

Vorlesung Metallische Funktionswerkstoffe

SS 2026



Leibniz Institute
for Solid State and
Materials Research
Dresden



Dielektrika I

Dr. Ruben Hühne

*Arbeitsgruppe Funktionale Oxidschichten und Supraleiter
Institut für Metallische Werkstoffe
IFW Dresden, Helmholtzstrasse 20, D-01069 Dresden, Germany
Mail: r.huehne@ifw-dresden.de*

Inhalt

- Grundlegende Definitionen
- Makroskopische Beschreibung
- Mikroskopische Beschreibung
- Frequenzabhängigkeit dielektrischer Eigenschaften
- Grundlegende funktionale Effekte in dielektrischen Materialien
 - Piezoelektrizität
 - Pyroelektrizität
 - Elektrokalorik
 - Ferroelektrizität

Literatur

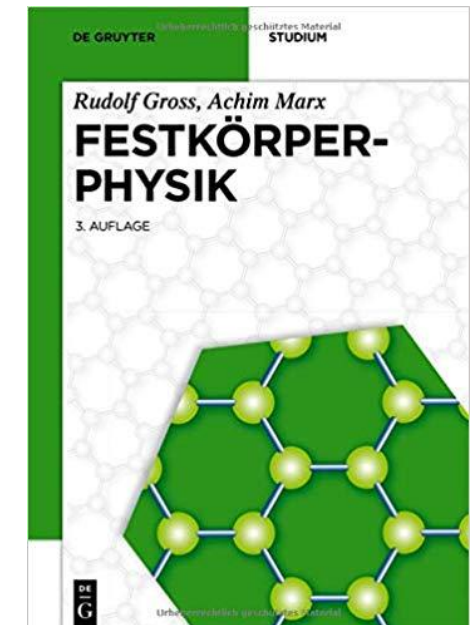
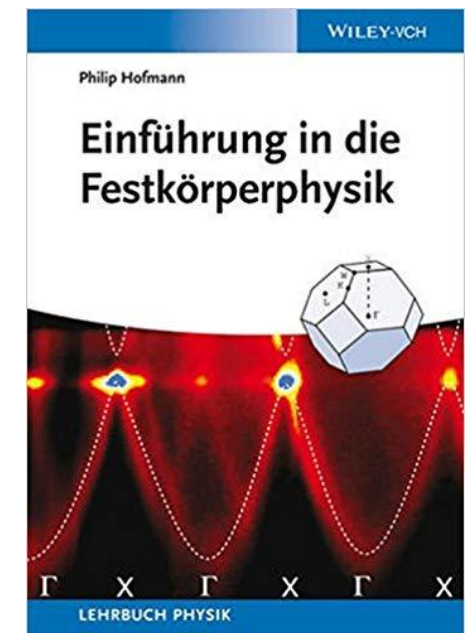
“Einführung in die Festkörperphysik”
von Philip Hofmann, Wiley-VCH
Berlin

R. Gross, A. Marx: „Festkörperphysik“, De
Gruyter Studium

Bilder und Formeln
teilweise übernommen von:

www.philiphofmann.net

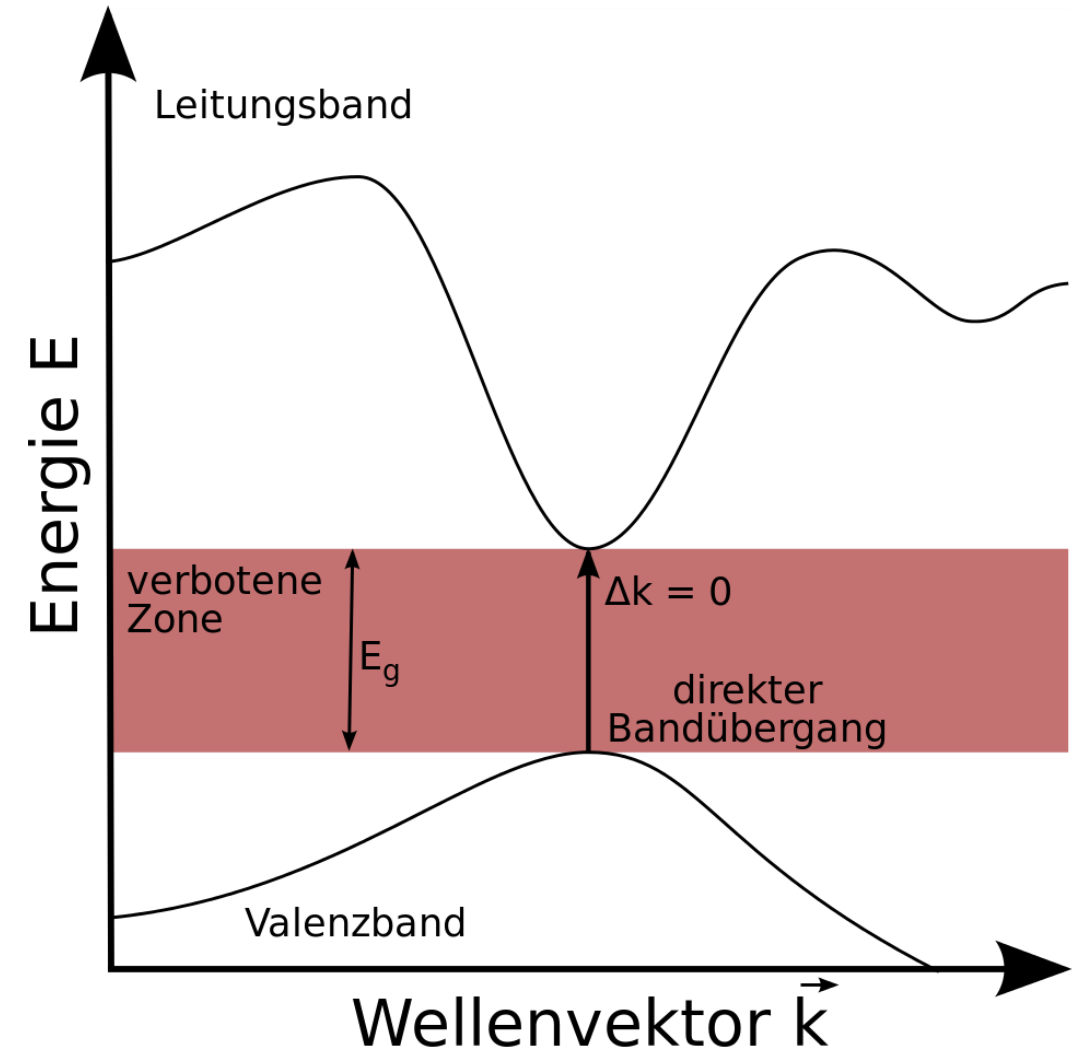
<https://www.wmi.badw.de/teaching/lecture-notes/>



Grundlegende Definitionen

Dielektrika / Isolatoren

- Widerstand $> 10^{10} \Omega\text{cm}$
- Keine freibeweglichen Ladungsträger $\rightarrow$ nur Verschiebung gegenüber Atomrumpf
- Elektrische Dipole
- Bandlücke $> 2,5 \text{ eV}$ ($\sim$ hundertfache der thermischen Energie ($k_B T$) bei 300 K)



Grundlegende Definitionen

Elektrischer Dipol

Elektrisches Feld führt zu lokalen mikroskopischen Dipolen

$$\vec{p} = q \cdot \vec{\delta} \quad [\text{C} \cdot \text{m}]$$

Elektrisches Dipolmoment:

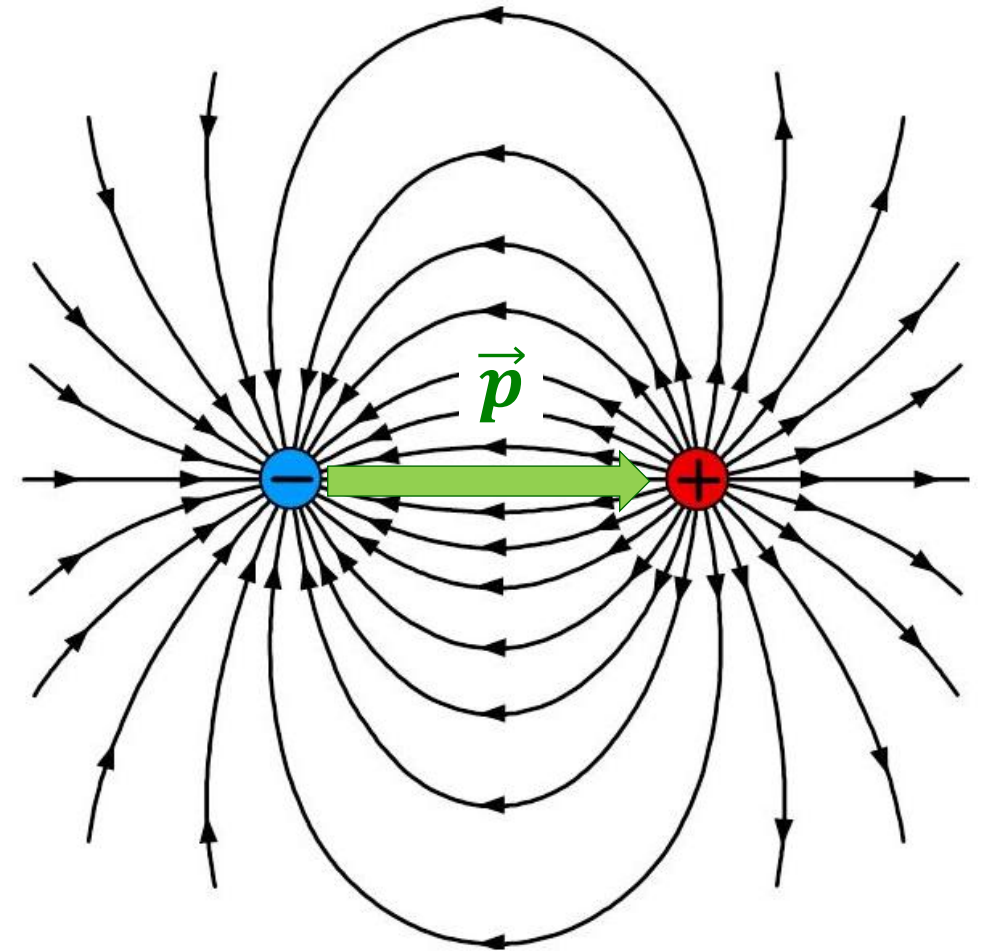
$$\vec{p}_{el} = \sum_i q \cdot \vec{\delta}_i$$

Polarisation:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_{el}}{V} \quad [\text{C}/\text{m}^2]$$

Für N gleichartige Dipole

$$\vec{P} = \frac{N}{V} q \vec{\delta}$$



→ Separiertes Ladungspaar

Makroskopische Beschreibung

Polarisation $\vec{P}$:

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$$

Permittivität des Vakuums / elektrische Feldkonstante

$$\epsilon_0 = 8,854187817 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{J}^{-1}\text{m}^{-1}$$

Elektrische Suszeptibilität:

$$\chi_e > 0 \qquad \chi_e = 0 \quad \text{im Vakuum}$$

Dielektrizitätskonstante / relative Permittivität:

$$\epsilon_r = \chi_e + 1$$

$$\vec{P} = \underbrace{\epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}}_{\vec{D}} - \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Dielektrische Verschiebung
(elektrische Fußdichte)

$\vec{D}$

Beispiel: Plattenkondensator

Gaußsches Gesetz der Elektrostatik:

$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_{\text{ein}}}{\epsilon_0}$$

Feld zwischen den Platten:

$$EA' = \frac{\sigma A'}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

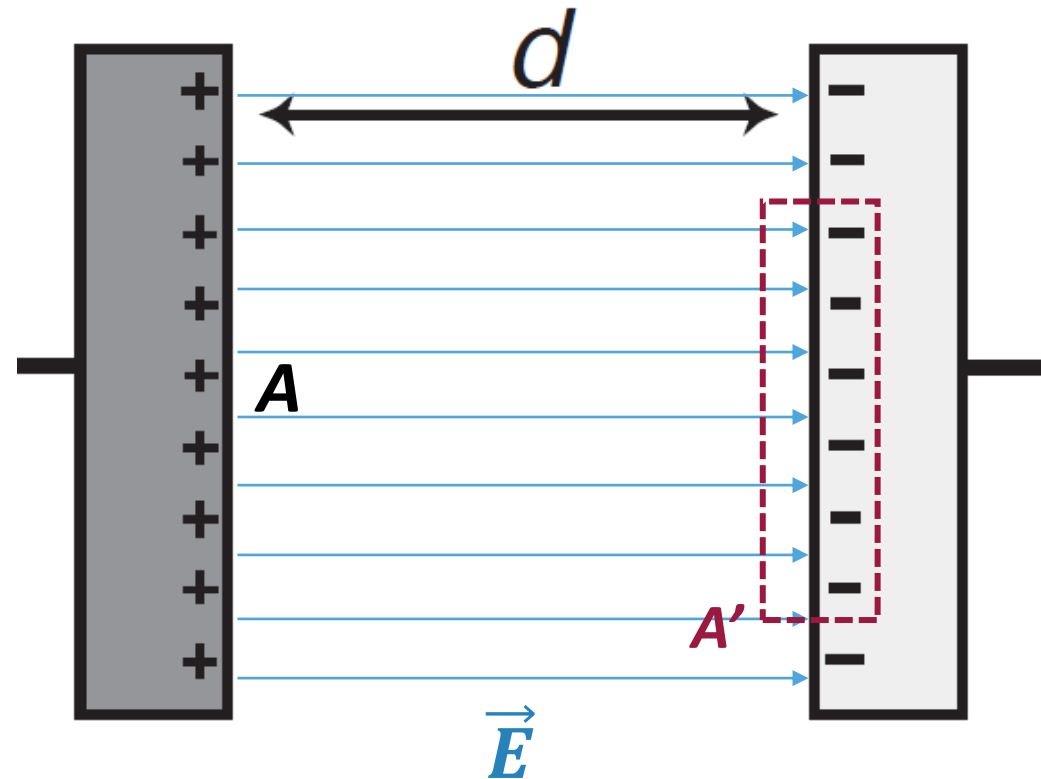
Zum Vergleich:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Punktladung

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Draht



Beispiel: Plattenkondensator

Feld zwischen den Platten:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

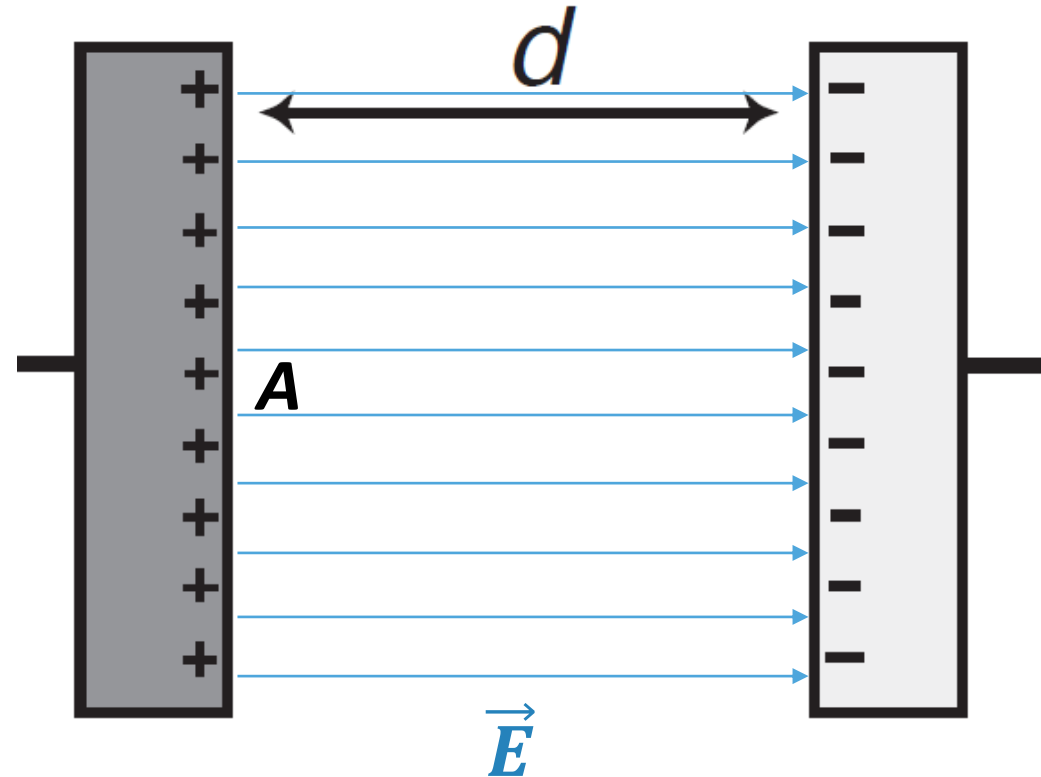
Definition der Kapazität:

$$C = \frac{Q}{U} \quad \text{mit:} \quad \begin{aligned} Q &= \sigma A \\ U &= Ed \end{aligned}$$

Kapazität des Plattenkondensators:

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d} \quad [F] = [As/V]$$

→ Hohe Kapazität für große Flächen A oder kleine Abstände d



Plattenkondensator mit Dielektrikum

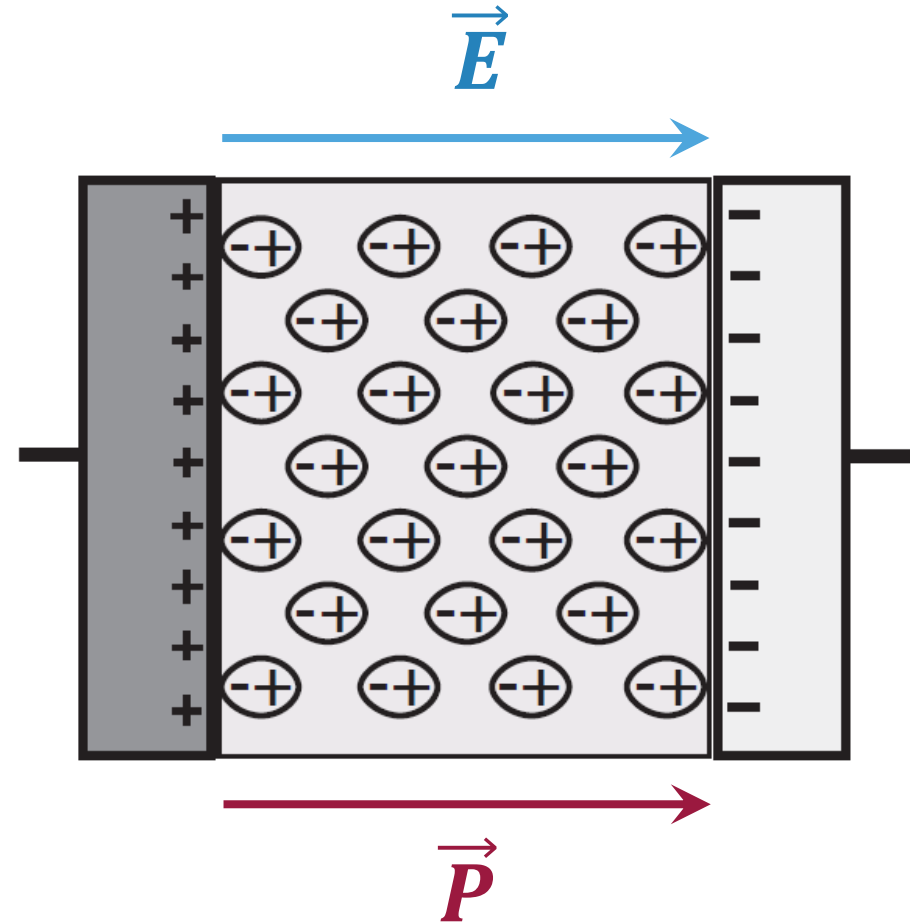
Material mit vielen lokalen mikroskopischen Dipolen

$$\vec{p} = q \cdot \vec{\delta}$$

Gesamtes Dielektrikum:

$$\vec{P} = \frac{N}{V} q \vec{\delta}$$

Bei homogenem Dielektrika: keine Feldänderung in Inneren → nur Oberfläche für makroskopische Betrachtung interessant



Plattenkondensator mit Dielektrikum

Feld zwischen den Platten:

$$E = \frac{(\sigma - P)}{\epsilon_0}$$

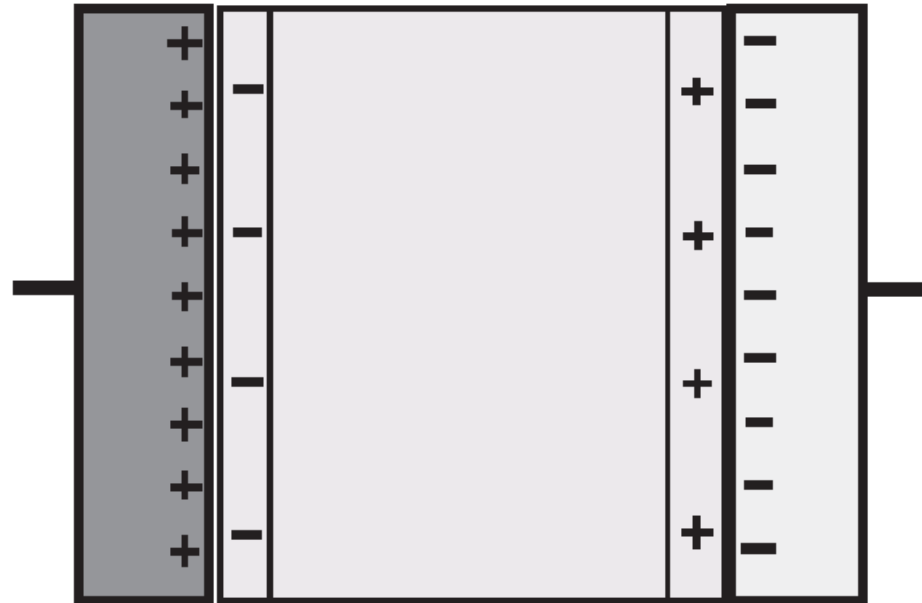
$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0(1 + \chi_e)} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

Kapazität des Plattenkondensators:

$$C = \frac{A \epsilon_r \epsilon_0}{d}$$

→ Erhöhung der Kapazität um den Faktor ϵ_r



Beispiel: Kondensatorstruktur

Gatefläche:

$$A = l^2$$

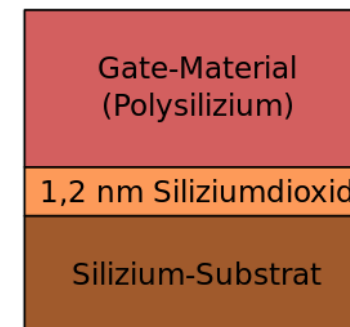
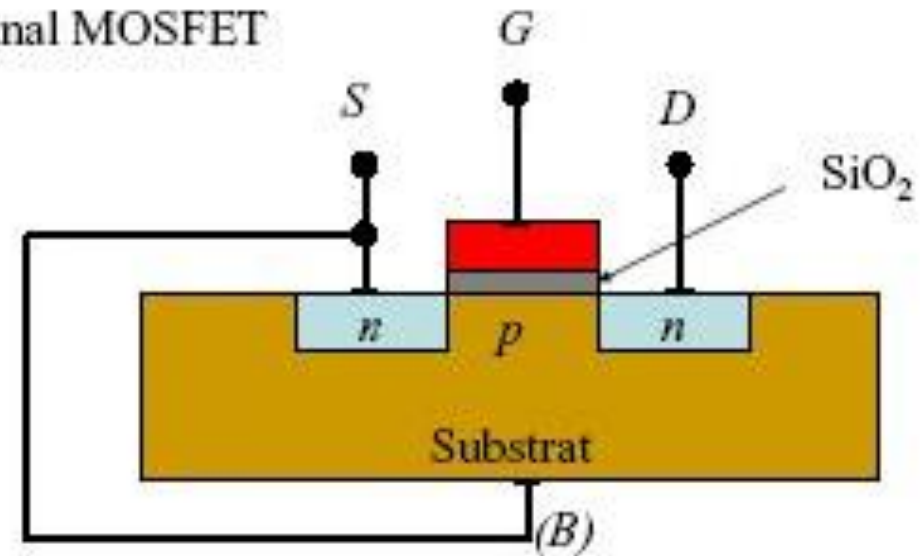
Ladung am Kanal:

$$Q = CU = \frac{UA\epsilon_r\epsilon_0}{d}$$

Für höhere Kapazität:

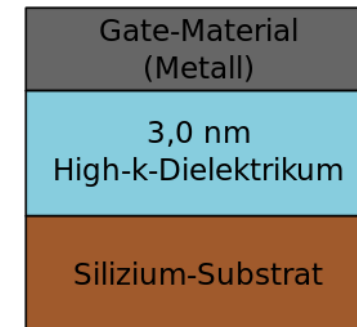
- Geringere Dicke $d \rightarrow$ Ladungsträger beginnen zu Tunneln
- Größere Fläche $A \rightarrow$ nicht erwünscht
- Größere Dielektrizitätskonstante!

n-Kanal MOSFET



typischer Prozess in
90-nm-Technik

MOS-Kapazität: 1×
Leckstrom: 1×



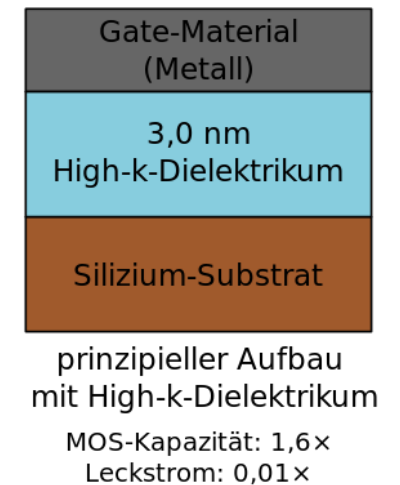
prinzipieller Aufbau
mit High-k-Dielektrikum

MOS-Kapazität: 1,6×
Leckstrom: 0,01×

Dielektrizitätskonstante

material	dielectric constant ϵ
vacuum	1
air	1.000576 (283 K, 1013 hPa)
rubber	2.5 - 3.5
SiO ₂	3.9
glass	5-10
NaCl	6.1
ethanol	25.8
water	81.1
strontium titanate	350

$$Q = \frac{UA\epsilon_r\epsilon_0}{d}$$



→ Aussichtsreichster Kandidat: HfO₂ mit $\epsilon_r \approx 25$

Mikroskopische Beschreibung

Verschiebungspolarisation

auch „elektronische“ Polarisierbarkeit

Für ein Atom:

$$\vec{p}_{elek} = \epsilon_0 \alpha_e \vec{E}_{lok}$$

α_e ...atomare/elektronische Polarisierbarkeit

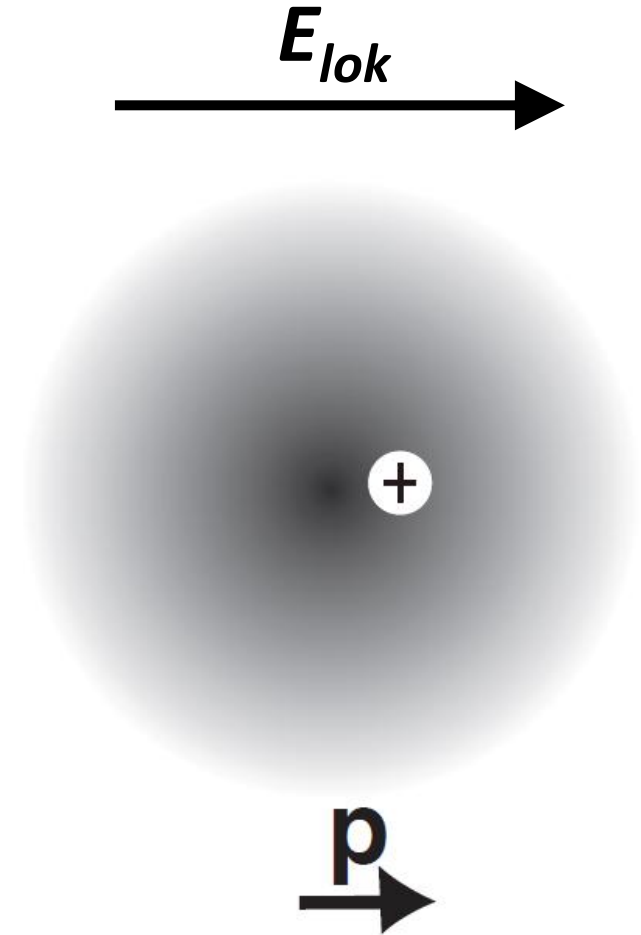
Homogener Festkörper:

$$\vec{P} = \frac{N}{V} \vec{p}_{elek}$$

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{P} = \frac{N}{V} \epsilon_0 \alpha_e \vec{E}_{lok}$$

$$\chi_e = \frac{N}{V} \alpha_e$$



Mikroskopische Beschreibung

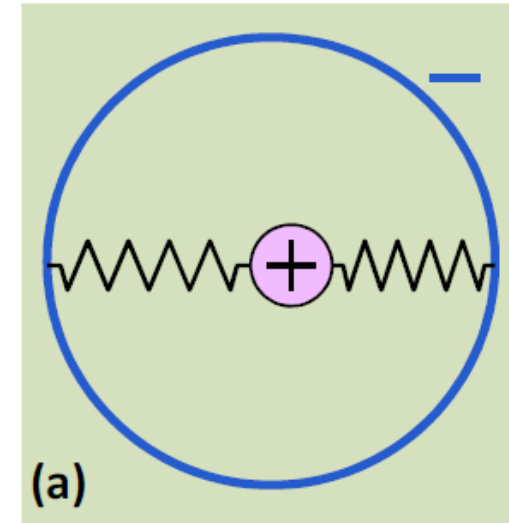
Verschiebungspolarisation

Abschätzung der elektronischen Polarisierbarkeit

Modell von Mossotti:

Atom ist geladene Kugel mit Radius a

$$\alpha_e \approx 4\pi a^3$$



Atom/Ion	F ⁻	Cl ⁻	He	Ne	Ar	Kr	Xe	Na ⁺	K ⁺	Rb ⁺
α (10 ⁻²⁴ cm ³)	1.2	3	0.205	0.396	1.64	2.48	4.04	0.147	0.81	1.35

$$\alpha_e \approx \frac{Ze^2}{\epsilon_0 \omega_0^2 m_e}$$

Näherung aus dem Lorentzschen
Oszillator-Modell

Mikroskopische Beschreibung

Ionenpolarisation

Verschiebung von Anionen und Kationen,
oft bei Ionenkristallen:

$$\vec{p}_{ion} = \epsilon_0 \alpha_i \vec{E}_{lok}$$

α_i ... Ionenpolarisierbarkeit

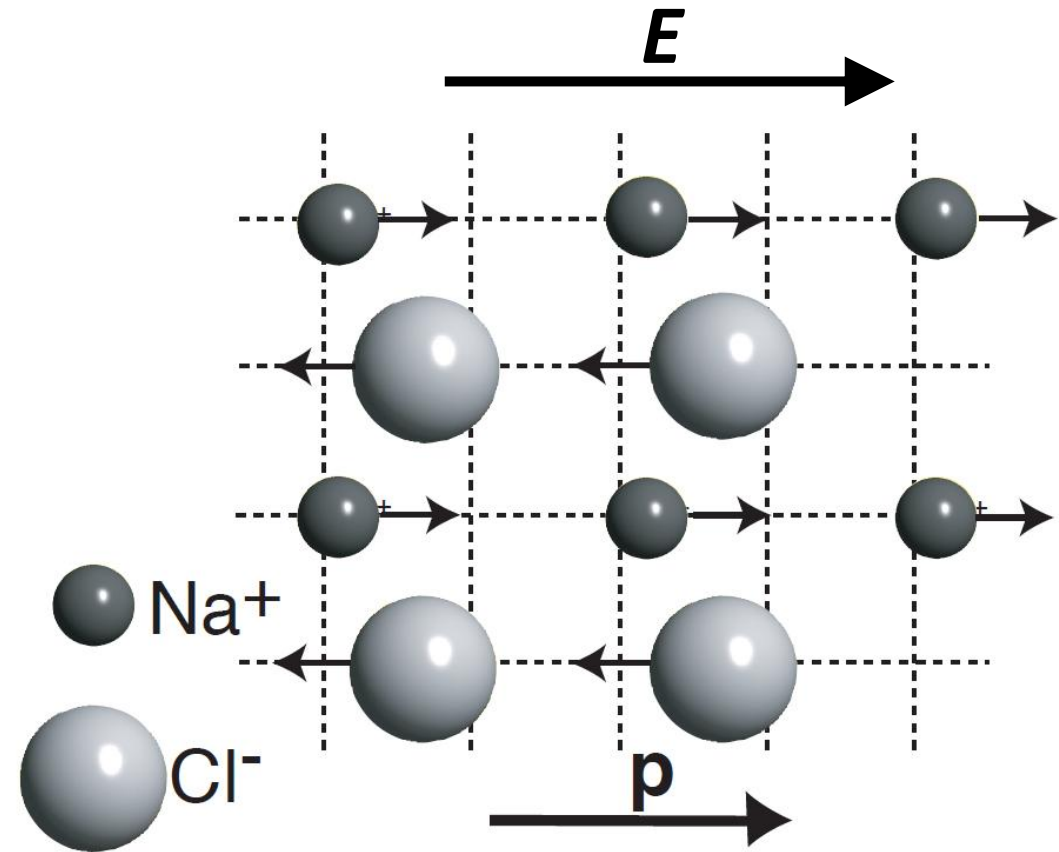
$$\vec{p}_{ion} = q \cdot \vec{u}$$

$\vec{u}$... relative Verschiebung der Ionen

Homogener Ionenkristall

$$\vec{P} = \frac{N}{V} (\vec{p}_{elek} + \vec{p}_{ion})$$

$$\vec{P} = \frac{N}{V} (\epsilon_0 \alpha_e \vec{E}_{lok} + q \vec{u})$$



Statischer Fall:

$$\alpha_i = \frac{q^2}{\epsilon_0 \omega_0^2 \mu}$$

Mikroskopische Beschreibung

Orientierungspolarisation

auch Dipolpolarisierbarkeit

Ausrichtung permanenter Dipole im Feld

$$\langle \vec{p} \rangle = \epsilon_0 \alpha_d \vec{E}$$

α_d ... Dipolpolarisierbarkeit

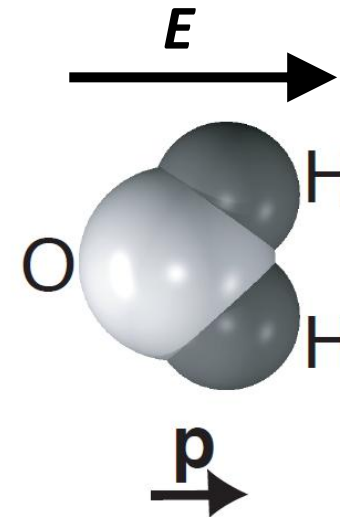
Homogener Stoff:

$$\vec{P}_{dip} = \epsilon_0 \frac{C}{T} \vec{E}$$

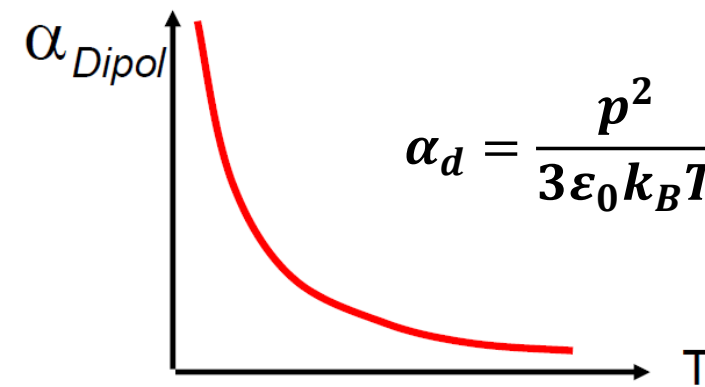
$$\chi_e = \frac{C}{T}$$

Frei bewegliche Dipole p :

$$C = \frac{N}{V} \frac{p^2}{3\epsilon_0 k_b}$$



„paraelektrische“ Materialien,
da Dipole statistisch verteilt

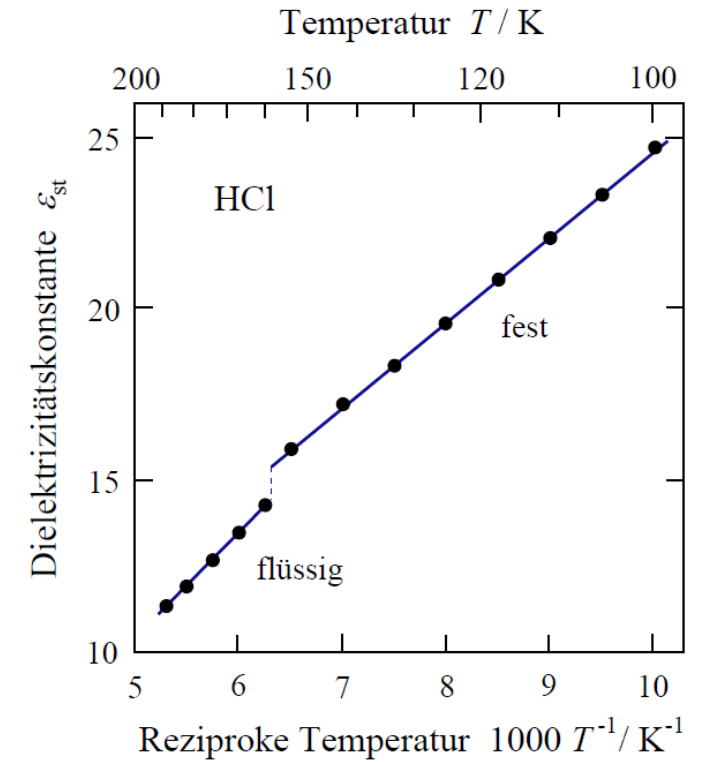
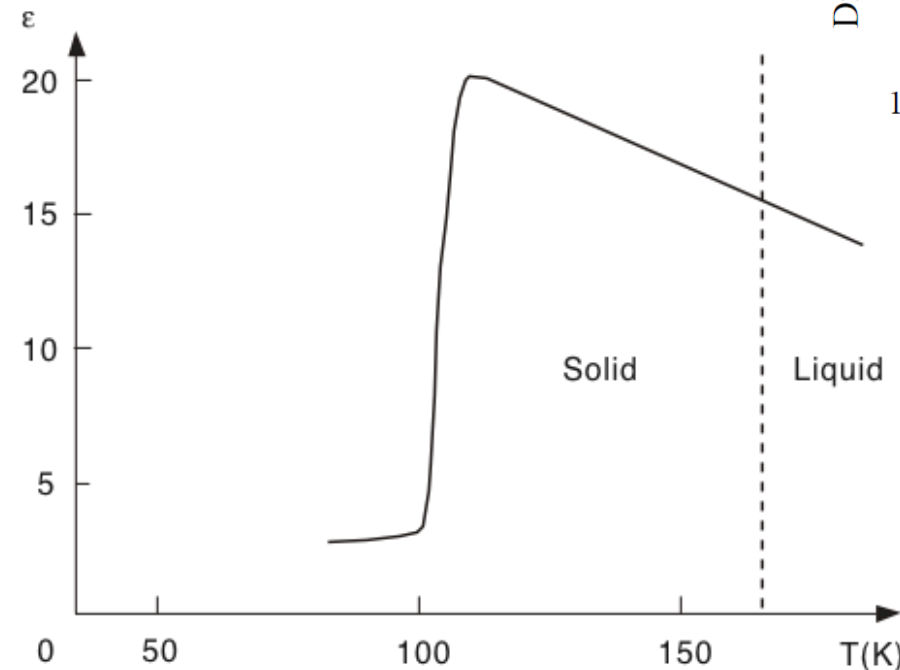
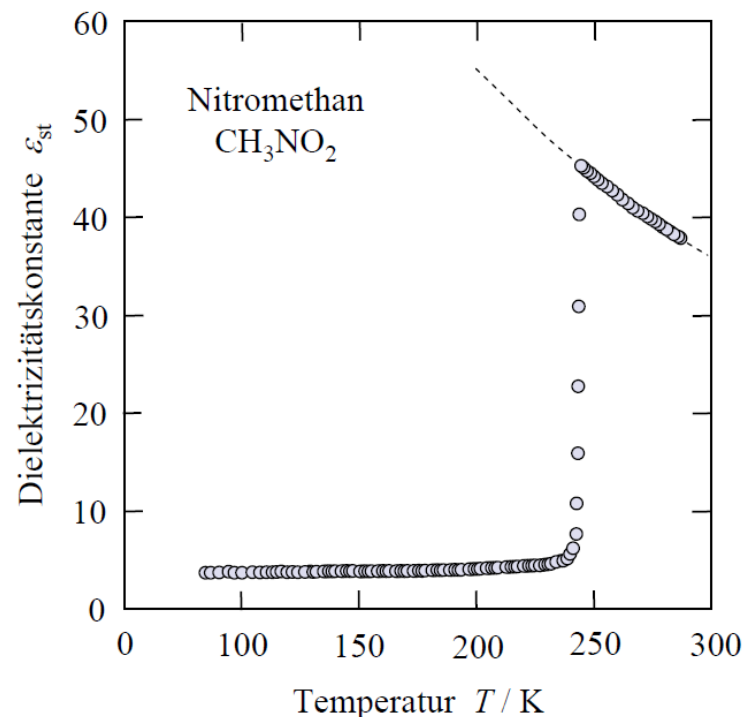


Mikroskopische Beschreibung

Orientierungspolarisation

Hohe dielektrische Konstante nur, wenn Dipole beweglich sind!

→ Orientierungspolarisation spielt nur untergeordnete Rolle in vielen Festkörpern



Beispiel HCl

Mikroskopische Beschreibung

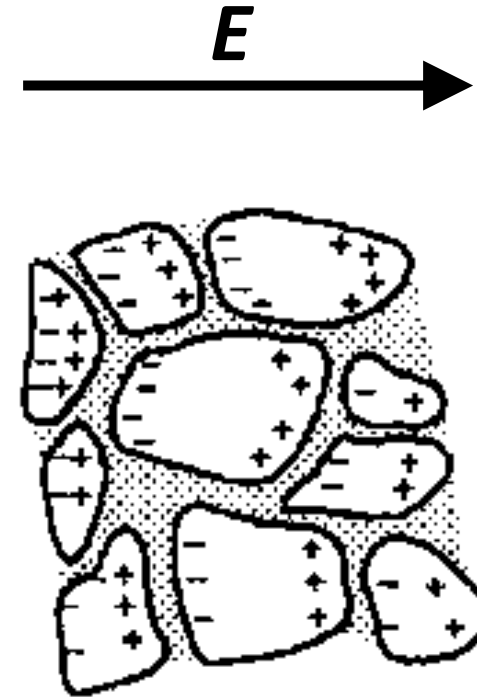
Raumladungspolarisation

Bei nicht perfekten Dielektrika (Wanderung von Fehlstellen in Defekt-Ionenkristallen oder räumlich begrenzte Bereiche mit freien Ladungsträgern in Kompositen)

→ Kein dielektrischer Effekt, sondern Ionenleitung

$$\vec{p} = \epsilon_0 \alpha_s \vec{E}$$

α_s ...Raumladungspolarisierbarkeit



Mikroskopische Beschreibung

Material kann verschiedene Anteile der Polarisierbarkeit haben:

$$\alpha = \alpha_e + \alpha_i + \alpha_d + \alpha_s$$

α_e ...atomare/elektronische Polarisierbarkeit

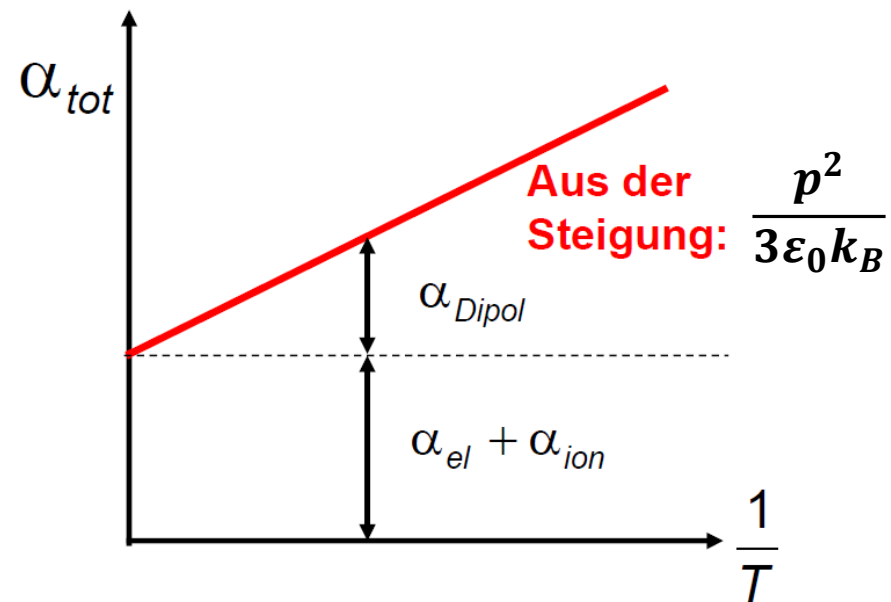
α_i ...Ionenpolarisierbarkeit

α_d ...Dipolpolarisierbarkeit

α_s ...Raumladungspolarisierbarkeit

Meist gilt:

$$\alpha_e \ll \alpha_i \ll \alpha_d \ll \alpha_s$$



Polarisierungseffekte sind in verschiedenen Frequenzbereichen aktiv!

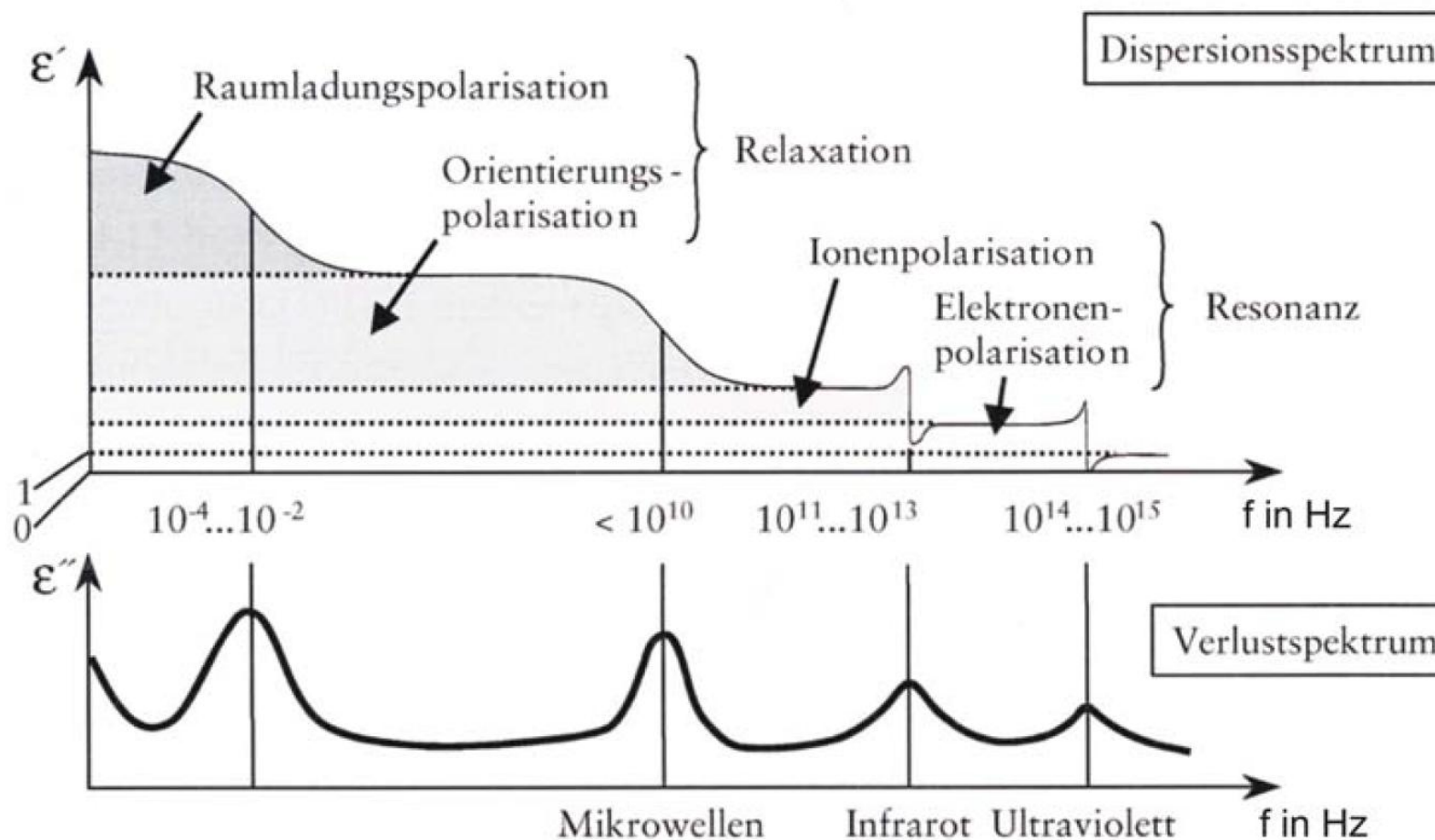
Atomare und ionischer Polarisierbarkeit nicht temperaturabhängig

Dielektrizitätskonstante

material	dielectric constant ϵ
vacuum	1
air	1.000576 (283 K, 1013 hPa)
rubber	2.5 - 3.5
SiO ₂	3.9
glass	5-10
NaCl	6.1
ethanol	25.8
water	81.1
strontium titanate	350

Mikroskopische Beschreibung

Frequenzabhängigkeit der Polarisationsbeiträge



Mikroskopische Beschreibung

Verschiebungspolarisation

auch „elektronische“ Polarisierbarkeit

Für ein Atom:

$$\vec{p}_{elek} = \epsilon_0 \alpha_e \vec{E}_{lok}$$

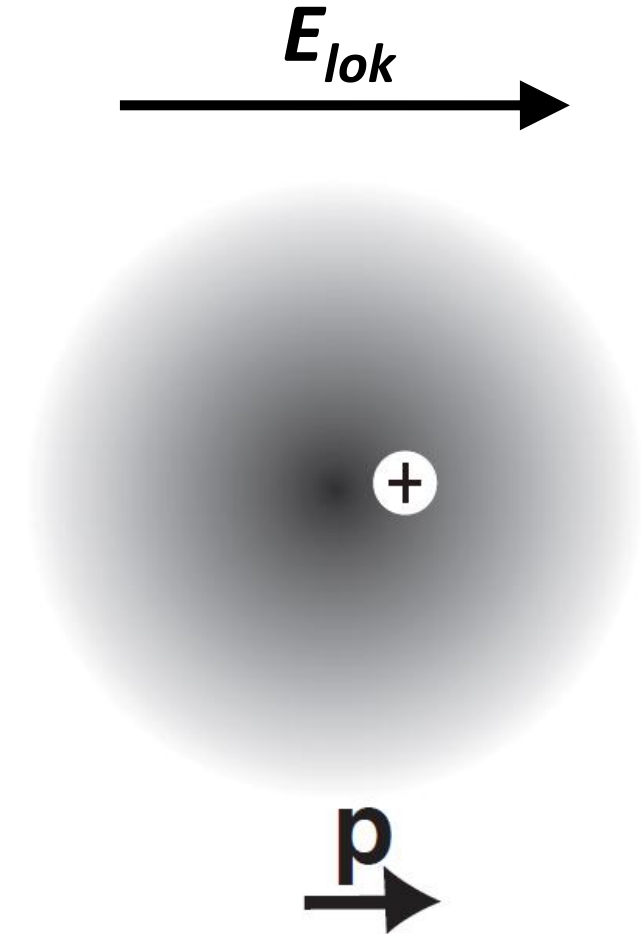
α_e ...atomare/elektronische Polarisierbarkeit

Homogener Festkörper:

$$\vec{P} = \frac{N}{V} \epsilon_0 \alpha_e \vec{E}_{lok}$$

$$\vec{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} - \epsilon_0 \vec{E}$$

Wie groß ist α_e ?



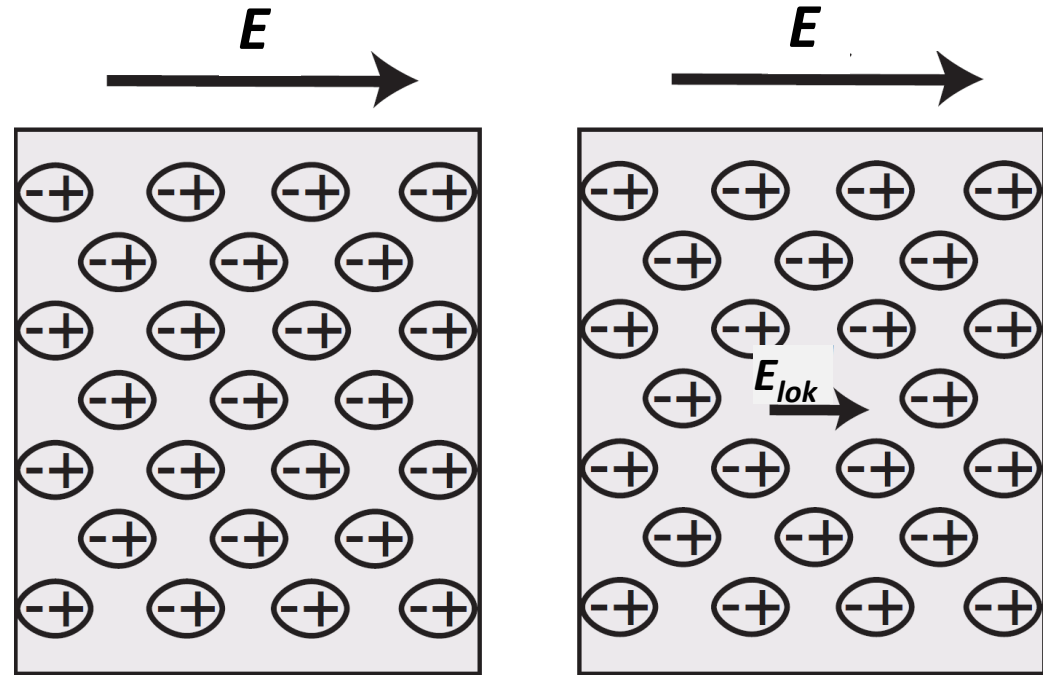
Lokales Feld im Dielektrikum

Material mit vielen lokalen mikroskopischen Dipolen

$$\vec{p} = q \cdot \vec{\delta}$$

Homogenes Dielektrikum:

$$\vec{P} = \frac{N}{V} \vec{p}$$



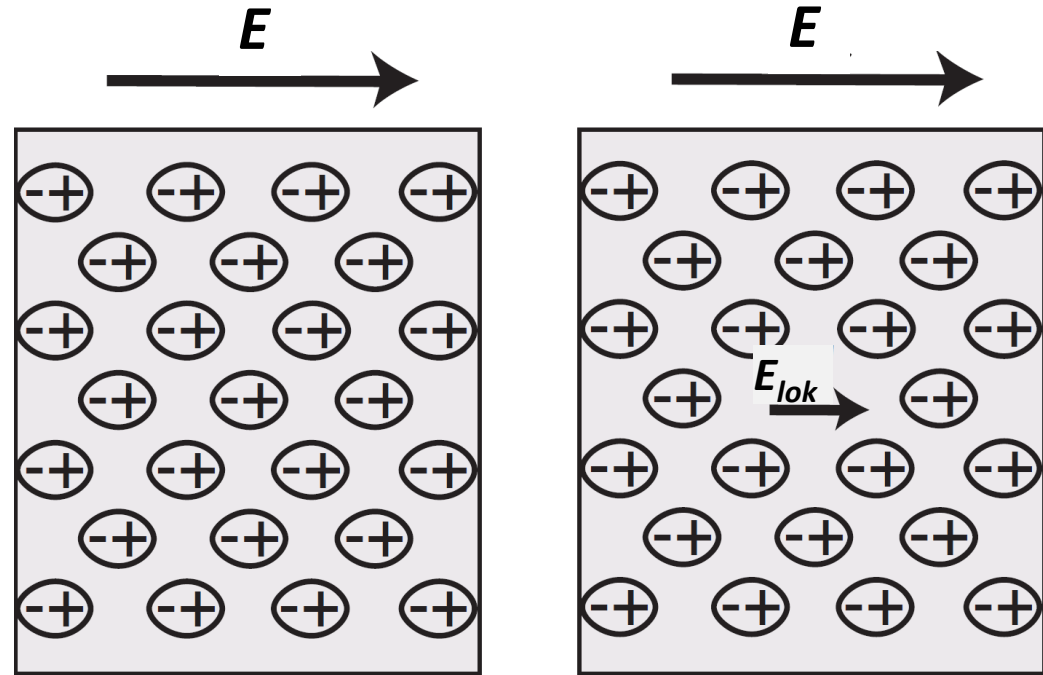
Was ist das lokale Feld, das ein Dipol im Dielektrikum spürt?

Lokales Feld im Dielektrikum

Homogenes Dielektrikum:

$$\vec{P} = (\epsilon_r - 1)\epsilon_0\vec{E} = \frac{N}{V}\vec{p} = \epsilon_0\frac{N}{V}\alpha\vec{E}_{lok}$$

$$\alpha = \frac{(\epsilon_r - 1)V}{N}$$



Leider falsch, da E nicht gleich E_{lok} !

Lokales Feld im Dielektrikum

Äußere Feld zwischen den Platten

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Feld der Oberflächenladungen
(Depolarisationsfeld)

$$E_1 = -\frac{P}{\epsilon_0}$$

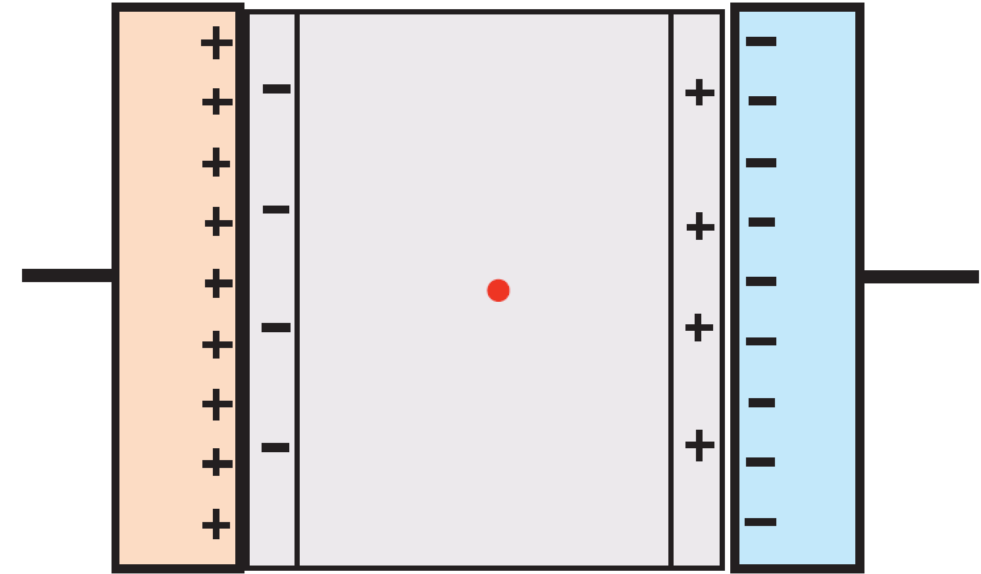
Allgemeiner:

$$E_1 = -f \frac{P}{\epsilon_0}$$

$0 \leq f \leq 1$ geometrieabhängiger
Depolarisationsfaktor

Gemittelttes makroskopisches Feld

$$E_m = E_0 + E_1 = \frac{(\sigma - P)}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$



Lokales Feld im Dielektrikum

Äußere Feld zwischen den Platten

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Feld der Oberflächenladungen
(Depolarisationsfeld)

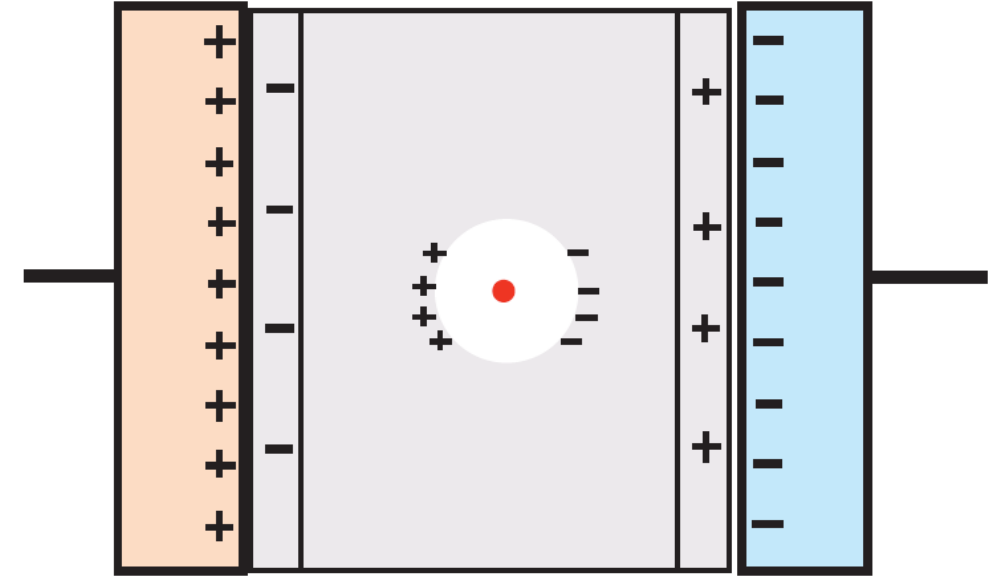
$$E_1 = -\frac{P}{\epsilon_0}$$

Gemittelte makroskopische Feld

$$E_m = E_0 + E_1 = \frac{(\sigma - P)}{\epsilon_0}$$

Einführung einer kleinen Kugel im Dielektrikum

- Feld der Oberflächenladung E_2
- Feld im Inneren E_3



Gesamtes lokales Feld:

$$E_{lok} = E_0 + E_1 + E_2 + E_3 = E + E_2 + E_3$$

Lokales Feld im Dielektrikum

Feld im Zentrum der Kugel mit Radius r

$$\mathbf{E}_2 = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma}{r^2} \hat{\mathbf{r}} dS$$

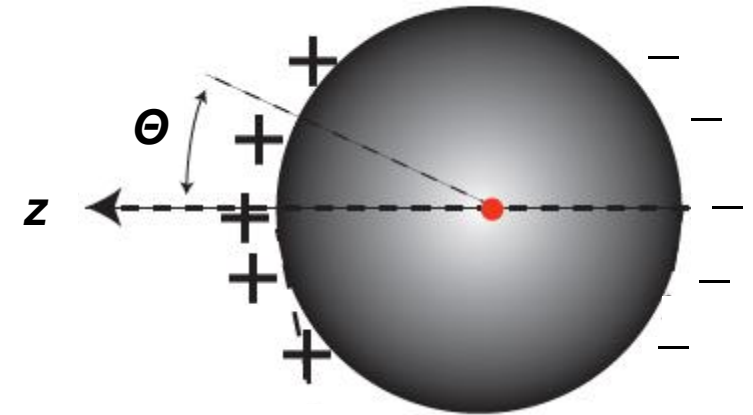
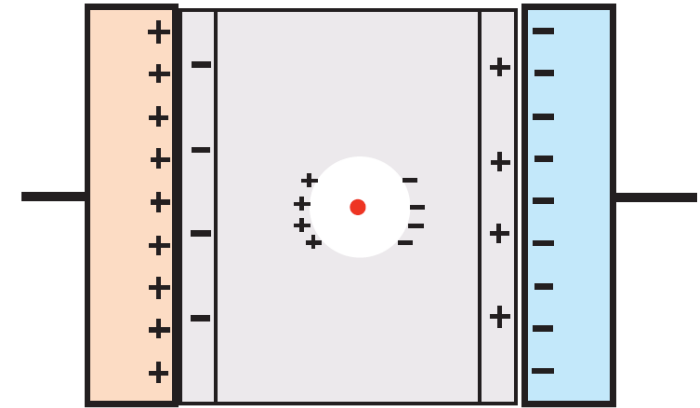
Wegen Symmetrie nur z-Komponente notwendig

$$E_2 = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma}{r^2} \cos \Theta dS$$

Oberflächenladungsdichte

$$\sigma = P \cos \Theta$$

$$E_2 = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P \cos \Theta}{r^2} \cos \Theta dS = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P \cos \Theta}{r^2} \cos \Theta r^2 \sin \Theta d\phi d\Theta = \frac{1}{3\epsilon_0} P$$



Lokales Feld im Dielektrikum

Berechnung E_3 für kubisches Gitter

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{3(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r} - r^2\mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 r^5}$$

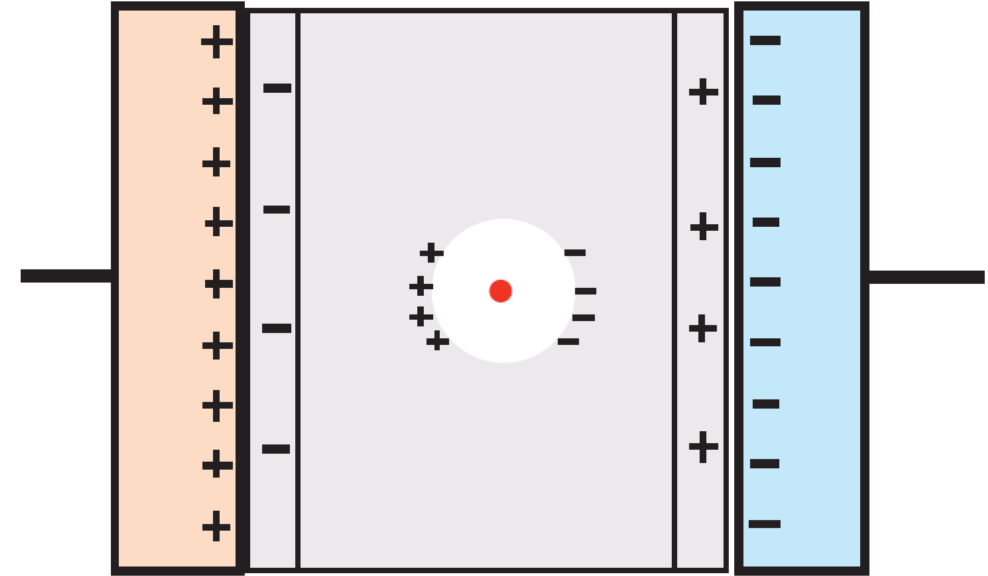
$$E_z(r) = p \frac{3z^2 - r^2}{4\pi\epsilon_0 r^5}$$

Zentrum auf Gitterpunkt im kubischen Gitter:

$$E_z(r) = p \sum_i \frac{3z_i^2 - r_i^2}{4\pi\epsilon_0 r_i^5} = p \sum_i \frac{2z_i^2 - x_i^2 - y_i^2}{4\pi\epsilon_0 r_i^5} = 0$$

Mit kubischer Symmetrie:

$$\sum_i \frac{z_i^2}{r_i^5} = \sum_i \frac{x_i^2}{r_i^5} = \sum_i \frac{y_i^2}{r_i^5}$$



Lokales Feld im Dielektrikum

Lokales Feld an der Stelle eines einzelnen Dipols:

$$E_{lok} = E_m + E_2$$

E_2 ... zusätzlicher Beitrag der Dipolfelder benachbarter Dipole

$$E_{lok} = E_m + \frac{1}{3\epsilon_0} P$$

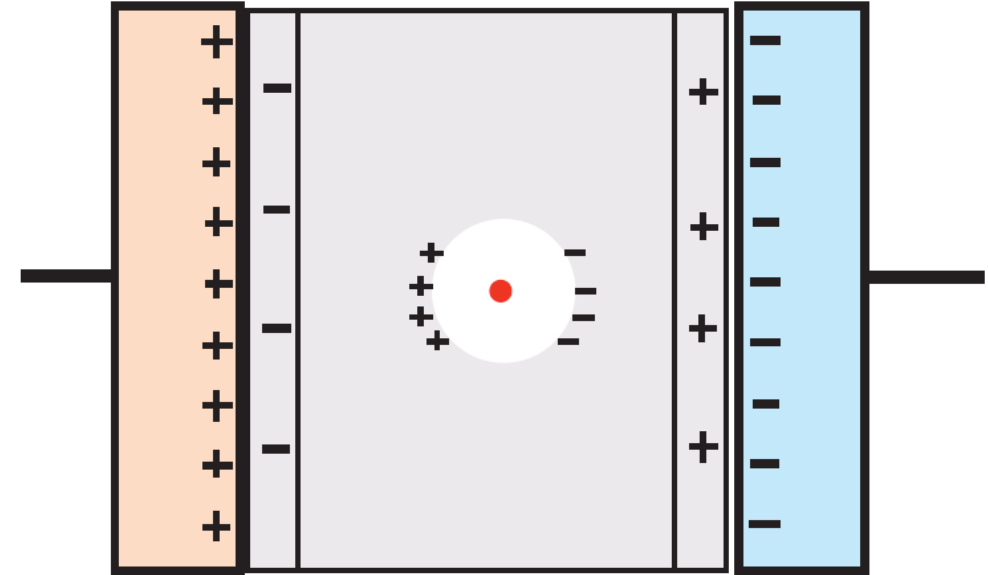
Lorentz-Beziehung

Mit:

$$P = (\epsilon_r - 1)\epsilon_0 E_m$$

$$E_{lok} = \frac{1}{3}(\epsilon_r + 2)E_m$$

→ Lokales Feld höher als das gemittelte Feld E_m !



Lokales Feld im Dielektrikum

Homogenes Dielektrikum:

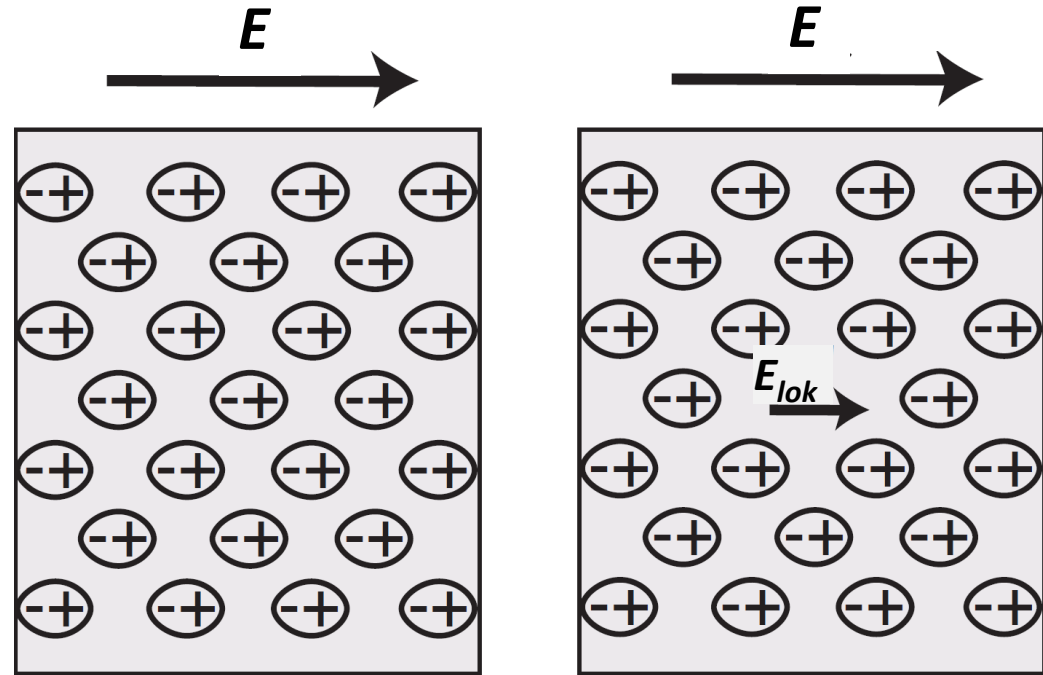
$$E_{lok} = \frac{1}{3}(\epsilon_r + 2)E_m$$

$$P = \epsilon_0 \frac{N}{V} \alpha_e E_{lok}$$

$$P = \epsilon_0 \frac{N \alpha_e}{3V} (\epsilon_r + 2) E_m$$

$$P = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 E_m$$

$$\alpha_e = \frac{(\epsilon_r - 1)}{(\epsilon_r + 2)} \frac{3V}{N}$$



Clausius-Mossotti Beziehung für elektrische Polarisierbarkeit

Lokales Feld im Dielektrikum

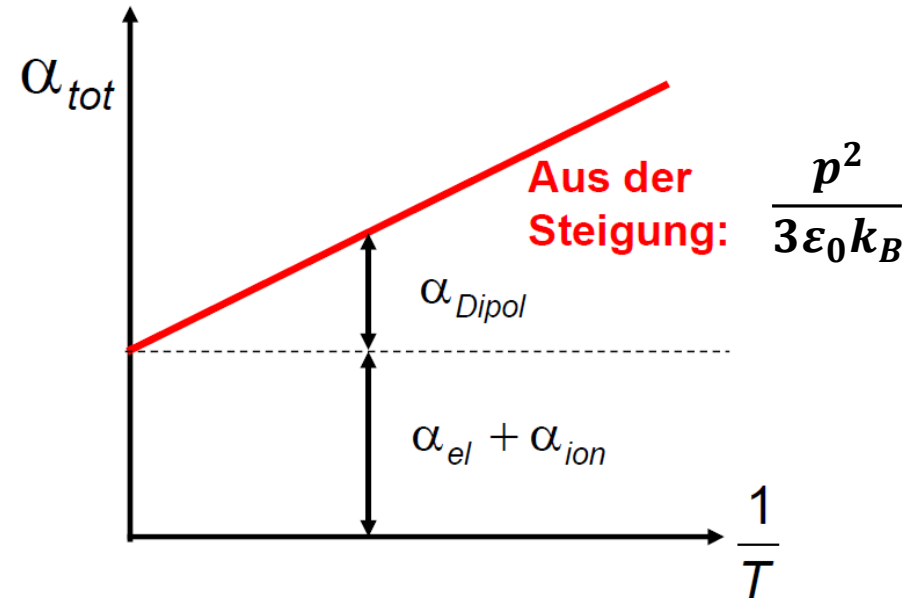
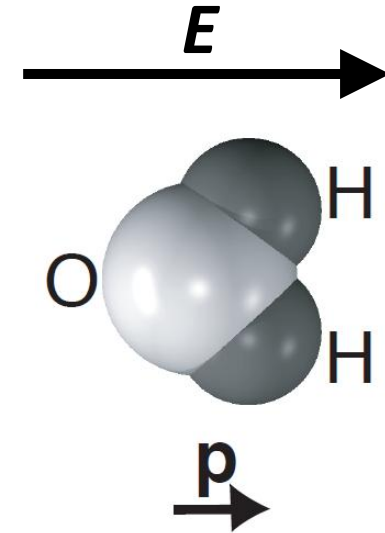
Orientierungspolarisation

Zusätzliche permanente Dipole

$$\alpha_e = \frac{(\epsilon_r - 1)}{(\epsilon_r + 2)} \frac{3V}{N} - \frac{p^2}{3\epsilon_0 k_B T}$$

Debye-Beziehung

p ... permanente Dipolmoment



Frequenzabhängigkeit von ϵ_r

$$\alpha_{tot} = \frac{Ze^2}{\epsilon_0 \omega_0^2 m_e} + \frac{q^2}{\epsilon_0 \omega_0^2 \mu} + \frac{p^2}{3\epsilon_0 k_B T} \quad \omega \ll \omega_0$$

