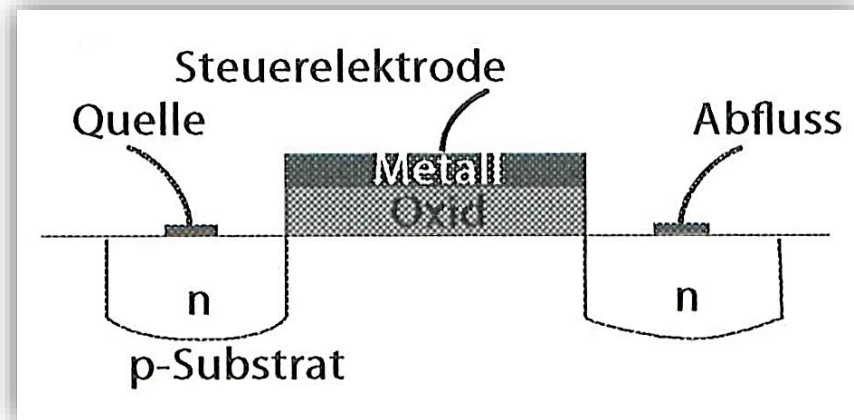


Der Feldeffekttransistor: Funktionsprinzip



- Die Gate-Spannung induziert eine Bandverbiegung in der Nähe der Grenzfläche.
- Für eine ausreichend hohe Spannung liegt das LB näher am chemischen Potential als das VB und der Halbleiter zeigt n-Typ-Verhalten.

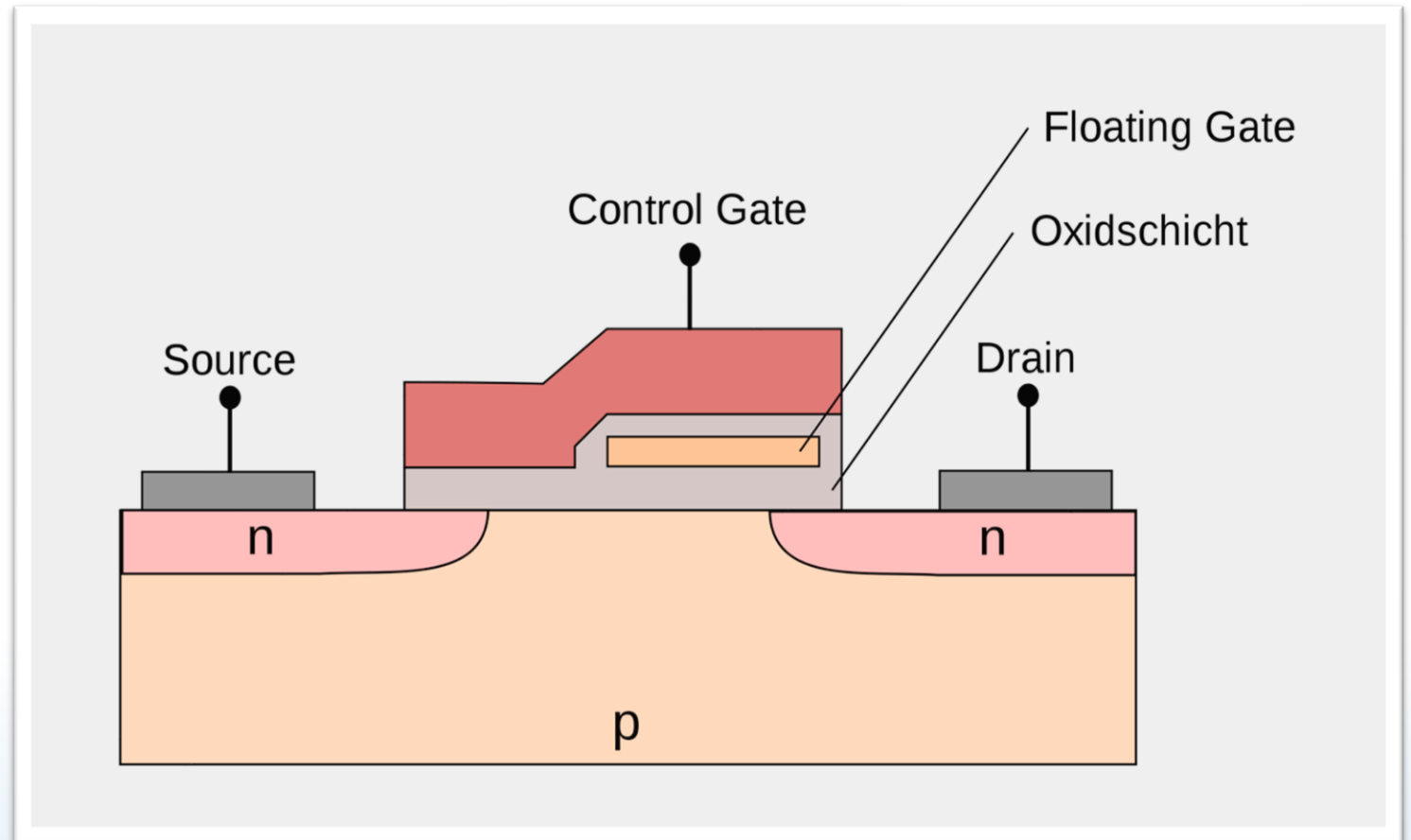
Der Feldeffekttransistor



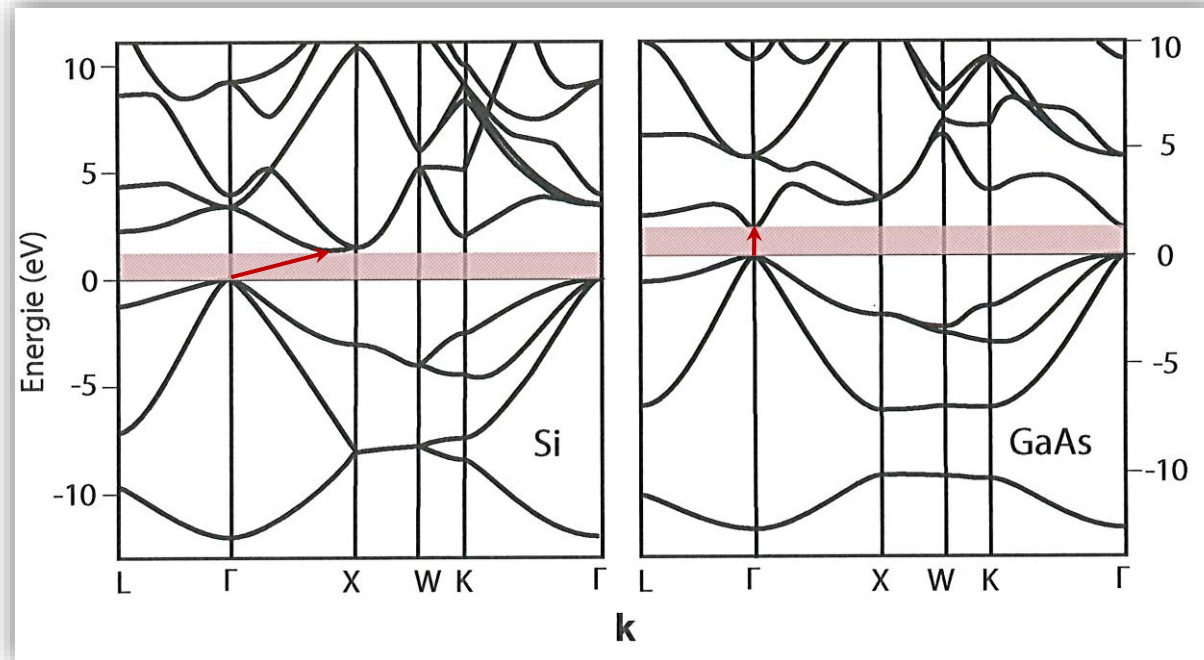
- pnp-MOSFETs sind ebenfalls möglich, haben aber den Nachteil, dass der Strom von den Löchern getragen wird.
- Löcher sind in den meisten Halbleitern schwerer als Elektronen.

Solid-State-FestplattenFlash-Speicher

- die meisten SSDs sind verpackter Flash-Speicher
- 1978 eingeführt und in einigen Apple-Produkten in den frühen 80er Jahren verwendet.
- schnell, nicht flüchtig, Kapazität von 1 TB auf 3,5' Scheibe

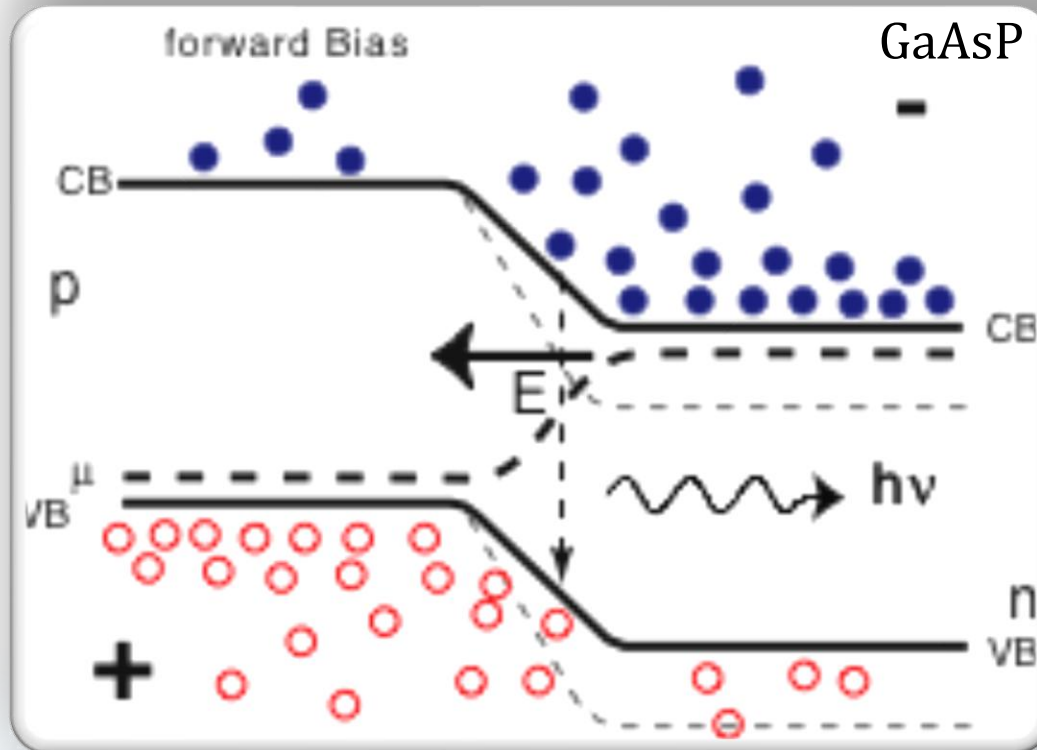


Optische Eigenschaften



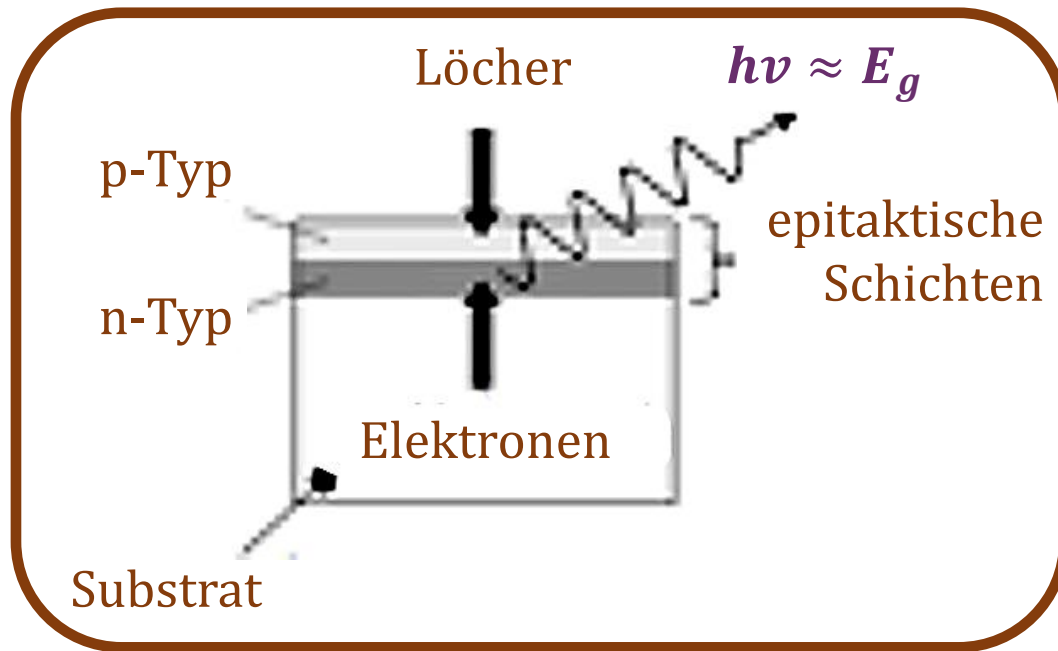
- Optische Photonen tragen zwar Energie, aber fast keinen Impuls.
- Ein Übergang mit einer Änderung von k kann daher nicht erreicht werden.

Licht emittierende Dioden (LED)



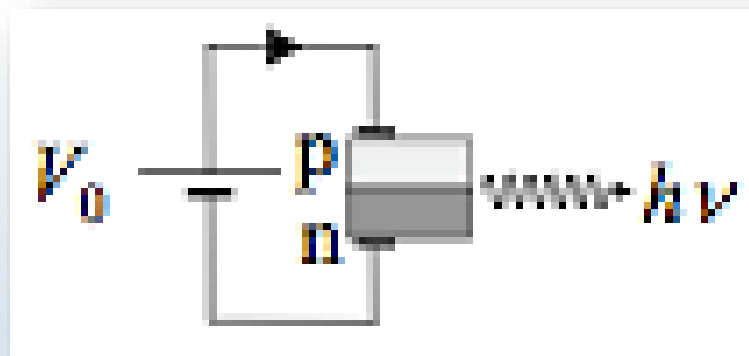
- p-n-Übergang eines Halbleiters mit direkter Bandlücke, der in Durchlassrichtung betrieben wird.
- Rekombination führt zu Lichtemission, Farbe durch Bandlücke gegeben.

Elektrolumineszenz



Epitaktisches Wachstum von hochreinen Licht emittierenden Schichten auf Einkristallen

MBE, MOCVD, LPE, ...

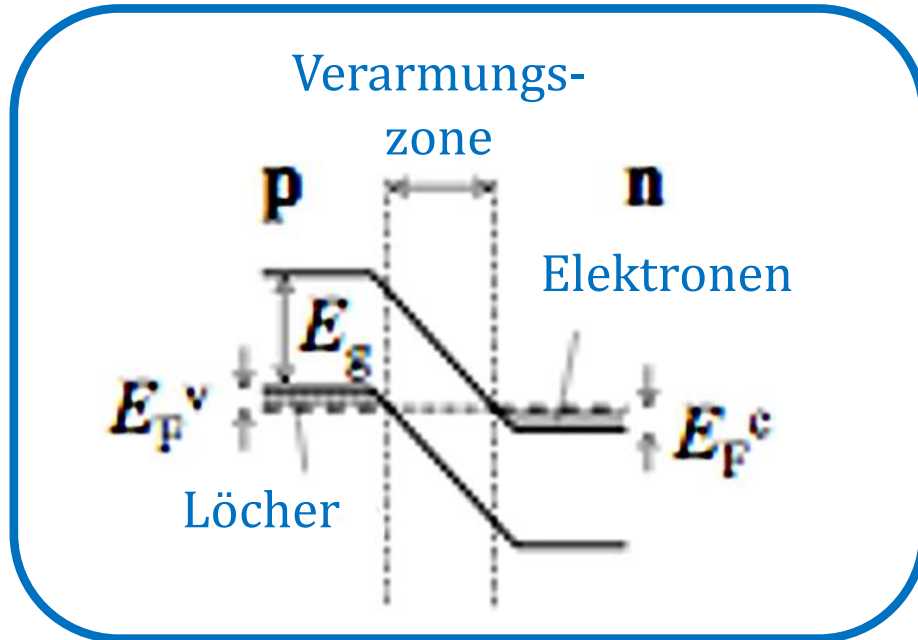


p-n Übergang in Durchlassrichtung

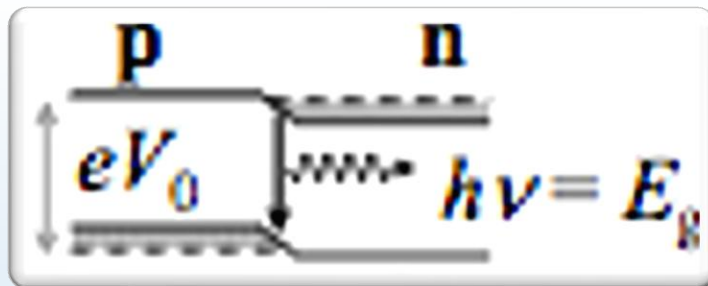
Elektronen und Löcher rekombinieren im Übergang

Photonenenergie $\approx E_g$

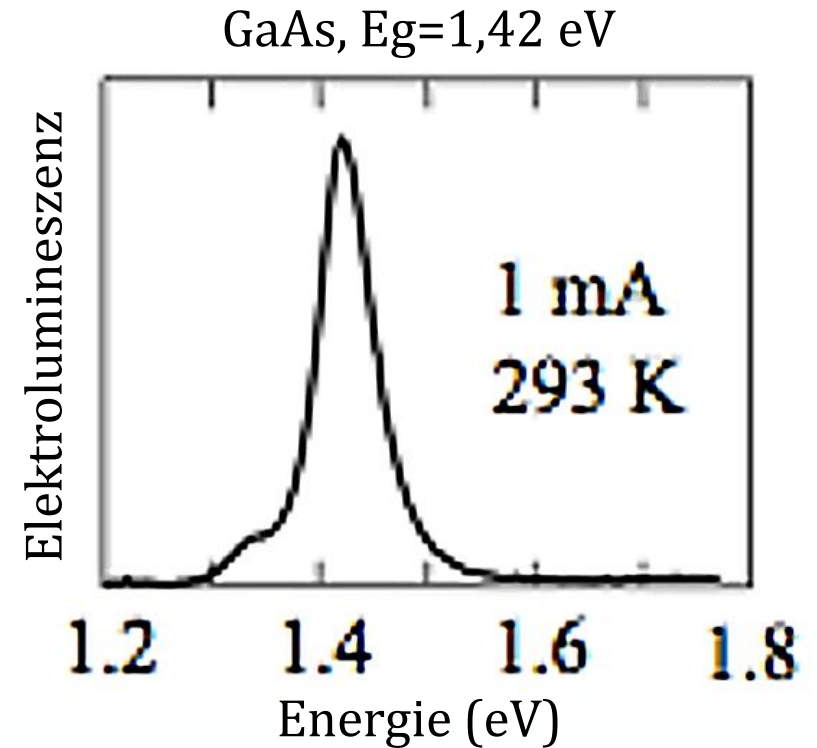
Übergangs-Elektrolumineszenz



(a) $V_0 = 0$



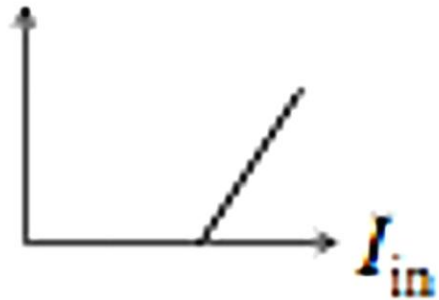
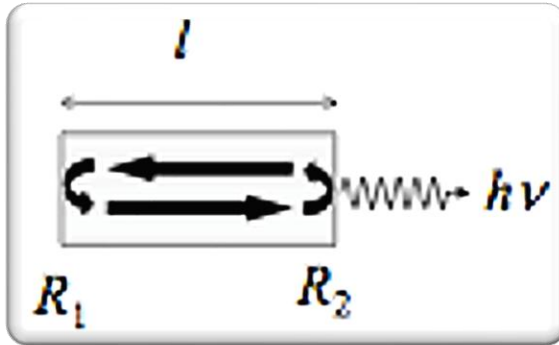
(b) $V_0 \approx +E_g/e$



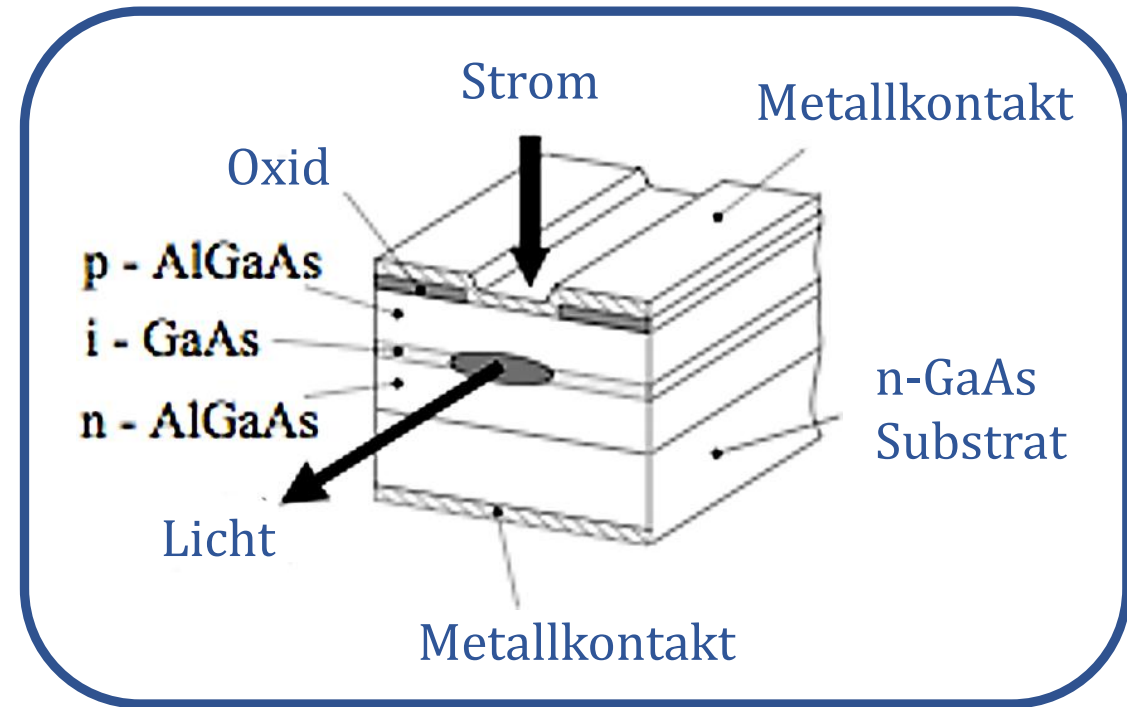
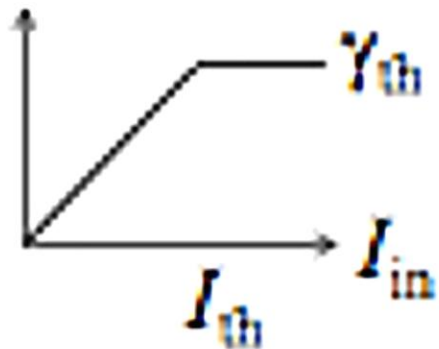
- Emission bei E_g
- Spannung $\sim E_g/e$
- Breite des Spektrums $\sim k_B T$

Diodenlaser

Ausgangs-
leistung

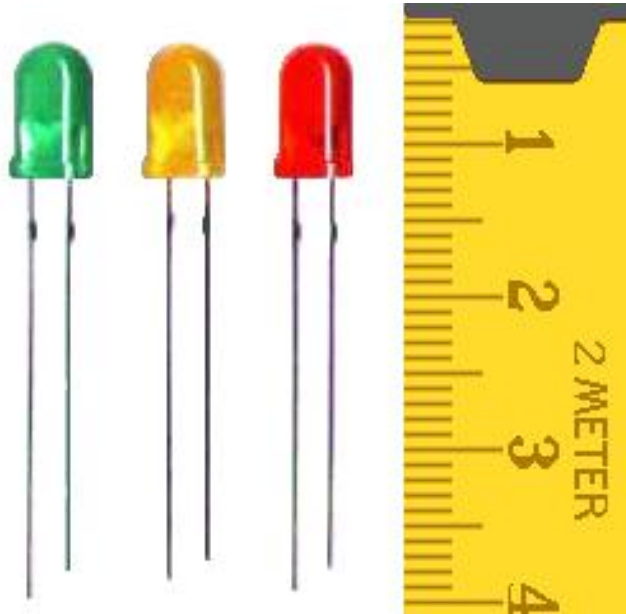


Amplituden-
verhältnis γ_v



- Facetten des Chips bilden die Spiegel
- Emissionswellenlänge $\sim hc/E_g$
- Linienbreite begrenzt durch die Resonanzmoden

Licht emittierende Dioden (LED)



Effizienz:

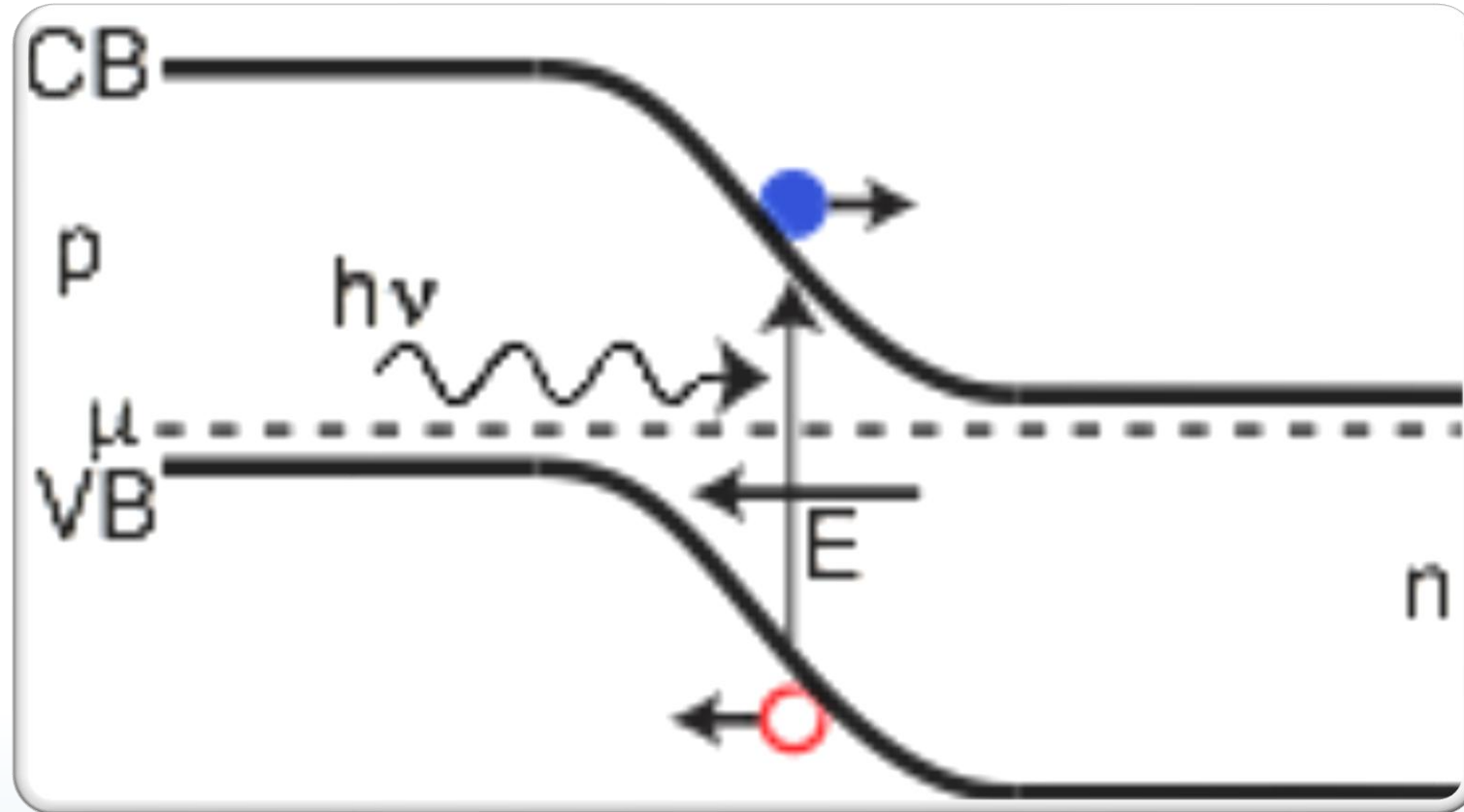
> 70 Lumen/Watt

eine "normale" Glühbirne

etwa 10 Lumen/Watt



Solarzelle



lichtinduzierte Spannung (Strom) für sperrgeschaltete Diode

Solarzelle

