

Vorlesung Metallische Funktionswerkstoffe SS 2026



Leibniz Institute
for Solid State and
Materials Research
Dresden



Dielektrika II

Dr. Ruben Hühne

*Arbeitsgruppe Funktionale Oxidschichten und Supraleiter
Institut für Metallische Werkstoffe
IFW Dresden, Helmholtzstrasse 20, D-01069 Dresden, Germany
Mail: r.huehne@ifw-dresden.de*

Inhalt

- Grundlegende Definitionen
- Makroskopische Beschreibung
- Mikroskopische Beschreibung
- Frequenzabhängigkeit dielektrischer Eigenschaften
- Grundlegende funktionale Effekte in dielektrischen Materialien
 - Piezoelektrizität
 - Pyroelektrizität
 - Elektrokalorik
 - Ferroelektrizität

Makroskopische Beschreibung

Elektrisches Feld führt zu lokalen mikroskopischen Dipolen

$$\vec{p} = q \cdot \vec{\delta}$$

Polarisation:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_{el}}{V}$$

Makroskopische Beschreibung:

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$$

ϵ_0 ... elektrische Feldkonstante

χ_e ... elektrische Suszeptibilität:

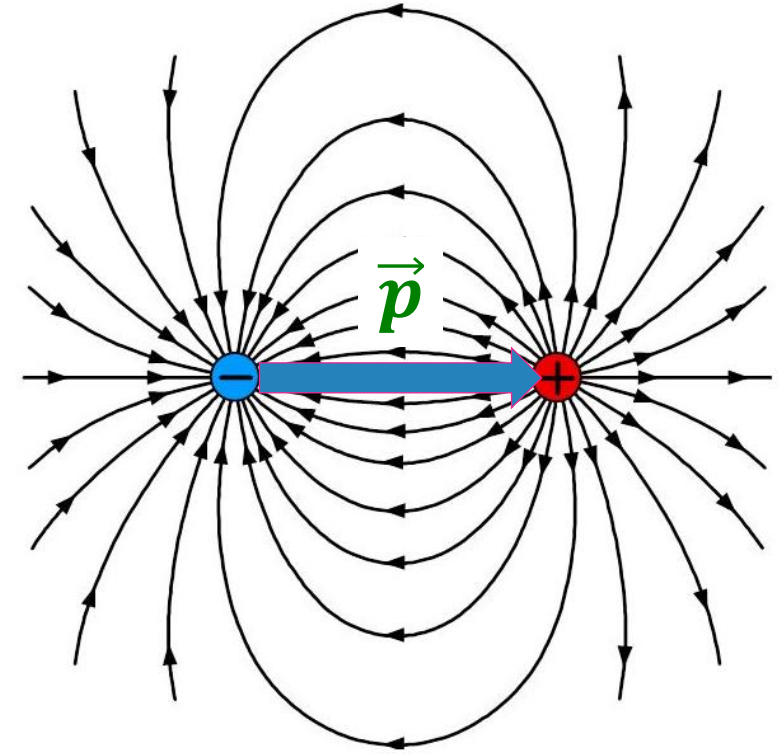
Dielektrizitätskonstante /
relative Permittivität:

$$\epsilon_r = \chi_e + 1$$

Dielektrische Verschiebung
(elektrische Fußdichte)

$$\vec{P} = \underbrace{\epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}}_{\vec{D}} - \epsilon_0 \vec{E}$$

Elektrischer Dipol (Feldlinienbild)



Plattenkondensator mit Dielektrikum

Plattenkondensator ohne Dielektrikum:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad C = \frac{A\epsilon_0}{d}$$

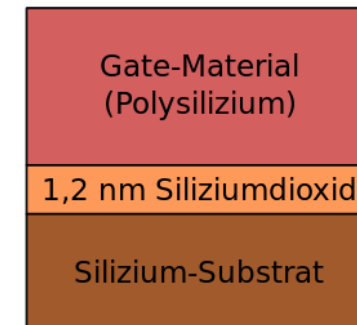
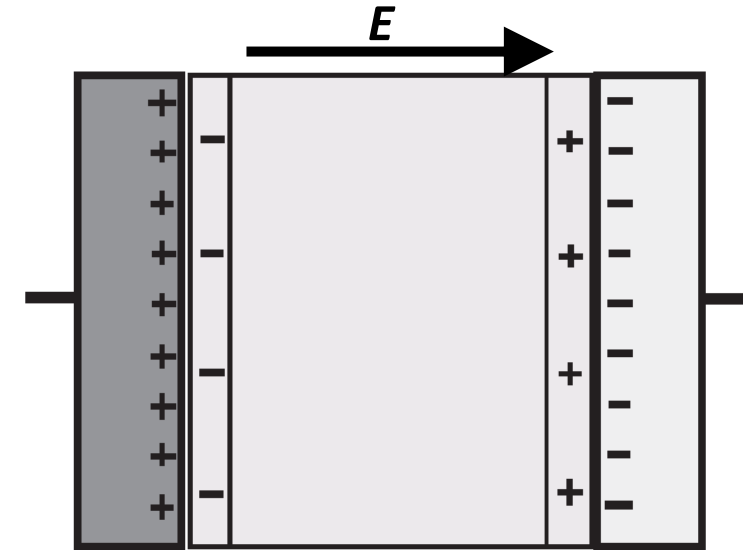
Plattenkondensator mit Dielektrikum:

$$E = \frac{(\sigma - P)}{\epsilon_0} \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

Kapazität des Plattenkondensators:

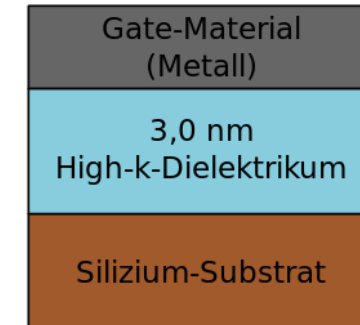
$$C = \frac{A\epsilon_r\epsilon_0}{d} \quad \epsilon_r = \frac{Qd}{UA\epsilon_0} = \frac{d}{UA\epsilon_0} \int I(t)dt$$

→ Erhöhung der Kapazität um den Faktor ϵ_r



typischer Prozess in
90-nm-Technik

MOS-Kapazität: 1×
Leckstrom: 1×



prinzipieller Aufbau
mit High-k-Dielektrikum

MOS-Kapazität: 1,6×
Leckstrom: 0,01×

Mikroskopische Beschreibung

Verschiebungspolarisation

auch „elektronische“ Polarisierbarkeit

Für ein Atom:

$$\vec{p}_{elek} = \epsilon_0 \alpha_e \vec{E}_{lok} \quad \alpha_e \approx \frac{Ze^2}{\epsilon_0 \omega_0^2 m_e}$$

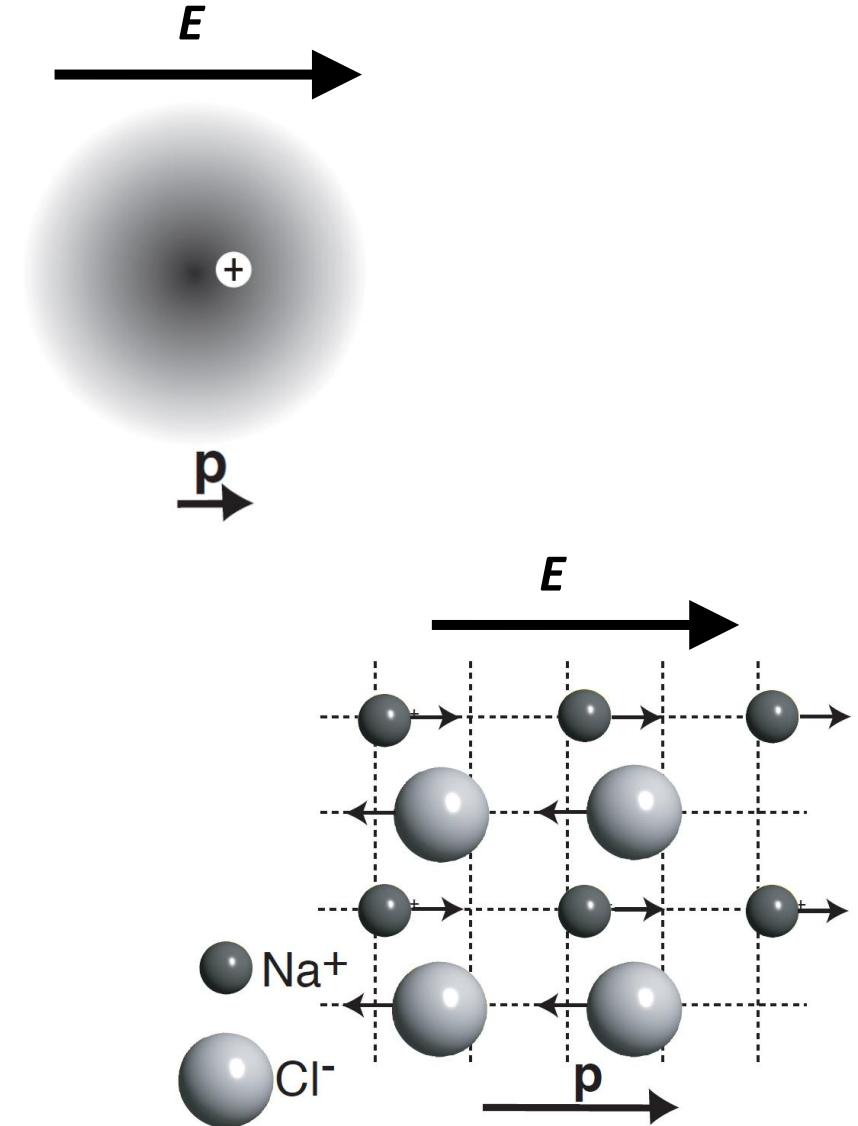
α_e ...atomare/elektronische Polarisierbarkeit

Ionenpolarisation

Verschiebung von Anionen und Kationen,
oft bei Ionenkristallen:

$$\vec{p}_{ion} = \epsilon_0 \alpha_i \vec{E}_{lok} \quad \alpha_i = \frac{q^2}{\epsilon_0 \omega_0^2 \mu}$$

α_i ...Ionenpolarisierbarkeit



Mikroskopische Beschreibung

Orientierungspolarisation

auch Dipolpolarisierbarkeit

Ausrichtung permanenter Dipole im Feld

$$\langle \vec{p} \rangle = \epsilon_0 \alpha_d \vec{E}$$

$$\alpha_d = \frac{p^2}{3\epsilon_0 k_B T}$$

α_d ...Dipolpolarisierbarkeit

Raumladungspolarisation

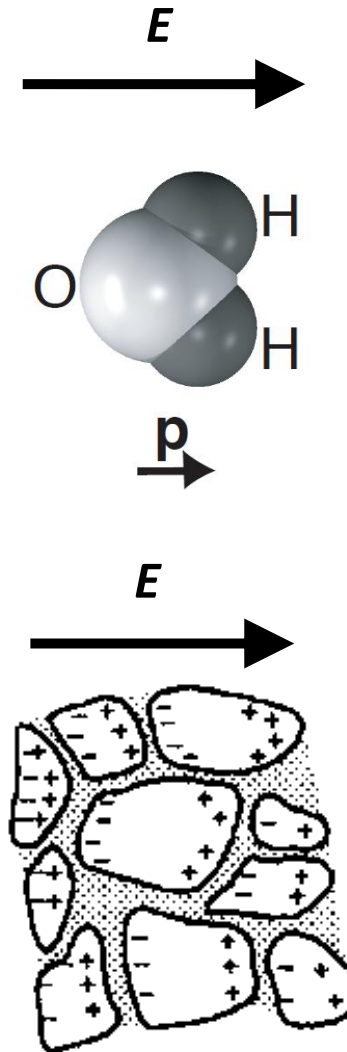
Kein dielektrischer Effekt, sondern Ionenleitung bei nicht perfekten Dielektrika

$$\vec{p} = \epsilon_0 \alpha_s \vec{E}$$

α_s ...Raumladungspolarisierbarkeit

Meist gilt:

$$\alpha_e \ll \alpha_i \ll \alpha_d \ll \alpha_s$$



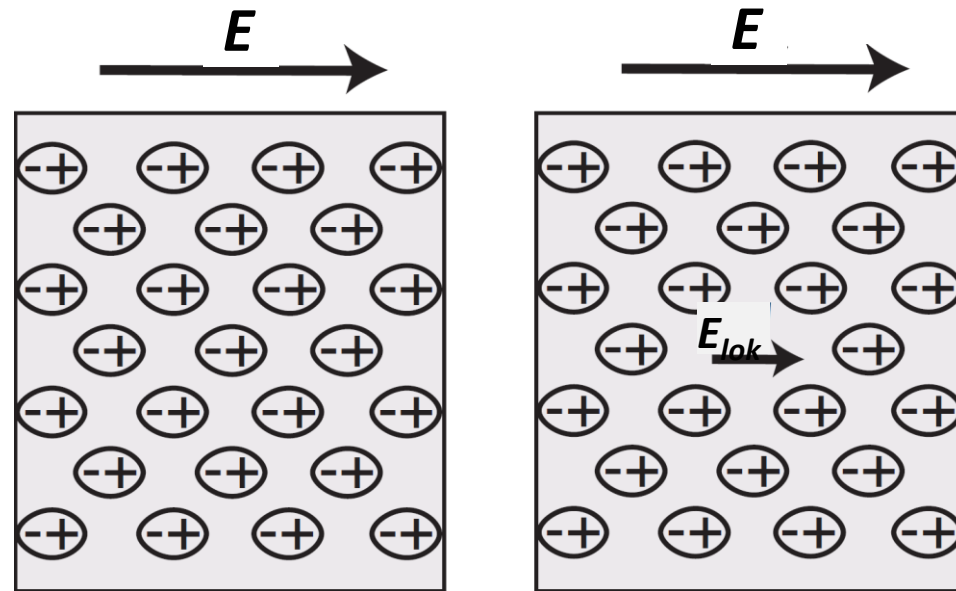
Lokales Feld im Dielektrikum

Lorentz-Beziehung:

$$E_{lok} = E + \frac{1}{3\epsilon_0} P$$

$$E_{lok} = \frac{1}{3}(\epsilon_r + 2)E$$

Feld ist größer als mittleres Feld im Dielektrikum!

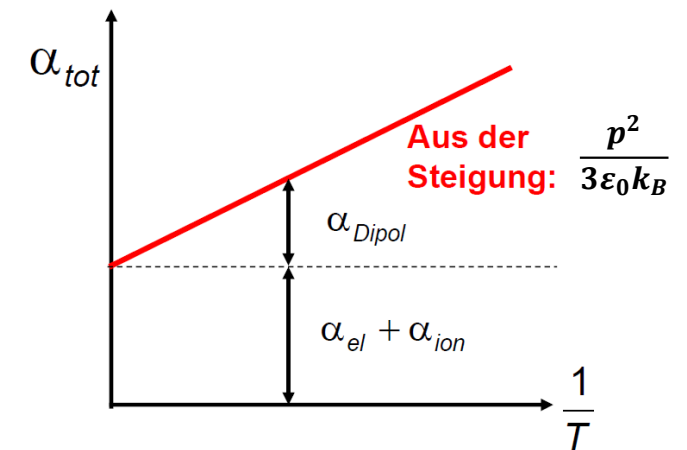


$$\alpha_e = \frac{(\epsilon_r - 1)}{(\epsilon_r + 2)} \frac{3V}{N}$$

Clausius-Mossotti Beziehung für elektrische Polarisierbarkeit

$$\alpha_e = \frac{(\epsilon_r - 1)}{(\epsilon_r + 2)} \frac{3V}{N} - \frac{p^2}{3\epsilon_0 k_B T}$$

Debye-Beziehung bei zusätzlichen permanenten Dipolen

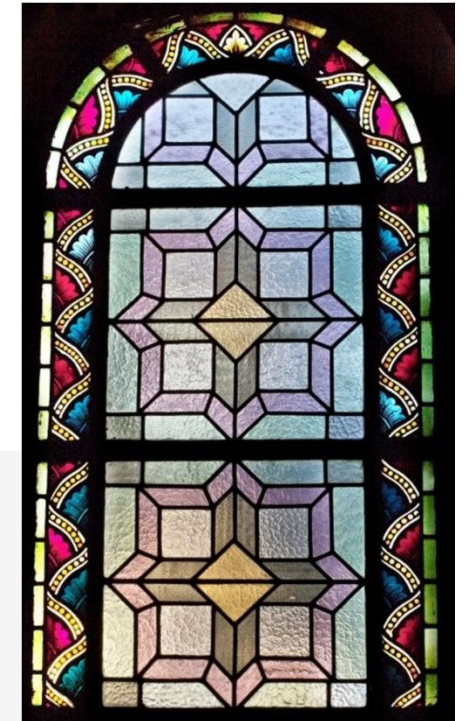
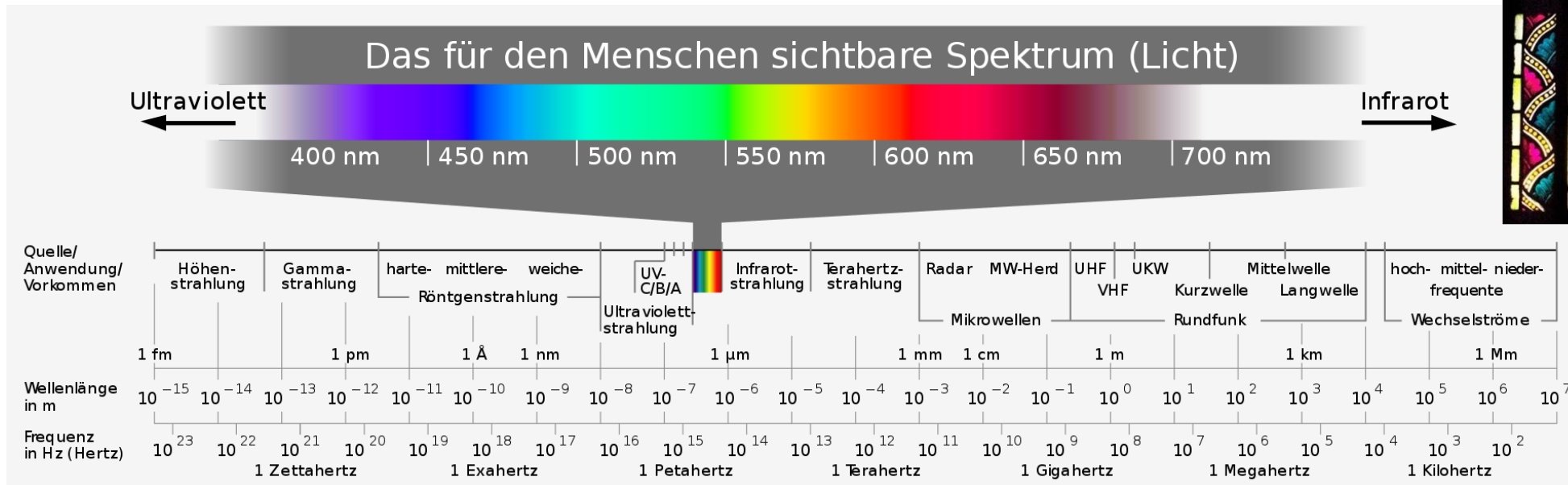


Frequenzabhängigkeit dielektrischer Eigenschaften

Bisher: statische Betrachtung

$$\vec{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} - \epsilon_0 \vec{E}$$

Wechselwirkung elektromagnetischer Wellen
(z.B. Licht) mit Dielektrika



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Beschreibung von Licht als elektromagnetische Welle

$$E(z, t) = E_0 e^{i(kz - \omega t)}$$

mit $k = \frac{2\pi N}{\lambda_0}$

Wellenzahl

$$N = \underbrace{n}_{\text{Brechung}} + \underbrace{i\kappa}_{\text{Dämpfung}}$$

komplexer Brechungsindex

Brechung Dämpfung

Alternative Beschreibung mit komplexer dielektrischer Funktion ϵ

$$N = \sqrt{\epsilon} = \sqrt{\epsilon_r + i\epsilon_i}$$

$$E(z, t) = E_0 e^{i((2\pi N/\lambda_0)z - \omega t)}$$

$$c = \frac{\lambda_0 \omega}{2\pi}$$

$$E(z, t) = E_0 e^{i((\omega\sqrt{\epsilon}/c)z - \omega t)}$$

Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Metalle mit freien Leitungselektronen (Drude-Modell):

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{ne^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

Plasmafrequenz:

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m_e \epsilon_0}$$

Elektrische Feld einer Welle entlang z-Achse:

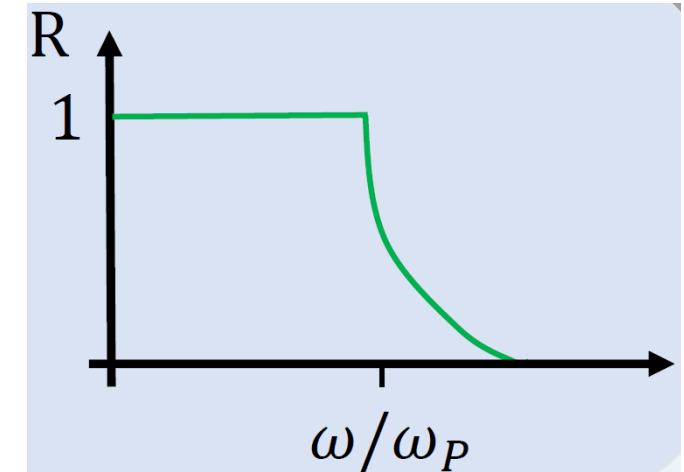
$$E(z, t) = E_0 e^{i((\omega\sqrt{\epsilon}/c)z - \omega t)}$$

$$\sqrt{\epsilon} = \sqrt{\epsilon_r + i\epsilon_i}$$

$\omega < \omega_p$: ϵ wird negativ $\rightarrow \sqrt{\epsilon}$ wird imaginär $\rightarrow$ exponentiell gedämpftes Eindringen (d.h. Reflexion)

$\omega > \omega_p$: ϵ wird positiv $\rightarrow \sqrt{\epsilon}$ wird reell $\rightarrow$ Ausbreitung der Lichtwelle im Material

Reflektivität R



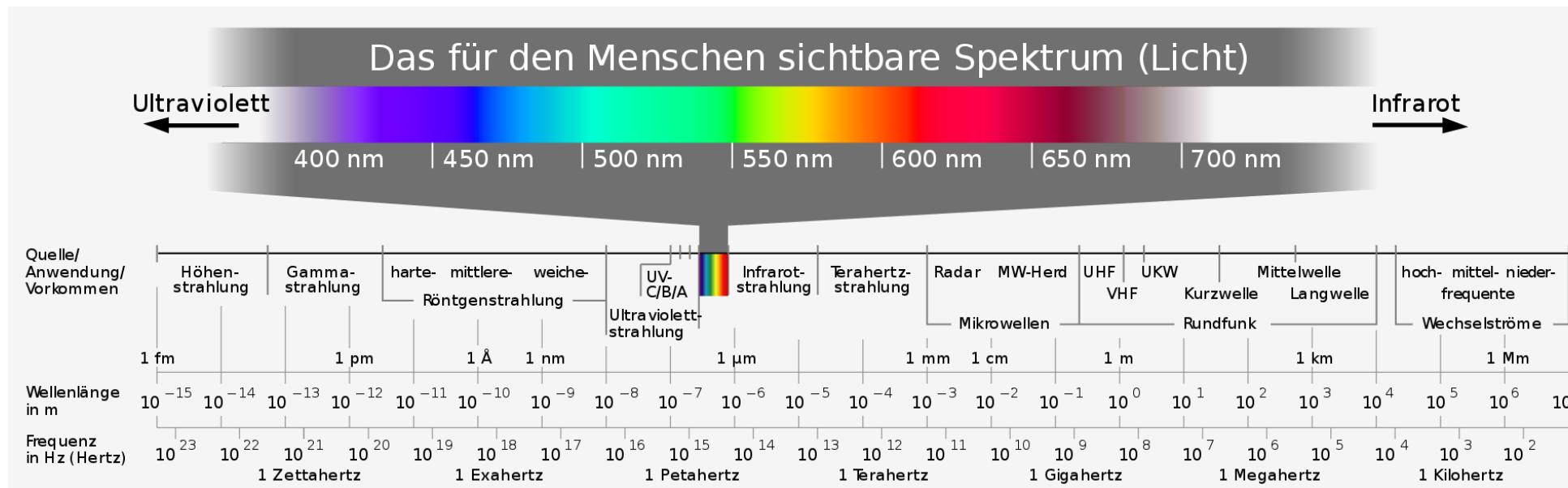
Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Werte für die Plasmafrequenz

Metall	Elektronendichte	Plasmafrequenz	Plasmawellenlänge
Indium	38, 33 E+27 [m ⁻³]	11, 04 E+15 [s ⁻¹]	170, 62 [nm]
Platin	66, 22 E+27 [m ⁻³]	14, 52 E+15 [s ⁻¹]	129, 73 [nm]
Gold	59, 06 E+27 [m ⁻³]	13, 71 E+15 [s ⁻¹]	137, 40 [nm]
Silber	58, 56 E+27 [m ⁻³]	13, 65 E+15 [s ⁻¹]	138, 00 [nm]
Kupfer	84, 59 E+27 [m ⁻³]	16, 41 E+15 [s ⁻¹]	114, 79 [nm]
Aluminium	60, 27 E+27 [m ⁻³]	13, 85 E+15 [s ⁻¹]	136, 00 [nm]
Nickel	91, 40 E+27 [m ⁻³]	16, 10 E+15 [s ⁻¹]	117, 00 [nm]

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m_e \epsilon_0}$$

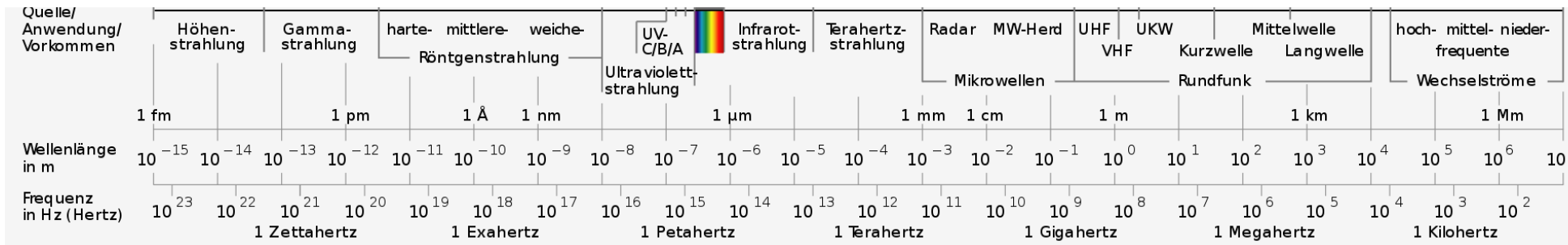
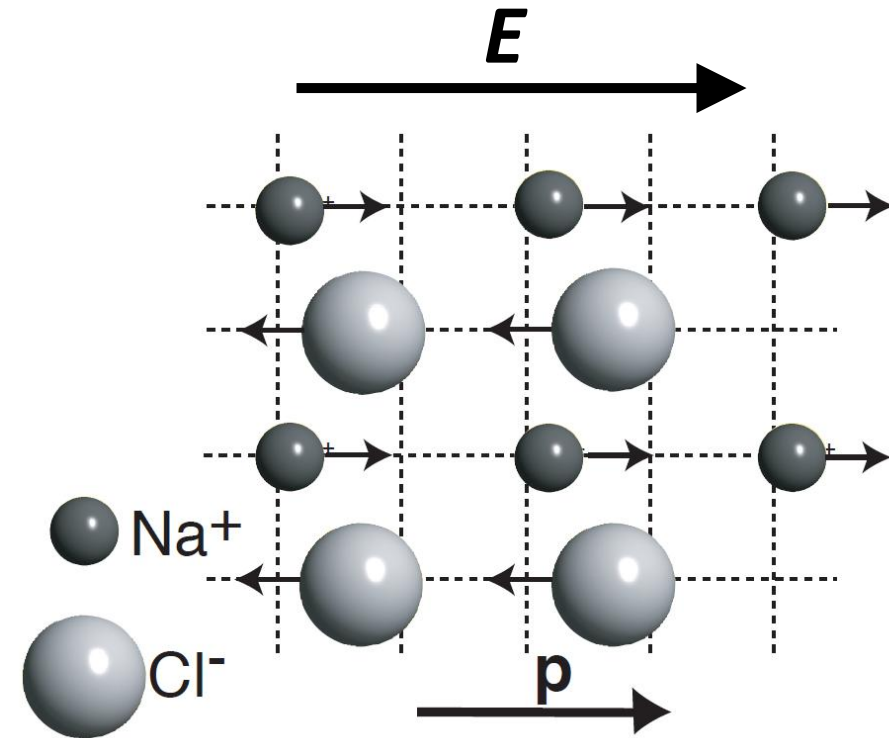
Metalle sind transparent oberhalb der Plasmafrequenz (typischerweise im UV-Bereich)



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Ionenkristalle

- Gitterschwingungen: $\sim 10^{13}$ Hz
- Langsam veränderliches E-Feld: quasi-statisch
- Schnell veränderliches E-Feld: Ionenpolarisation kann nicht mehr folgen
- Für optische Frequenzen ($\sim 10^{14}$ Hz) nur elektrische Polarisation



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Ionenkristalle

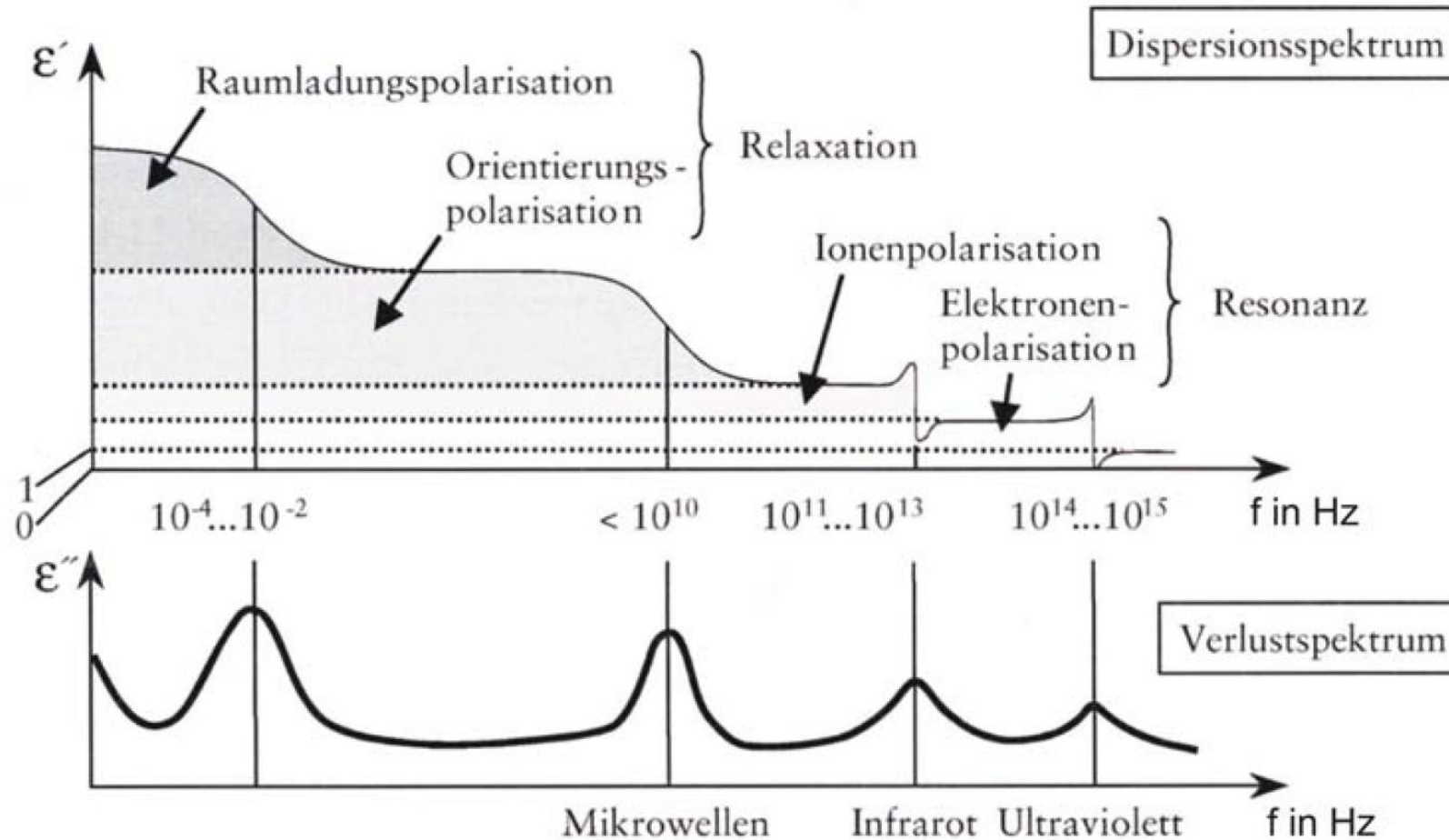
- Gitterschwingungen: $\sim 10^{13}$ Hz
- Langsam veränderliches E-Feld: quasi-statisch
- Schnell veränderliches E-Feld: Ionenpolarisation kann nicht mehr folgen
- Für optische Frequenzen ($\sim 10^{14}$ Hz) nur elektrische Polarisation

Material	$\epsilon_{\text{statisch}}$	ϵ_{opt}
Diamant	5.68	5.66
NaCl	5.9	2.34
LiCl	11.95	2.78
TiO ₂	94	6.8
Quartz	3.85	2.13

→ Ähnliches Verhalten für Orientierungspolarisation: können nur noch geringeren Frequenzen folgen

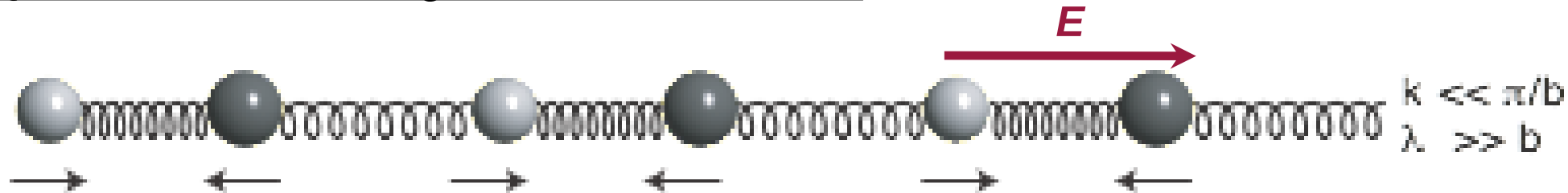
Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Frequenzabhängigkeit der Polarisationsbeiträge



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Qualitative Bestimmung mit einfachem Modell



Äußeres Feld:

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$$

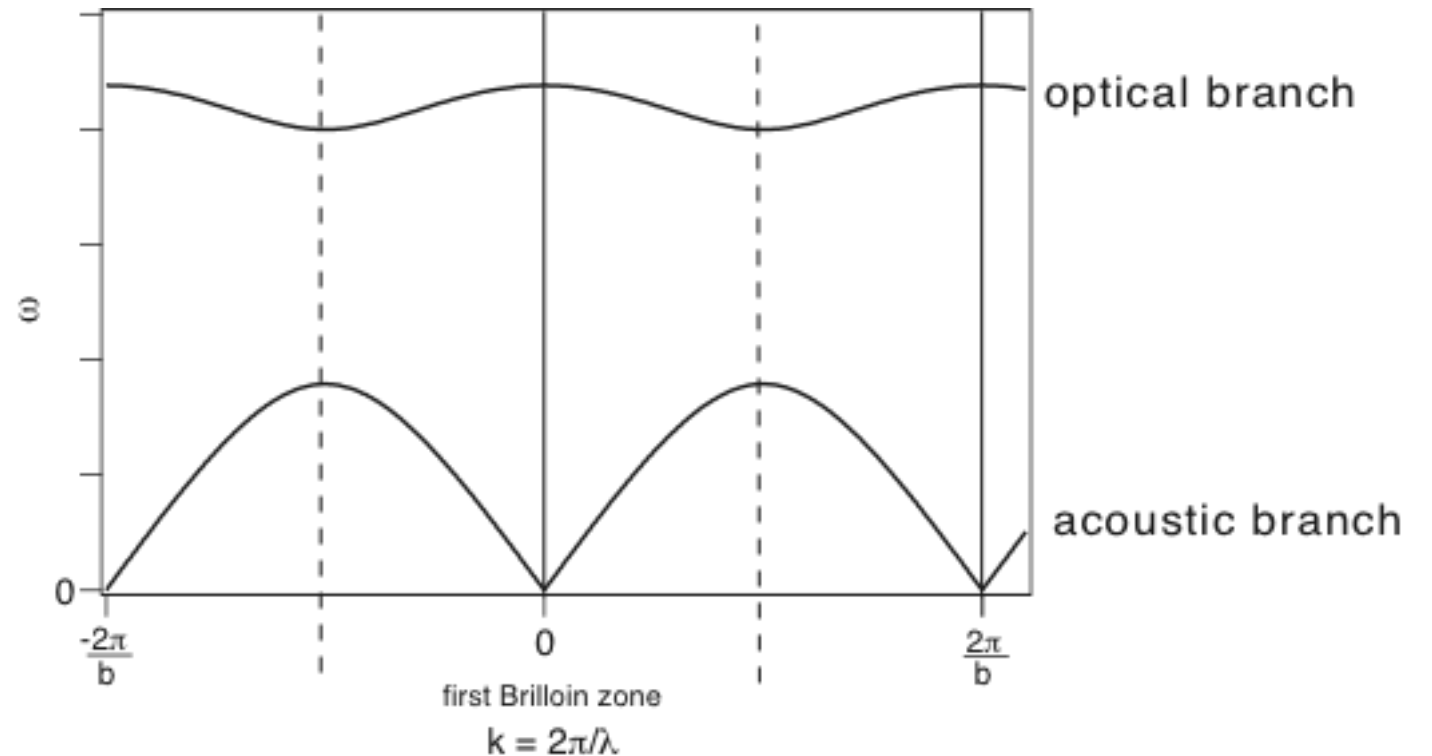
Resonanzfrequenz:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2\gamma}{\mu}}$$

Reduzierte Masse:

$$\mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$$

γ ... Kraftkonstante



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Gitterschwingungen bei zweiatomiger Basis

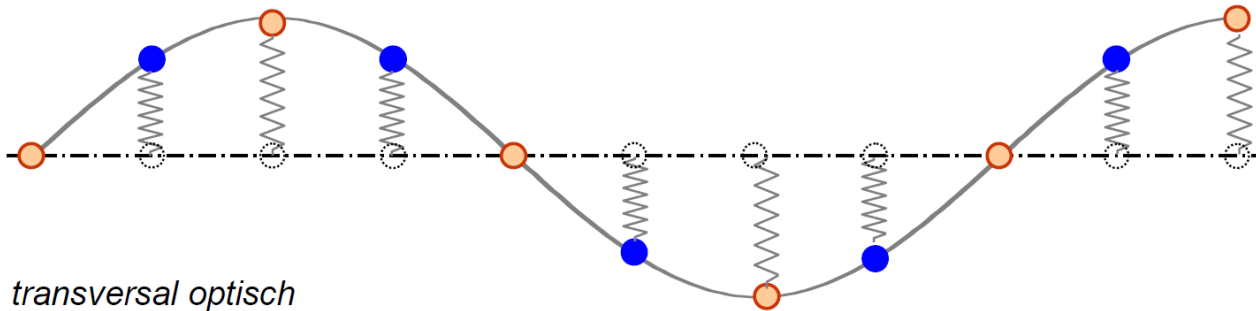
longitudinal akustisch



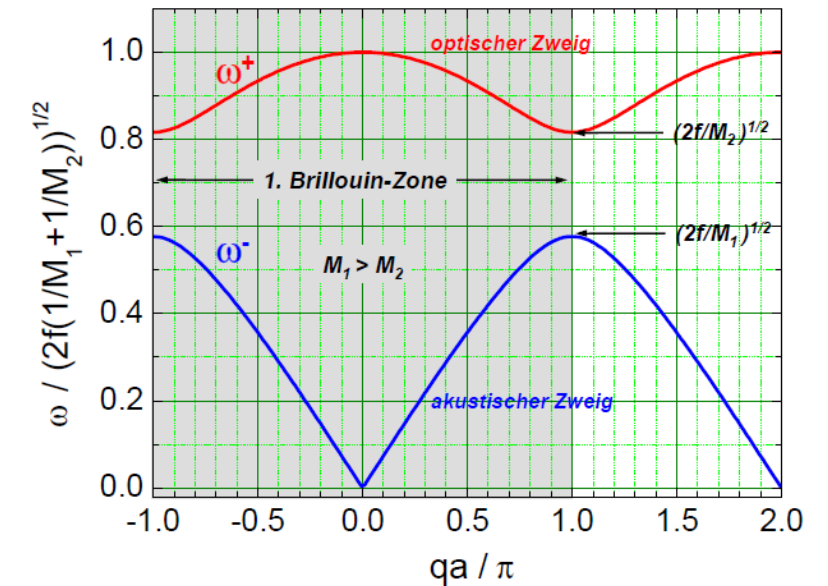
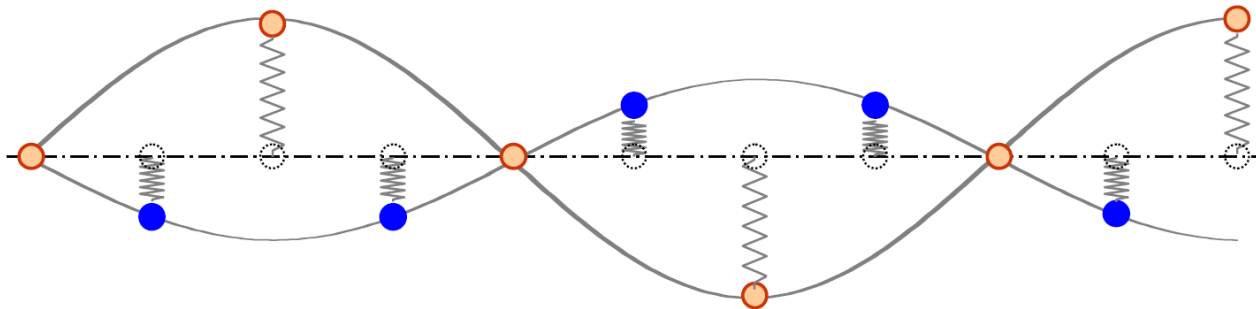
longitudinal optisch



transversal akustisch

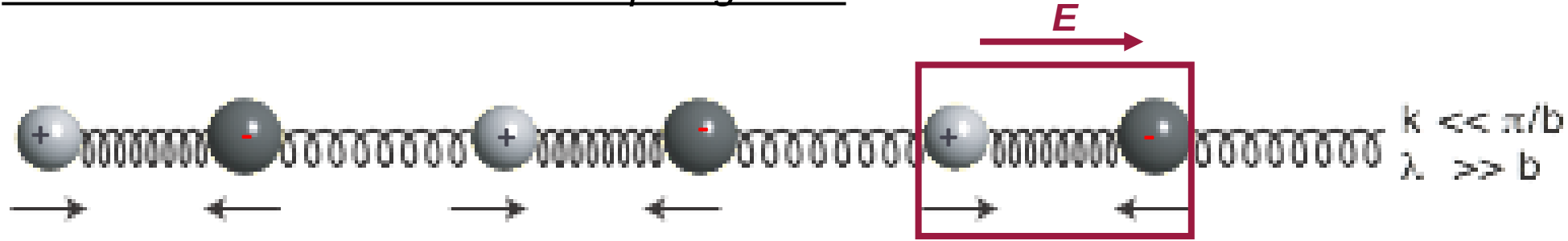


transversal optisch



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Harmonischer Oszillator mit Dämpfungsterm



Bewegungsgleichung:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \eta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{eE_0}{\mu} e^{-i\omega t}$$

Dämpfung

harmonische
Resonanz

Anregungsfeld

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2\gamma}{\mu}}$$

Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Harmonischer Oszillator mit Dämpfungsterm

Bewegungsgleichung:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \eta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{eE_0}{\mu} e^{-i\omega t}$$

Lösungsansatz:

$$x = Ae^{-i\omega t}$$

Amplitude:

$$A = \frac{eE_0}{\mu} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\eta\omega}$$

$$A = \frac{eE_0}{\mu} \left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \eta^2 \omega^2} + \frac{i\eta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \eta^2 \omega^2} \right)$$

Realteil

Imaginärteil



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Gesamtpolarisation eines Ionenkristalls

$$P(t) = P_i + P_e = \frac{N}{V} e A e^{-i\omega t} + \frac{N}{V} \epsilon_0 \alpha_e E_0 e^{-i\omega t}$$

ionische Anteil

elektronische Anteil

$$\epsilon(\omega) = \frac{P(t)}{\epsilon_0 E_0 e^{-i\omega t}} + 1 = \frac{NeA(\omega)}{V\epsilon_0 E_0} + \frac{N\alpha_e(\omega)}{V} + 1$$

Für genügend hohe Frequenzen: $P_i = 0$, d.h. nur elektronischer Anteil

$$\epsilon_{opt} = \frac{N\alpha_e(\omega)}{V} + 1$$

$$\epsilon(\omega) = \frac{NeA(\omega)}{V\epsilon_0 E_0} + \epsilon_{opt}$$

$$\vec{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} - \epsilon_0 \vec{E}$$



$$\epsilon_r = \frac{\vec{P} + \epsilon_0 \vec{E}}{\epsilon_0 \vec{E}}$$

Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Gesamtpolarisation eines Ionenkristalls

mit:

$$\epsilon(\omega) = \frac{NeA}{V\epsilon_0 E_0} + \epsilon_{opt}$$

$$A = \frac{eE_0}{\mu} \left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \eta^2 \omega^2} + \frac{i\eta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \eta^2 \omega^2} \right)$$

Komplexe dielektrische Funktion:

$$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$$

$$\epsilon_r = \frac{Ne^2}{V\epsilon_0\mu} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \eta^2 \omega^2} + \epsilon_{opt}$$

Realteil

$$\epsilon_i = \frac{Ne^2}{V\epsilon_0\mu} \frac{\eta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \eta^2 \omega^2}$$

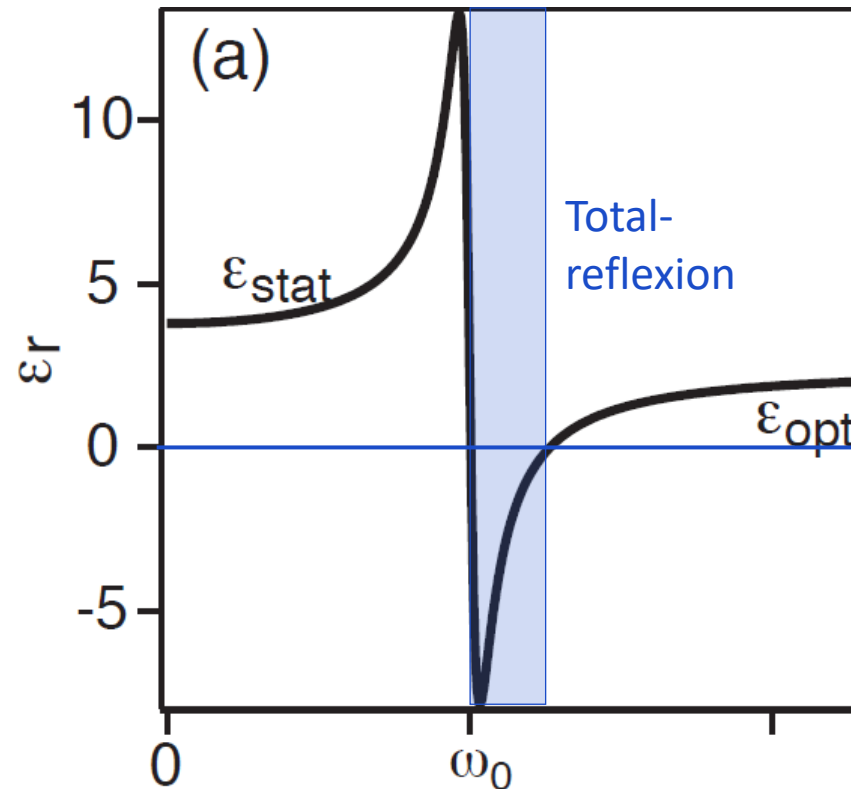
Imaginärteil

Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

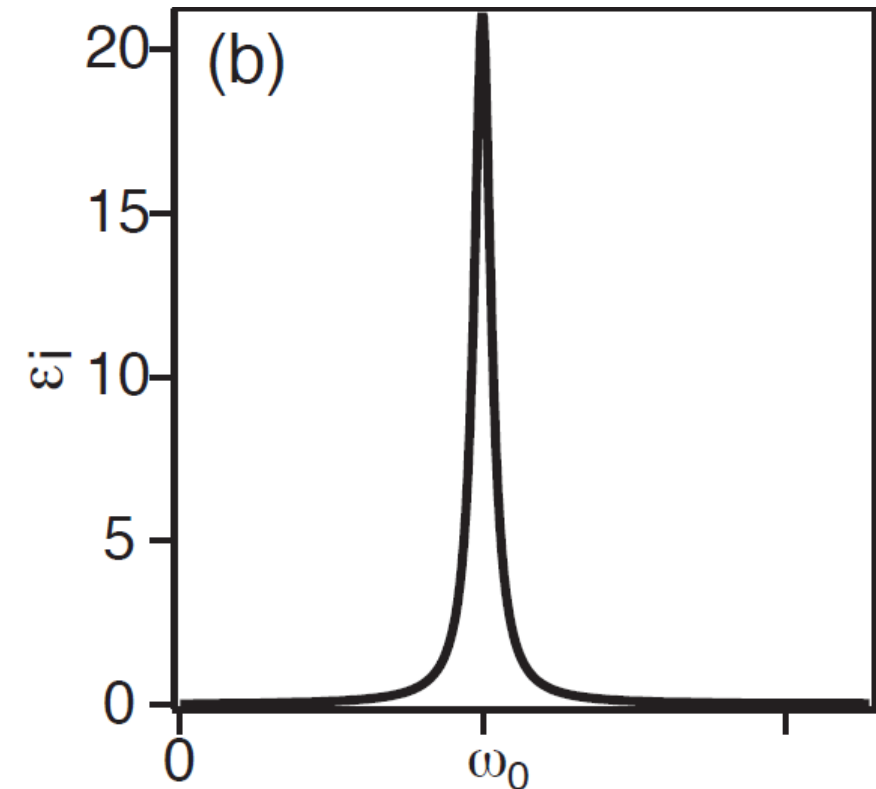
Komplexe dielektrische Funktion

$$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i \quad \epsilon_r = \frac{Ne^2}{V\epsilon_0\mu} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \eta^2\omega^2} + \epsilon_{opt}$$

$$\epsilon_i = \frac{Ne^2}{V\epsilon_0\mu} \frac{\eta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \eta^2\omega^2}$$

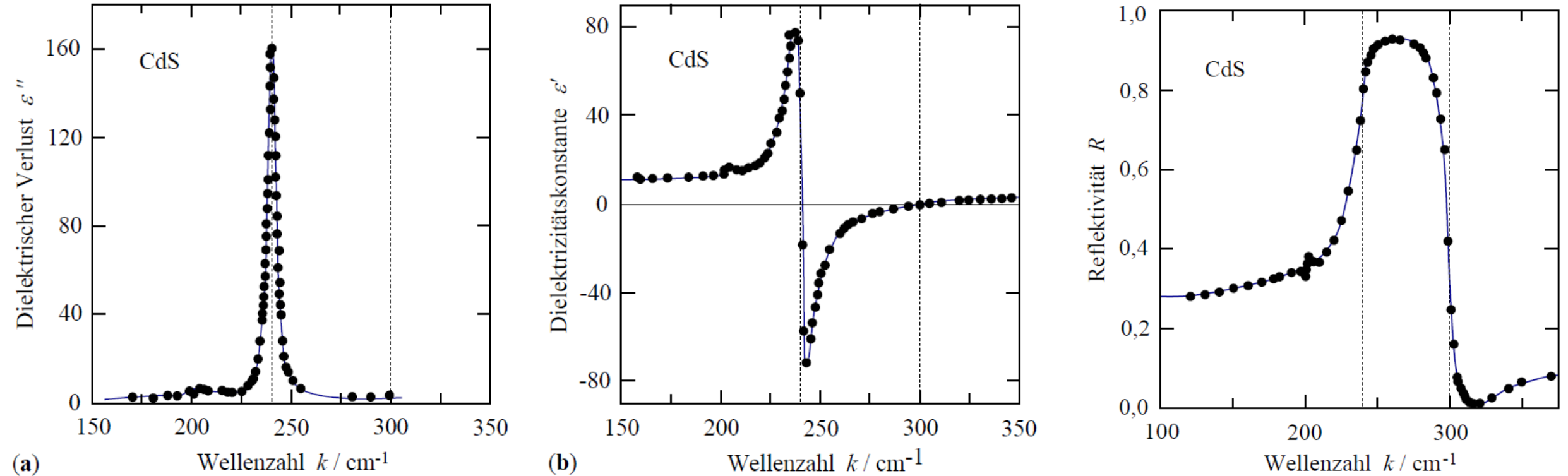


Frequenz (a.u.)



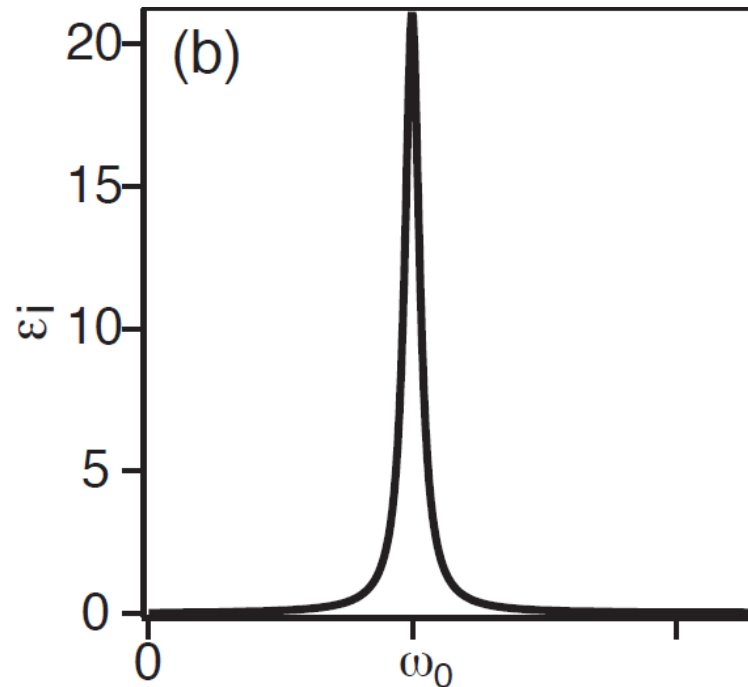
Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Komplexe dielektrische Funktion



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Imaginärteil der dielektrischen Funktion



Im Mittel pro Zyklus verbrauchte Leistung:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T E(t) j(t) dt$$

Energieverbrauch im System:

Elektrische Leistung pro Volumeneinheit

$$P(t) = j(t)E(t)$$

mit: $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$

Keine freien Ströme im Isolator, nur
Polarisationsströme

$$j(t) = -\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \epsilon \epsilon_0 E(t) = \epsilon_0 E(t) (i\omega \epsilon_r - \omega \epsilon_i)$$

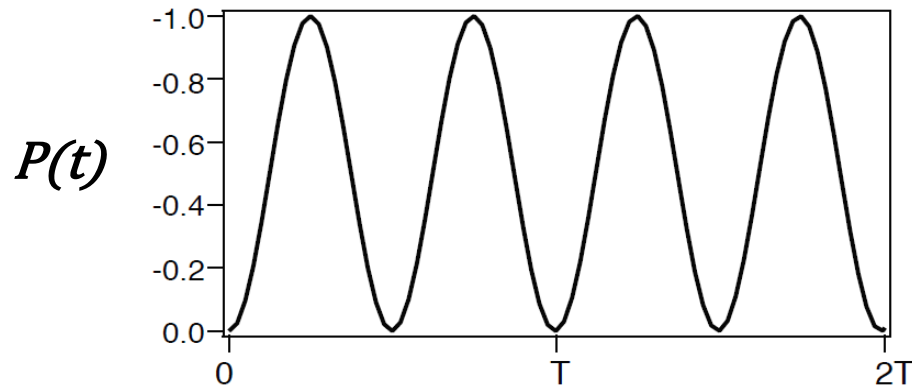
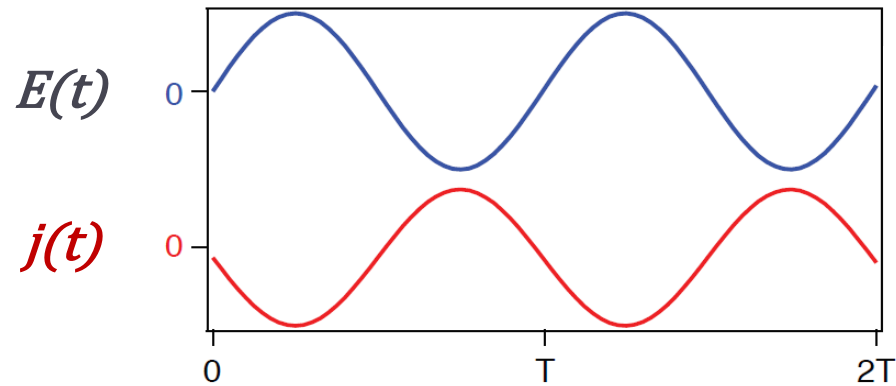
$$T = 2\pi/\omega$$

Periode der Schwingung

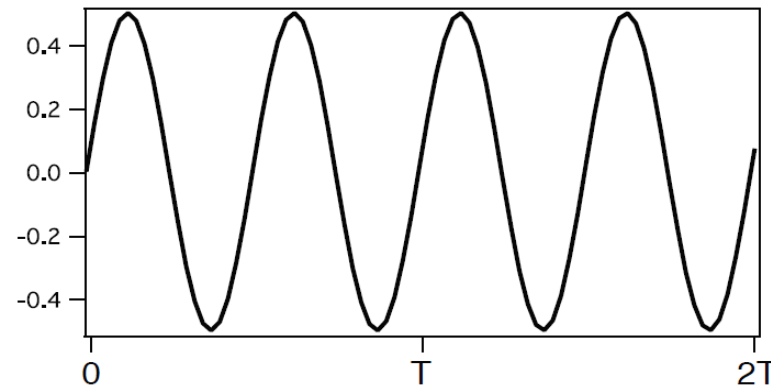
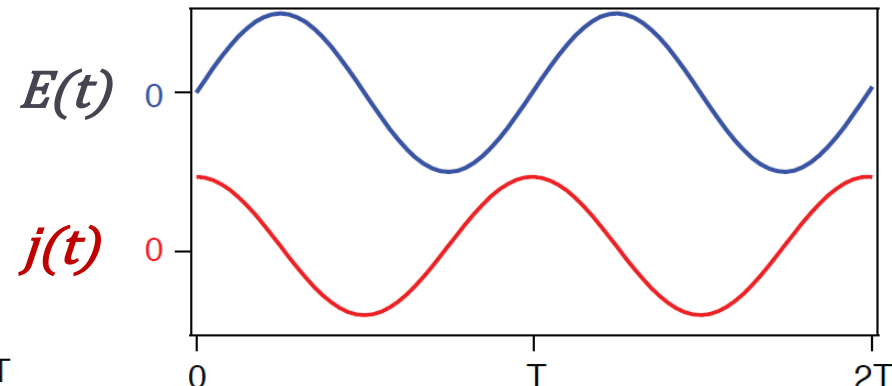
Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Imaginärteil der dielektrischen Funktion

ϵ ist nur imaginär



ϵ ist nur real

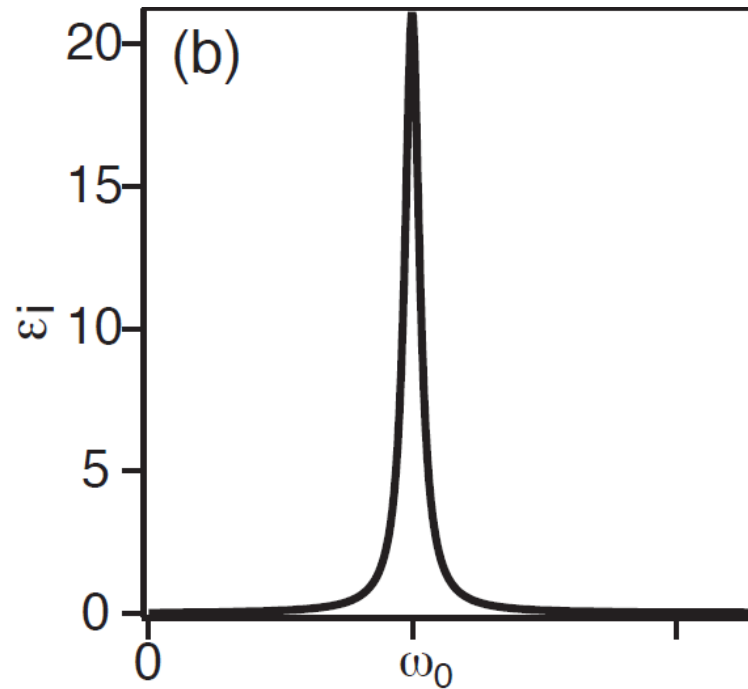


$$j(t) = \epsilon_0 E(t) (i\omega \epsilon_r - \omega \epsilon_i)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \underbrace{E(t)j(t)dt}_{P(t)}$$

Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Imaginärteil der dielektrischen Funktion



Im Mittel pro Zyklus verbrauchte Leistung:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T E(t)j(t)dt$$

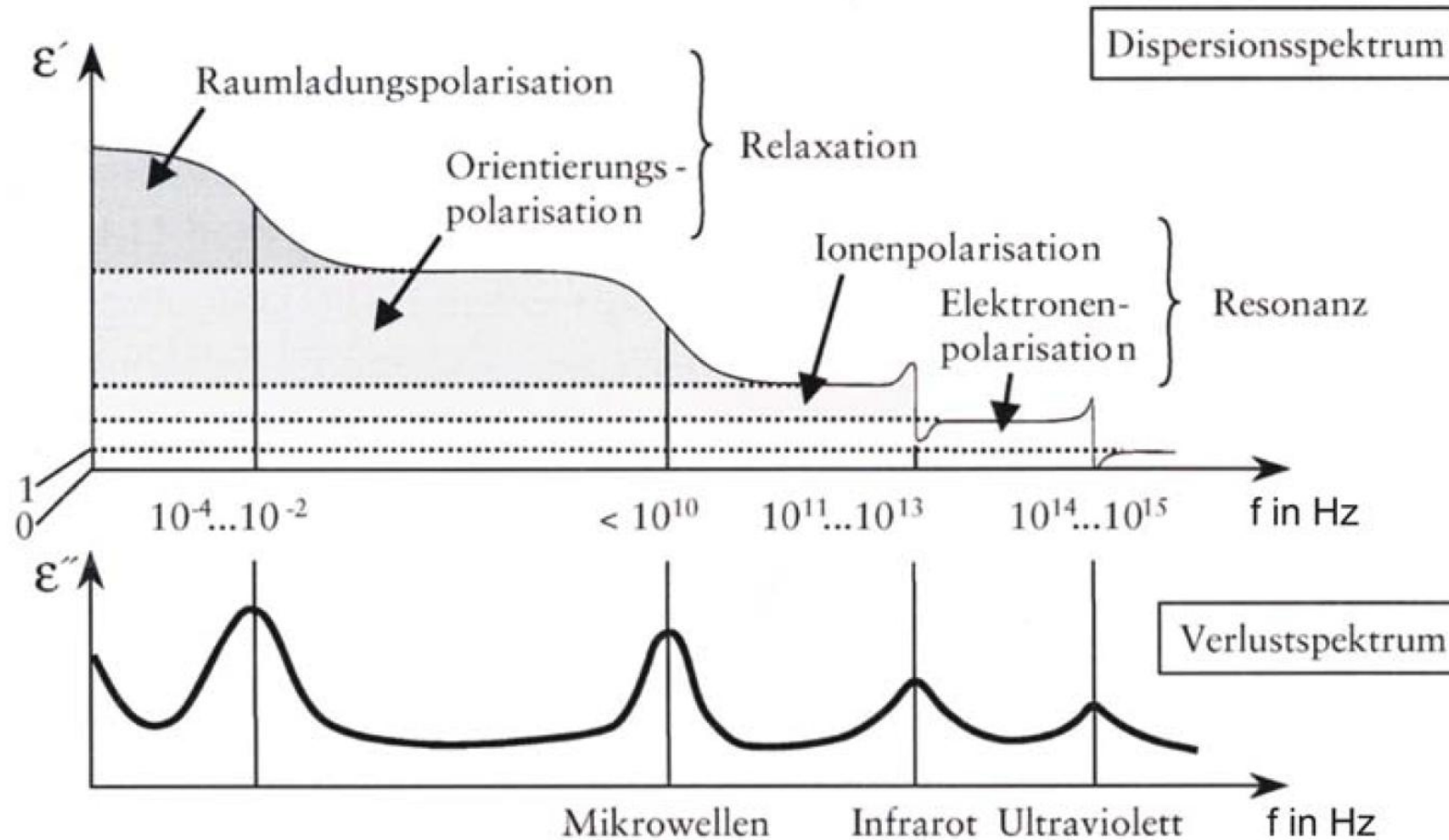
ϵ ist nur imaginär

$$P = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_i E^2$$

ϵ_i ist ein Maß für den Leistungsverlust im Festkörper $\rightarrow$ ist im Resonanzfall am größten

Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Frequenzabhängigkeit der Polarisationsbeiträge



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Verschiebungspolarisation

Lorentzsches Oszillator-Modell

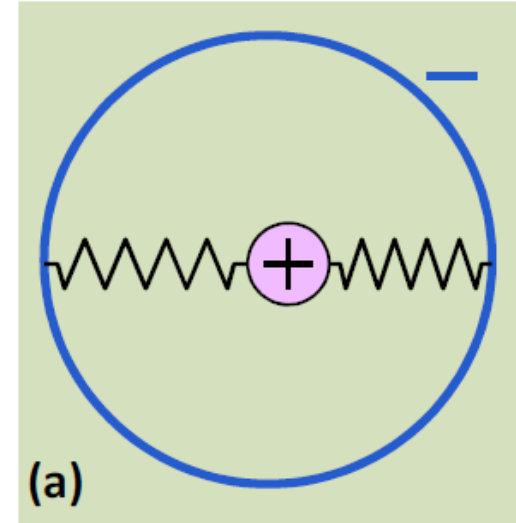
$$\alpha_e = \frac{e^2}{\epsilon_0 m_e} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\eta\omega)}$$

$$\alpha_e(0) = \frac{e^2}{\epsilon_0 \omega_0^2 m_e} \text{ für } \omega \ll \omega_0$$

Mit Clausius-Massotti:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \omega_p^2 \cdot \frac{1}{(\tilde{\omega}^2 - \omega^2) - i\eta\omega}$$

$$\tilde{\omega}^2 = \omega_0^2 - \frac{\omega_p^2}{3}$$



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Verschiebungspolarisation

Lorentzsches Oszillator-Modell

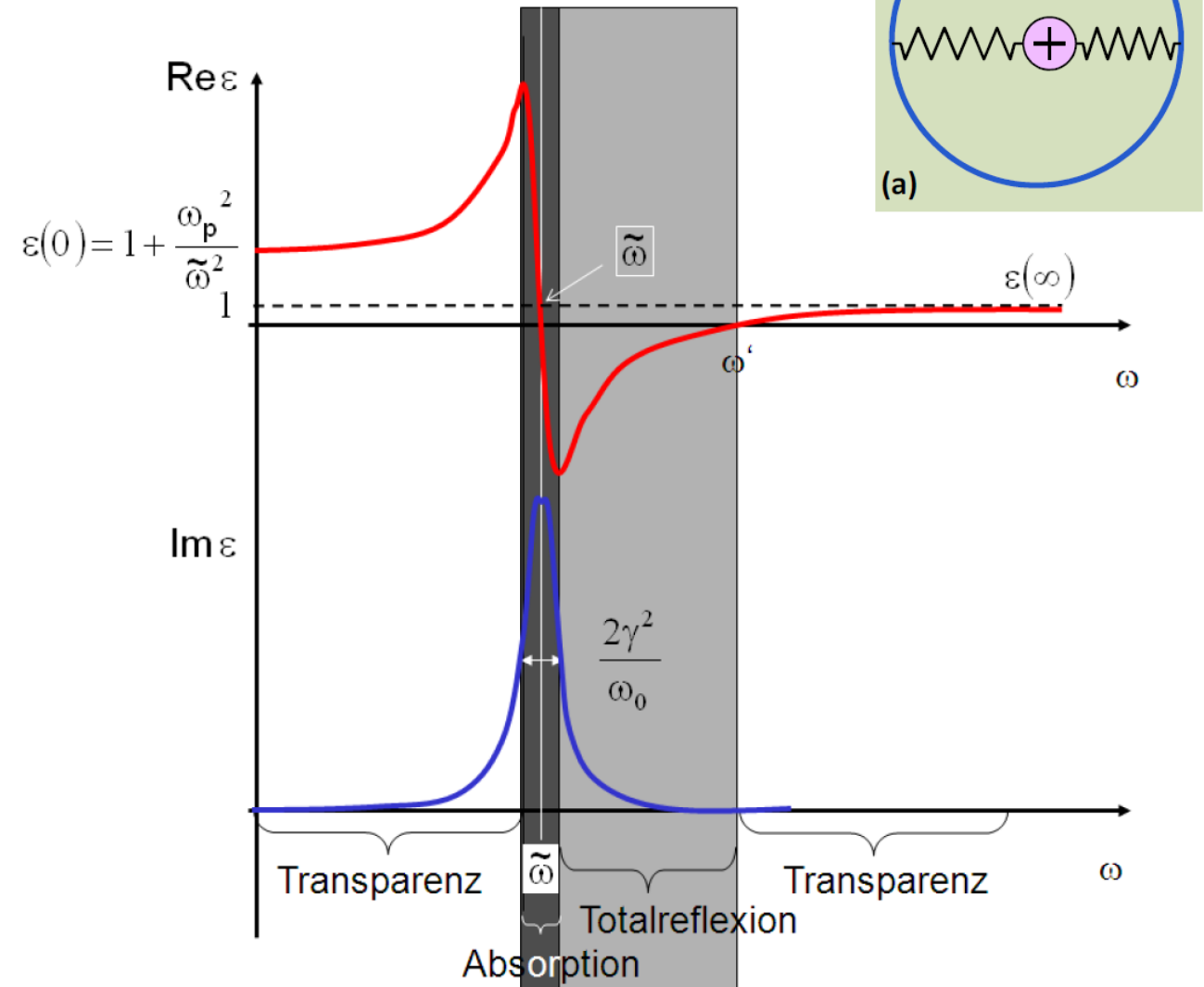
$$\alpha_e = \frac{e^2}{\epsilon_0 m_e} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\eta\omega)}$$

$$\alpha_e(0) = \frac{e^2}{\epsilon_0 \omega_0^2 m_e} \text{ für } \omega \ll \omega_0$$

Mit Clausius-Massotti:

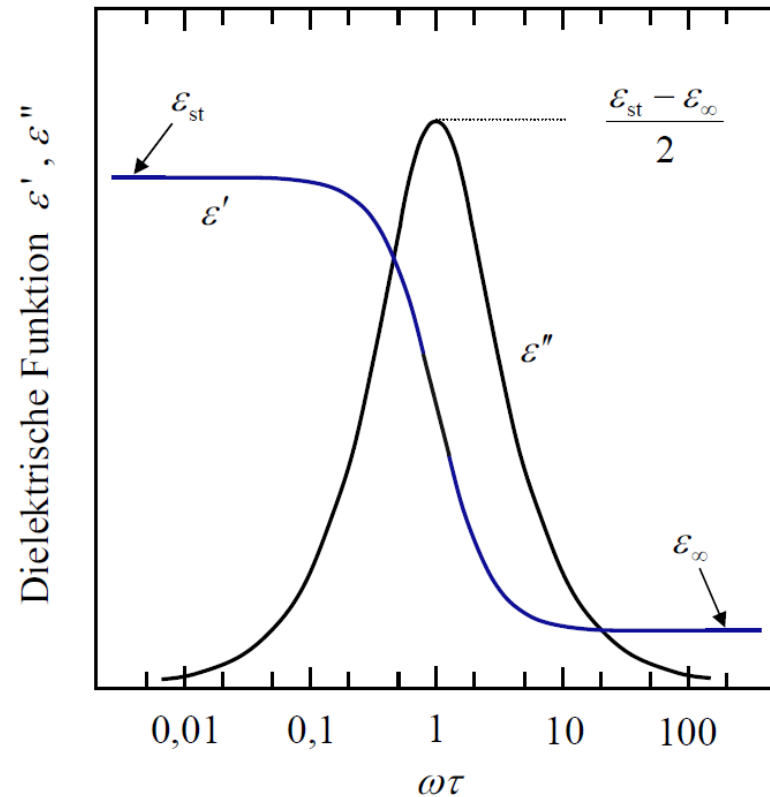
$$\epsilon(\omega) = 1 + \omega_p^2 \cdot \frac{1}{(\tilde{\omega}^2 - \omega^2) - i\eta\omega}$$

$$\tilde{\omega}^2 = \omega_0^2 - \frac{\omega_p^2}{3}$$

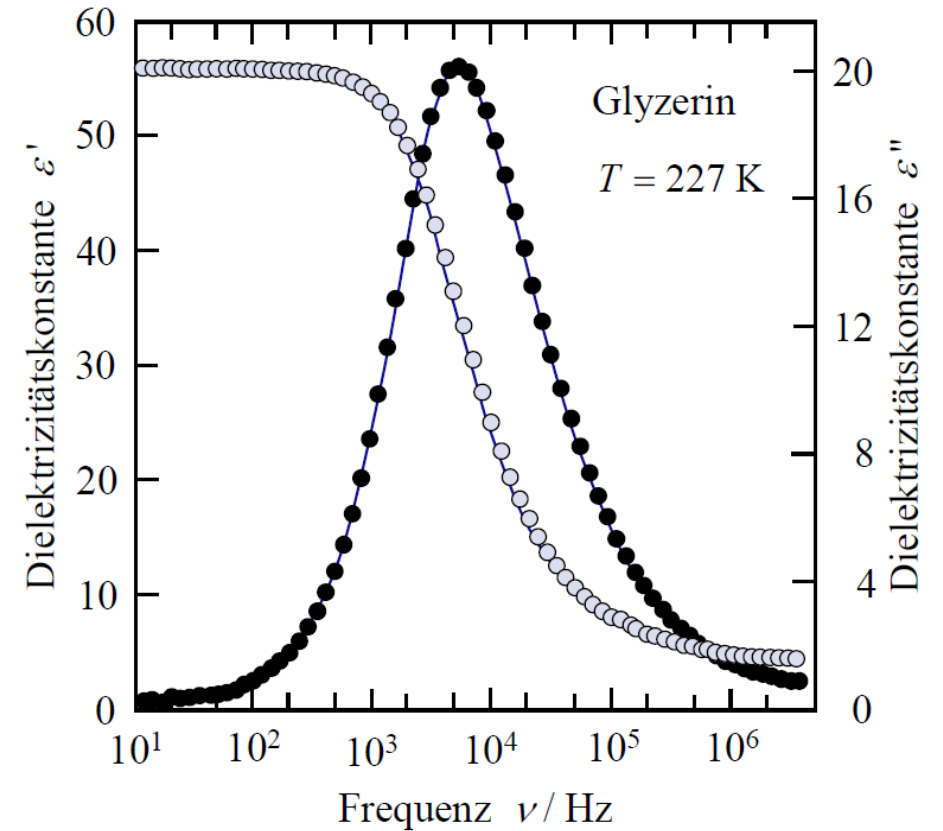


Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Orientierungspolarisation



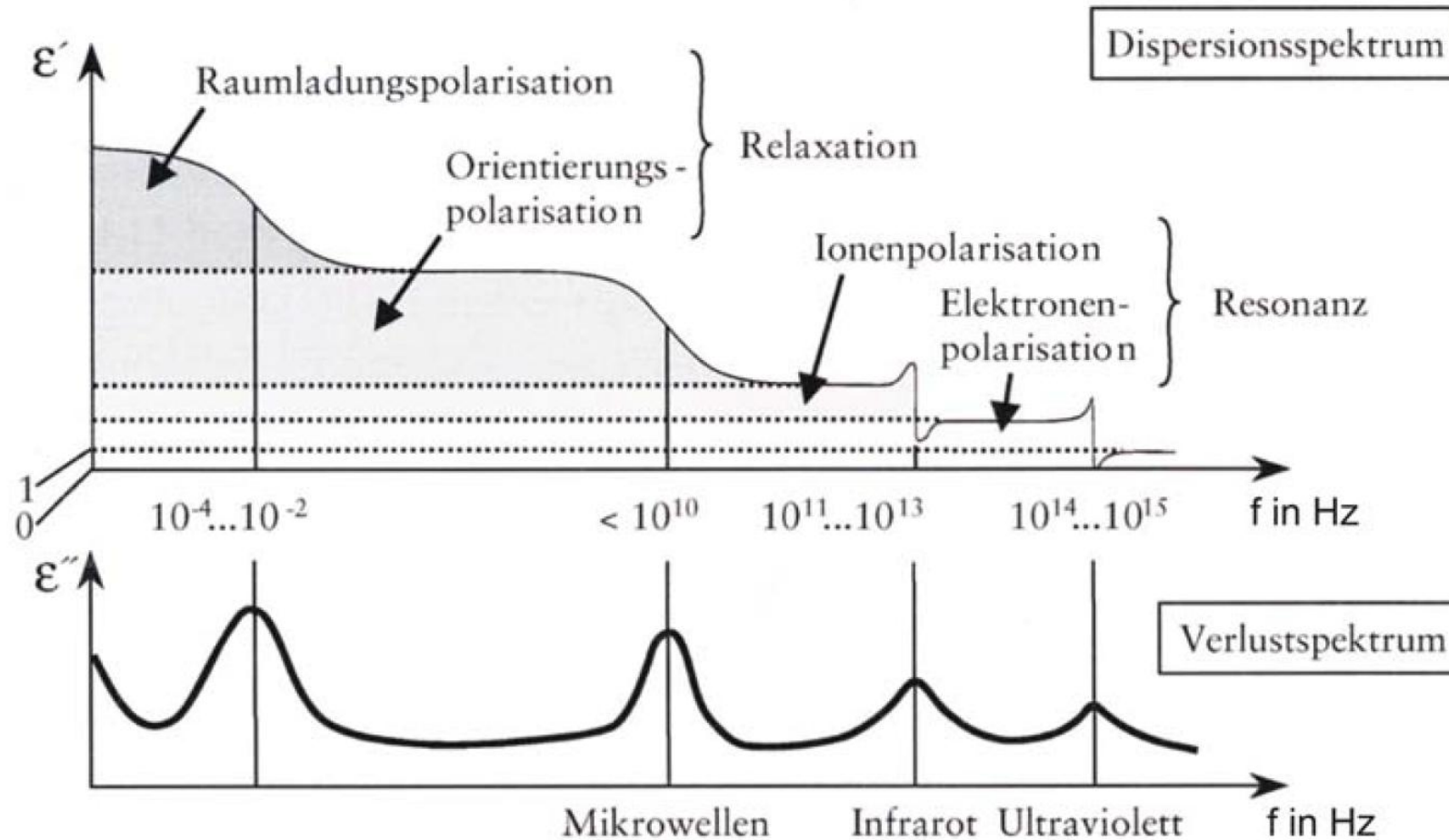
Relaxation



Verlustmaximum ist stark temperaturabhängig

Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Frequenzabhängigkeit der Polarisationsbeiträge



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Bisher: niedrigen Frequenzen (infrarot) Kopplung an Schwingungen im Festkörper,
hohe Frequenzen Kopplung durch Verschiebungspolarisation



Si



CdSe



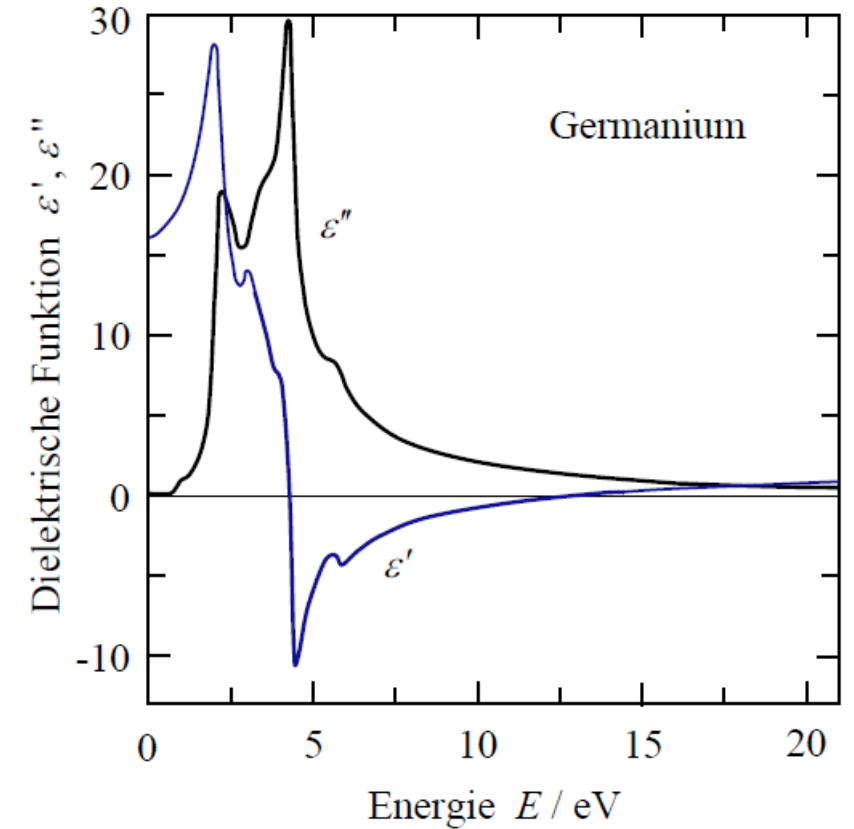
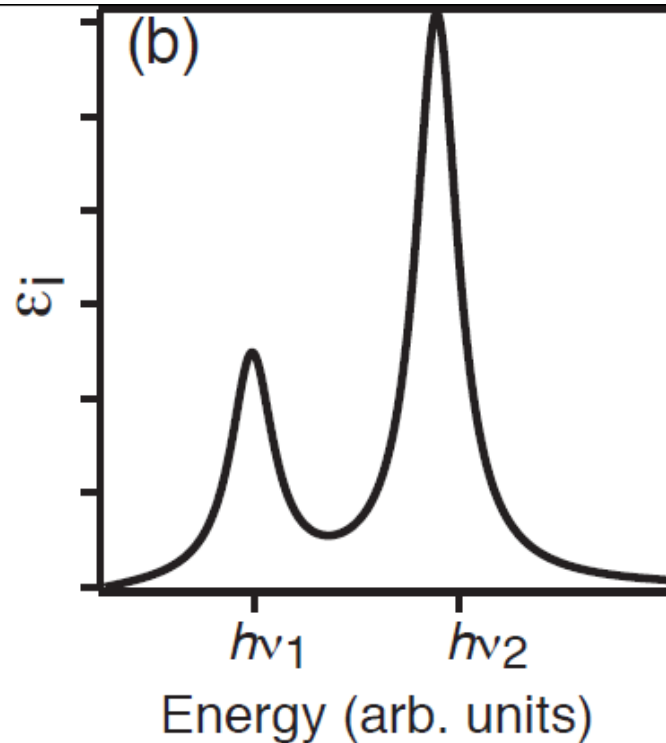
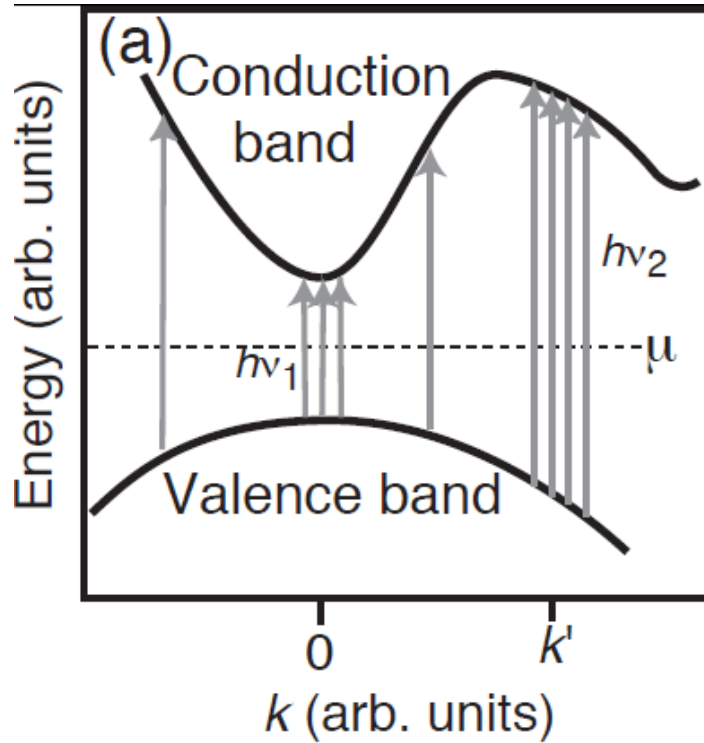
CdS

Im optischen Bereich verschiedene Farben $\rightarrow \epsilon(\omega)$ ist hier nicht konstant

Konkrete Bandstruktur hat einen Einfluss $\rightarrow$ quantenmechanische Rechnung notwendig

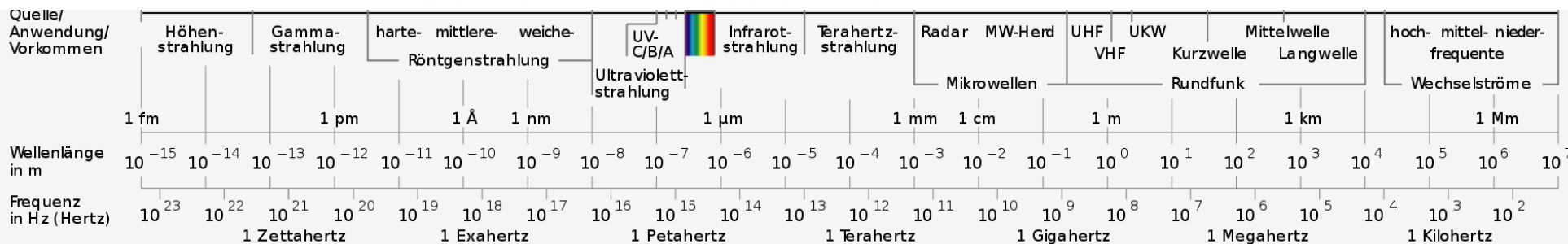
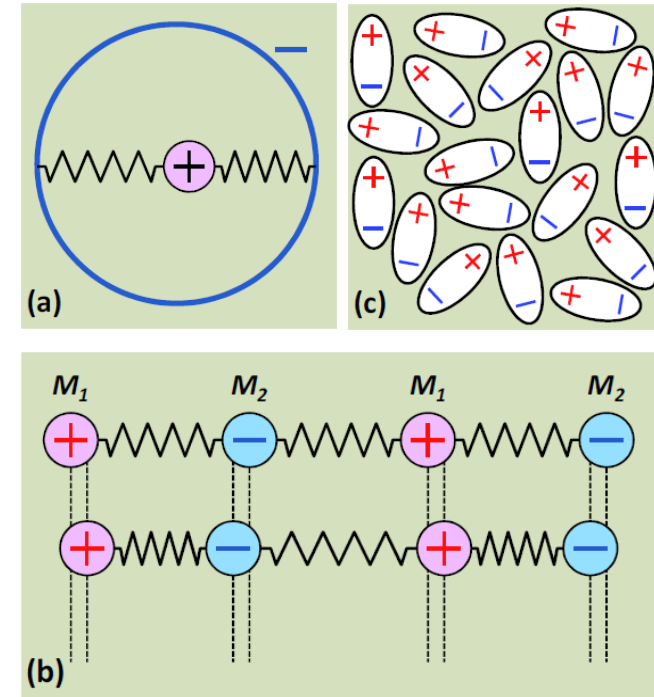
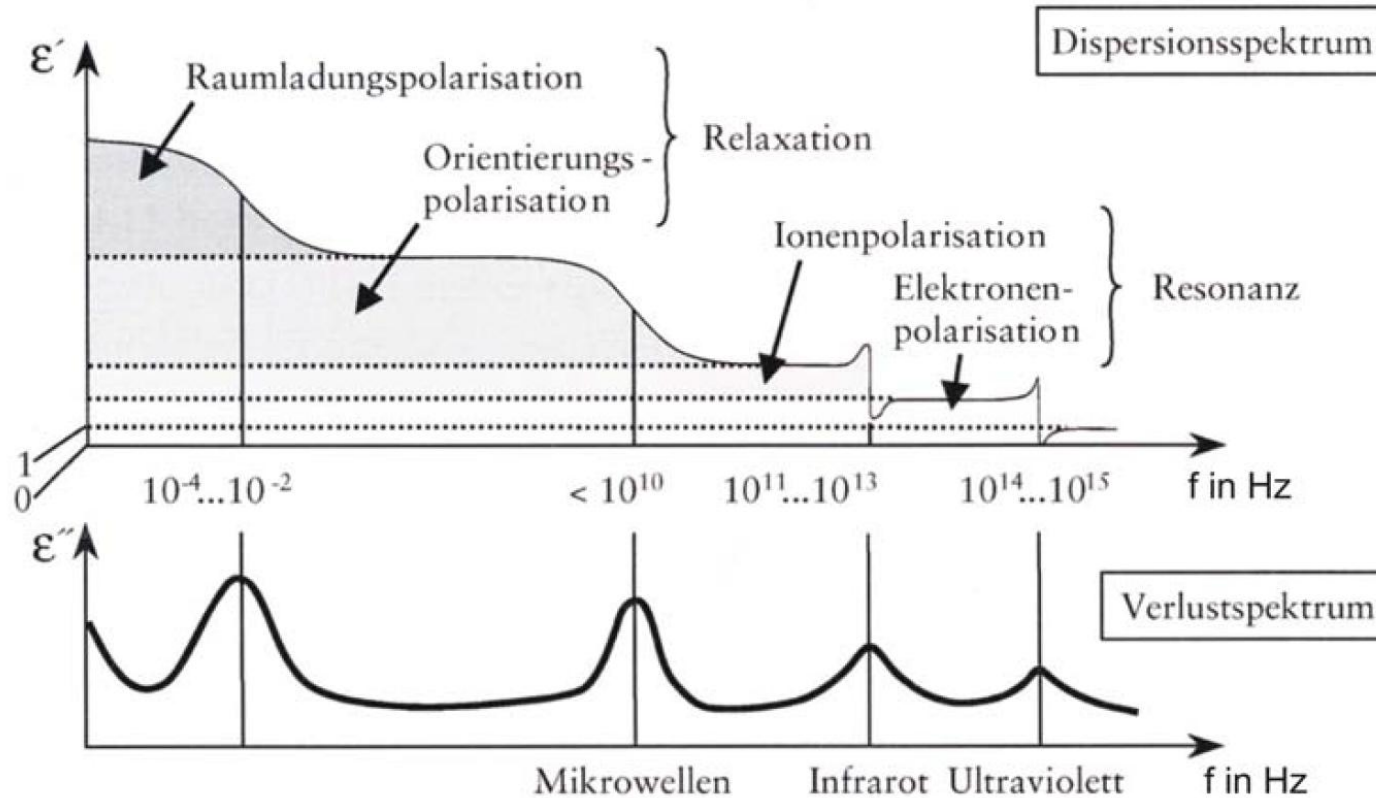
Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

Vereinfachte Halbleiterstruktur



$$\epsilon_i(h\nu) \propto \sum_{\mathbf{k}} M^2 \delta(E_C(\mathbf{k}) - E_V(\mathbf{k}) - h\nu)$$

Frequenzabhängigkeit von ϵ_r



B. Halbedel, Skript TU Ilmenau 2014

https://de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetische_Welle#/media/File:Electromagnetic_spectrum_-de_c.svg

R. Gross, A. Marx: „Festkörperphysik“, de Gruyter (2017)

Fremdatome in Dielektrika

Dielektrika haben große Bandlücke: meist transparent

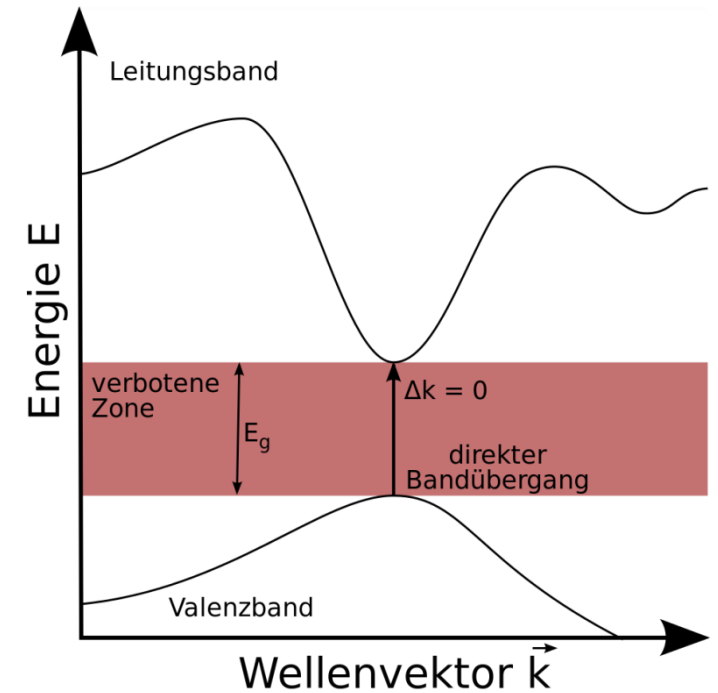
Fremdatome in Bandlücke ermöglichen zusätzliche Übergänge → Absorption und damit Farbigkeit

Bsp: Al_2O_3 (farblos)

mit Fe^{2+} , Ti^{4+} oder Co^{2+} :
blau (Saphir)



mit Cr^{3+} : rot (Rubin)

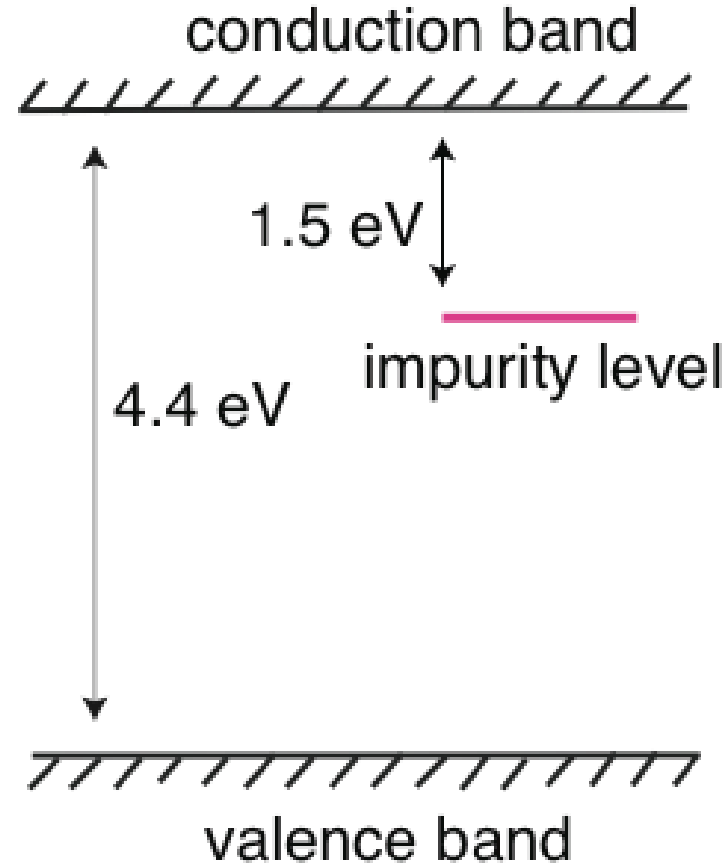


Fremdatome in Dielektrika

Gezielte Dotierung in Dielektrika:
Halbleitende Eigenschaften

Vorteil: können auch bei hohen
Temperaturen verwendet werden

Bsp.: SiC, Al:ZnO



Dielektrischer Durchschlag

Hohe elektrische Felder

Ursache:

Einzelne Ladungsträger von
Störstellen werden stark
beschleunigt → Ionisation

Auch stark in Nähe der
Resonanz (Aufheizen des
Dielektrika → Ladungsträger)

