

Vorlesung Metallische Funktionswerkstoffe SS 2026



Leibniz Institute
for Solid State and
Materials Research
Dresden

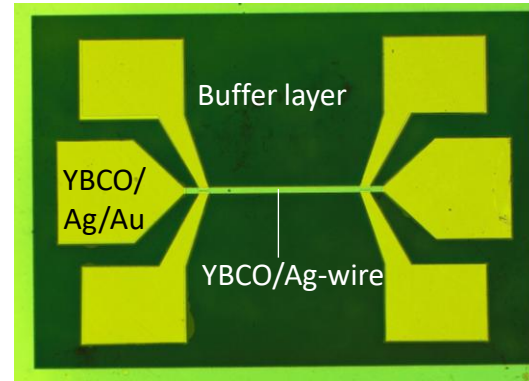
Supraleitung I

Dr. Ruben Hühne

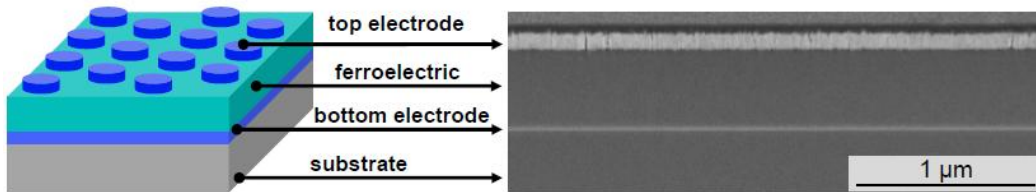
*Arbeitsgruppe Funktionale Oxidschichten und Supraleiter
Institut für Metallische Werkstoffe
IFW Dresden, Helmholtzstrasse 20, D-01069 Dresden, Germany
Mail: r.huehne@ifw-dresden.de*

Funktionale Oxidschichten und Supraleiter

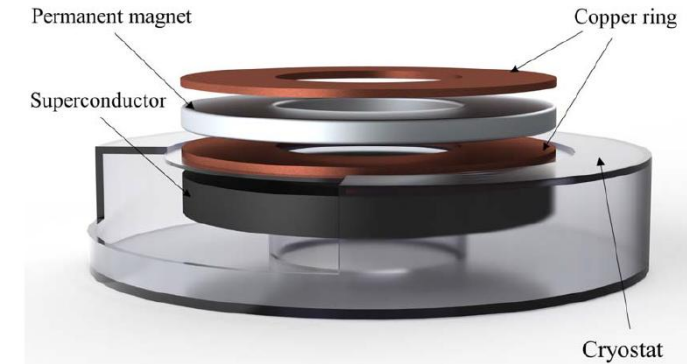
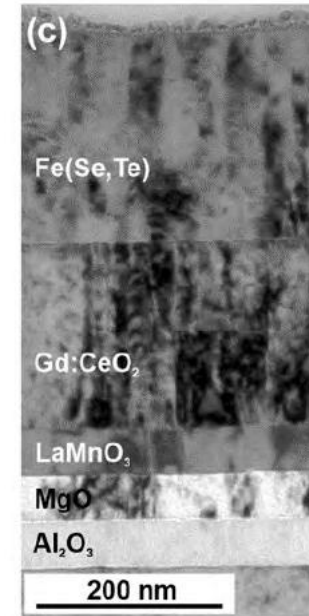
**Funktionale
YBCO Schichten**



**Thermoelektrische und
ferroelektrische Schichten**



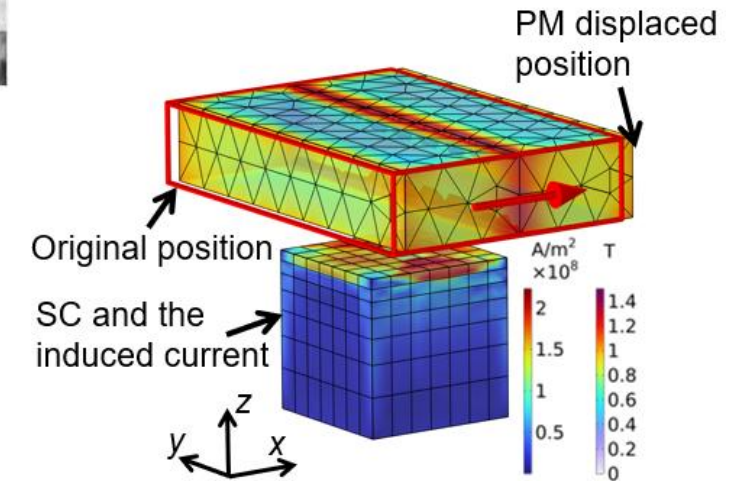
**Fe-basierte
Supraleiter**



**Supraleitende Lager für rotierende
Anwendungen**

Kernforschungsthemen:

- Herstellung epitaktischer Schichten mittels gepulster Laserdeposition
- Supraleitende Schichten:
 - Funktionale YBCO-Schichten
 - Grundlagenuntersuchungen an Fe-basierten Supraleitern
- Thermoelektrische und ferroelektrische Schichten
- Supraleitende Magnetlager für Anwendungen



Numerische Simulationen

Inhalt

- Entdeckung der Supraleitung
- Grundlegende supraleitende Effekte
- Phänomenologische Beschreibung
- Mikroskopische Beschreibung der Supraleitung
- Kritische Stromdichte und Pinning
- Konventionelle Supraleiter
- Ausgewählte unkonventionelle Supraleiter
 - Hochtemperatursupraleitung: Kuprate
 - Fe-basierte Supraleiter

Literatur

“Einführung in die Festkörperphysik”
von Philip Hofmann, Wiley-VCH
Berlin

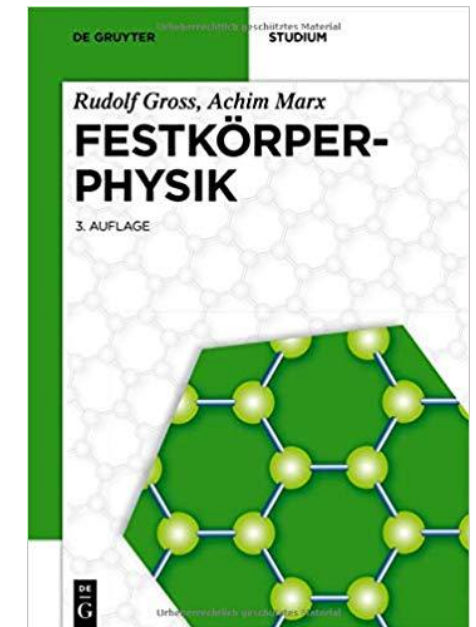
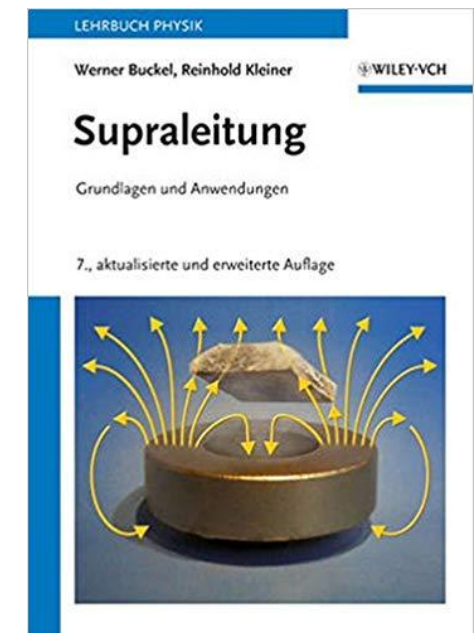
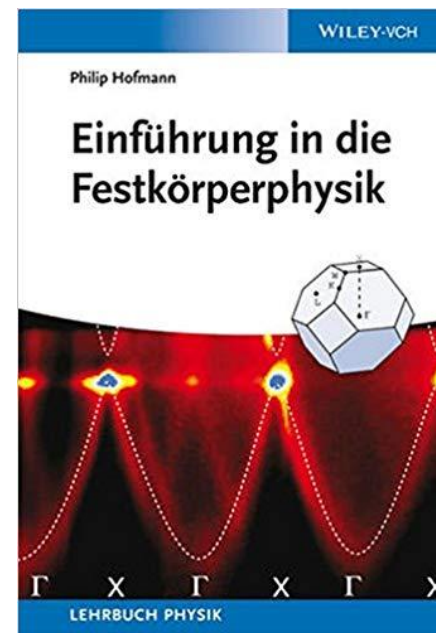
W. Buckel, R. Kleiner: „Supraleitung:
Grundlagen und Anwendungen“, Wiley-VCH
Berlin

R. Gross, A. Marx: „Festkörperphysik“, De
Gruyter Studium

Bilder und Formeln
teilweise übernommen von:

www.philiphofmann.net

<https://www.wmi.badw.de/teaching/lecture-notes/>



Entdeckung der Supraleitung

Wie erreiche ich möglichst tiefe Temperaturen?

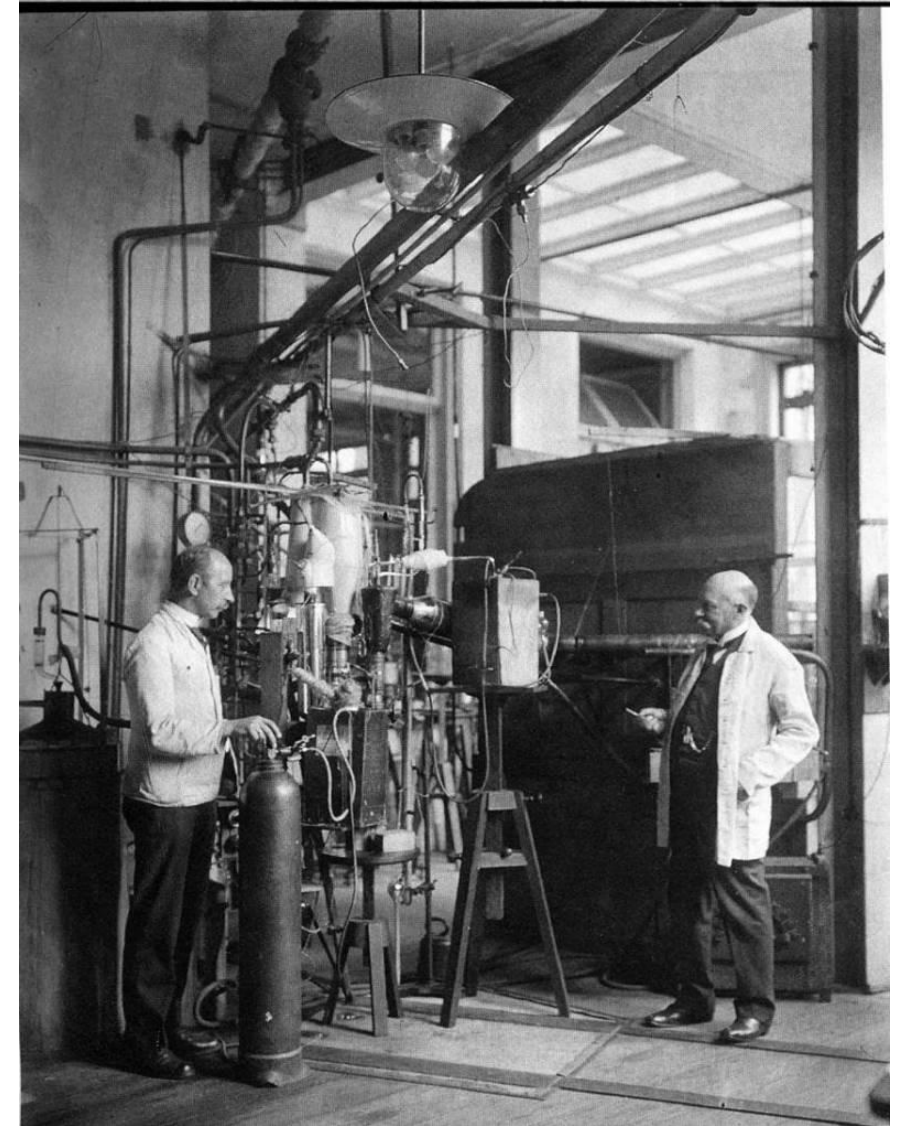
- Flüssiger Sauerstoff: ~ 90 K (1883)
- Flüssiger Stickstoff: ~ 77 K (1883)
- Flüssiges Neon: ~ 27 K (1898)
- Flüssiger Wasserstoff: ~ 21 K (1898)

→ Heliumverflüssigung: ~ 4.2 K

H. Kamerlingh Onnes,
Kältelaboratorium Leiden (1908)

Nobelpreis für Physik, 1913

»für seine Untersuchungen der Eigenschaften von Materie bei tiefen Temperaturen, die unter anderem zur Herstellung von flüssigem Helium führten«

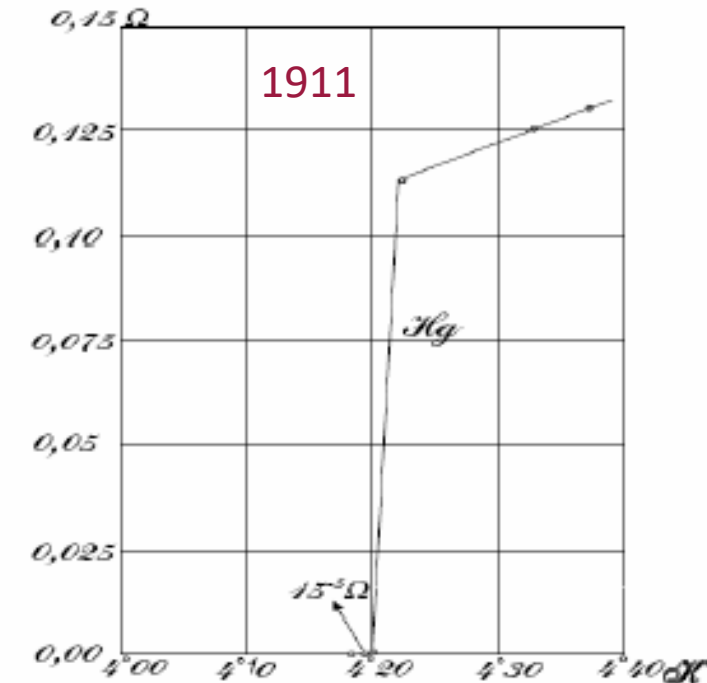
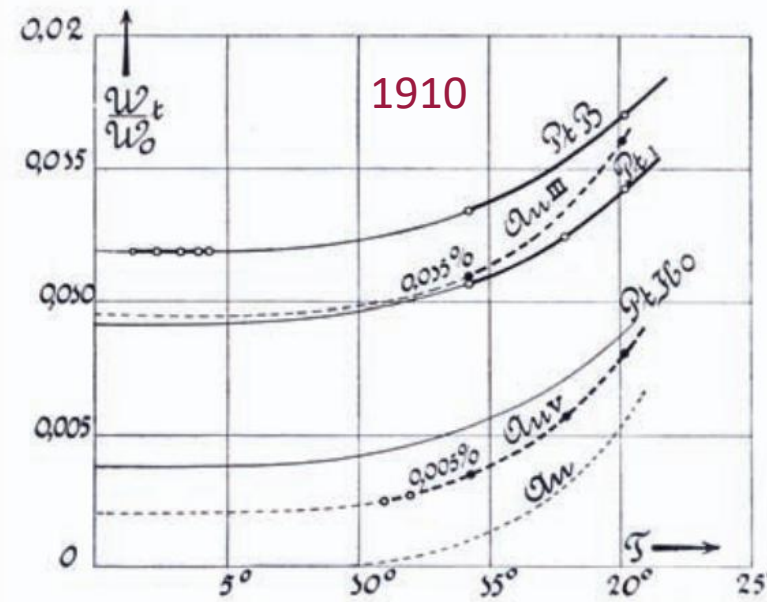
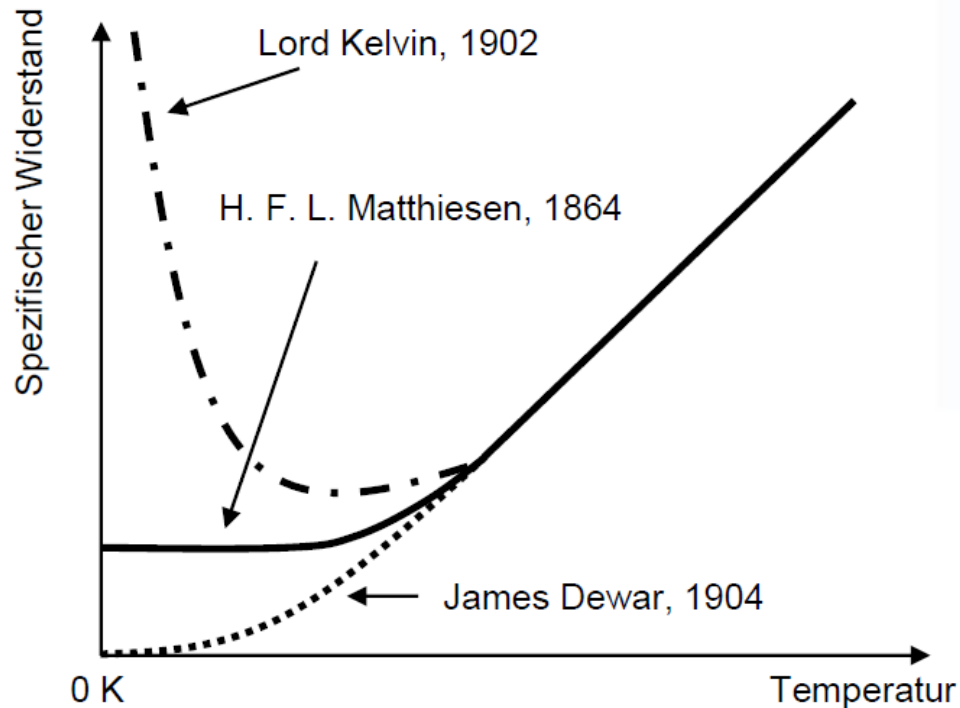


H. Kamerlingh Onnes mit G. J. Flim (1908)

Entdeckung der Supraleitung

Frage: Wie verhält sich der elektrische Widerstand am absoluten Nullpunkt?

Unterschiedliche Vorstellungen:

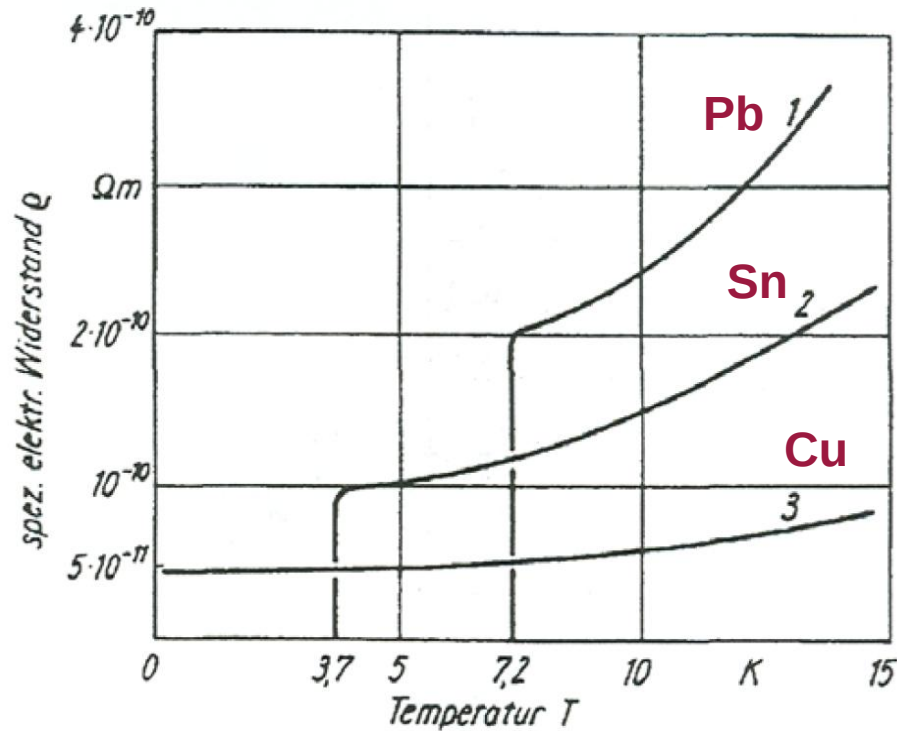


Sprung im elektrischen Widerstand von hochreinem Hg

→ Entdeckung der „Supraleitung“: ideale Leitfähigkeit

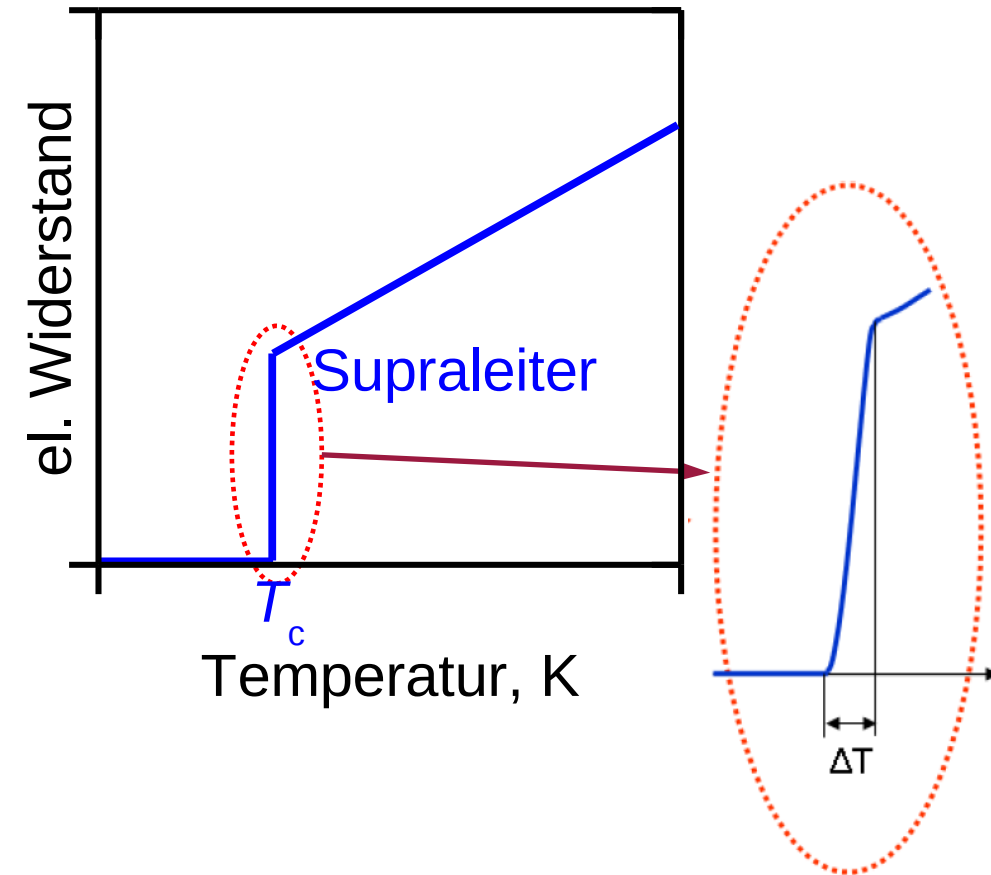
Grundlegende supraleitende Effekte

Ideale Leitfähigkeit



	T_c (K)
Hg	4.15
Pb	7.20
V	5.30
Sn	3.70

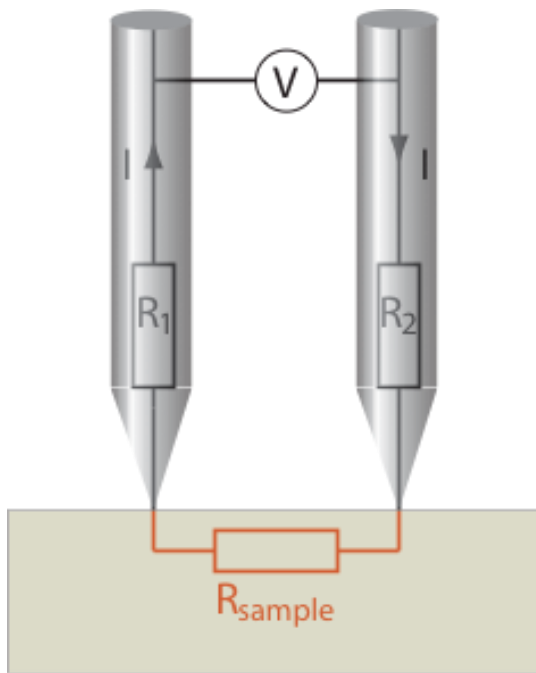
Kritische Sprungtemperatur T_c



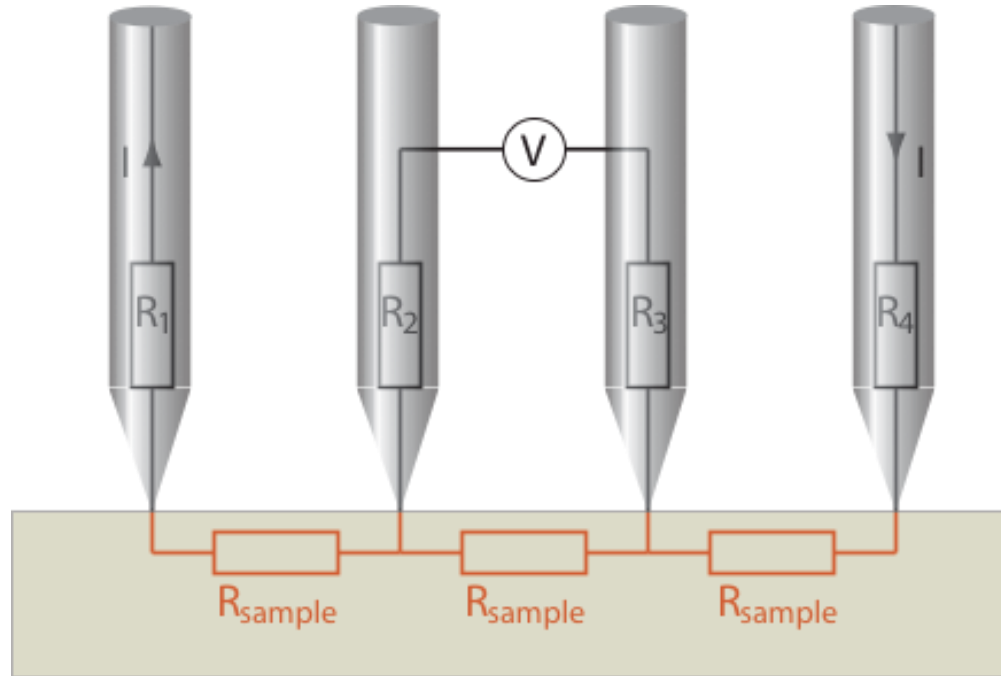
→ Verlustfreier Stromtransport bei tiefen Temperaturen möglich!

Grundlegende supraleitende Effekte

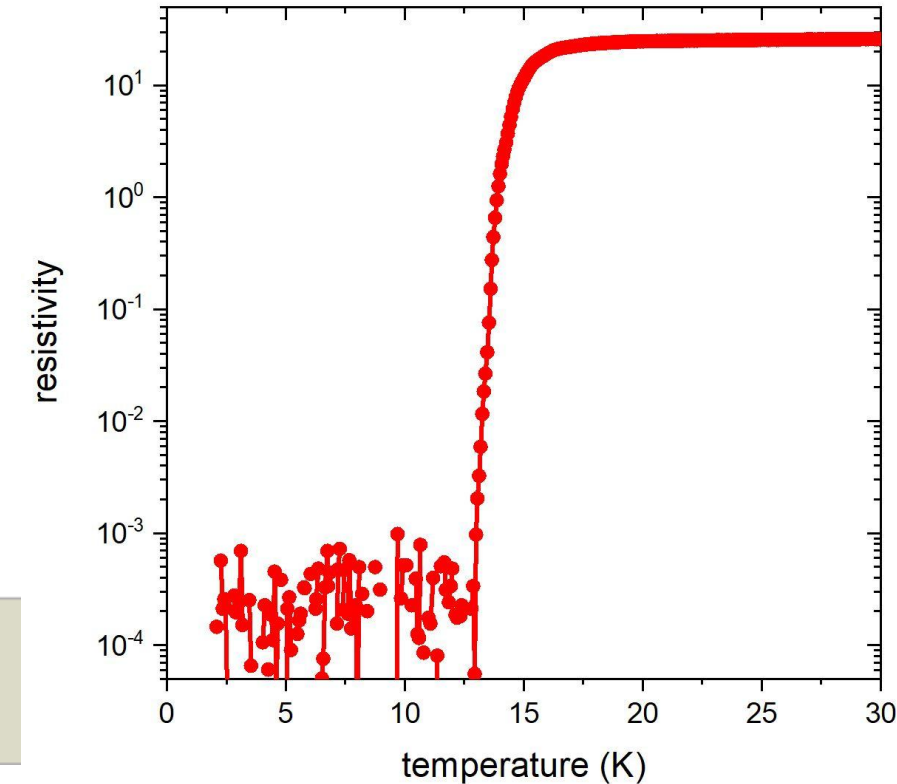
Widerstandsmessungen



Zweipunktmessung:
Kontaktwiderstand und
Widerstand der Leitungen
dominieren



Vierpunktmessung:
limitierender Faktor ist die kleinste
messbare Spannung

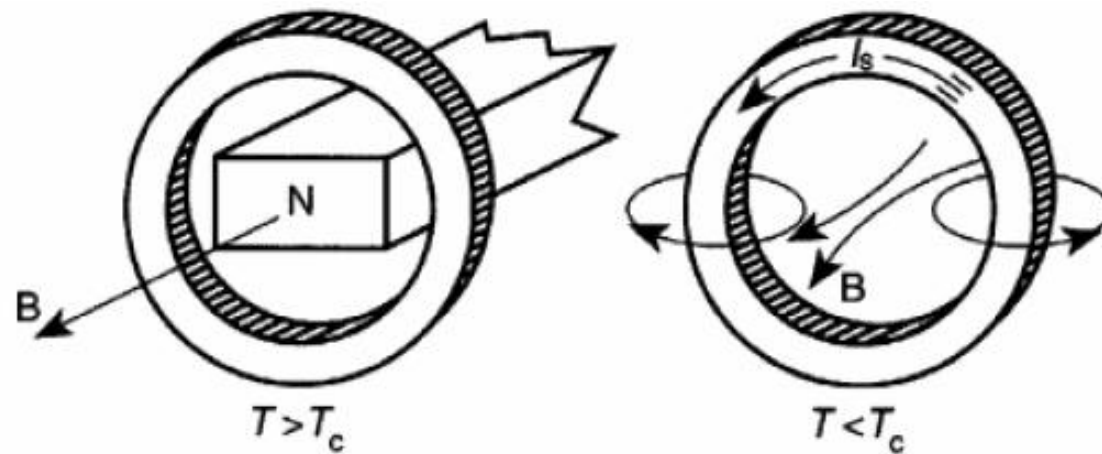


Beispiel: Fe(Se,Te)-Schicht

Grundlegende supraleitende Effekte

Ideale Leitfähigkeit

Nachweis: Erzeugung eines Dauerstromes in einem supraleitenden Ring

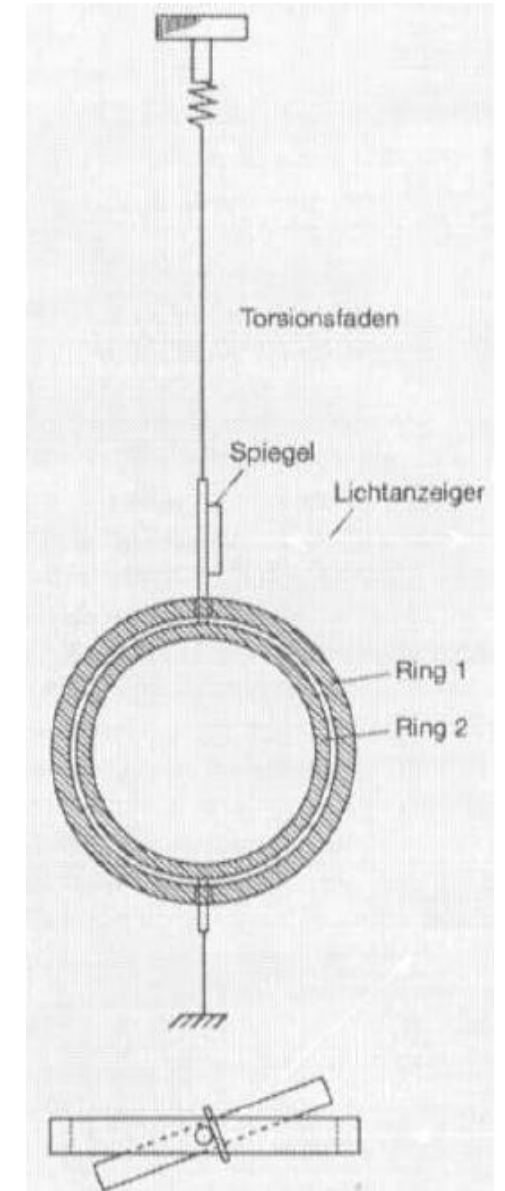


Messung der zeitlichen Abhängigkeit des Magnetfeldes

$$I(t) = I_0 e^{-(R/L)t}$$

L ... Selbstinduktionskoeffizient

Beobachtung über Jahre: $\rho < 10^{-25} \Omega\text{m}$



Grundlegende supraleitende Effekte

alkali
metals

PERIODIC TABLE OF SUPERCONDUCTING ELEMENTS

18

1	H																	2	He																
3	Li	4	Be																	10	Ne														
11	Na	12	Mg																	18	Ar														
19	K	20	Ca	21	Sc	22	Ti	23	V	24	Cr	25	Mn	26	Fe	27	Co	28	Ni	29	Cu	30	Zn	31	Ga	32	Ge	33	As	34	Se	35	Br	36	Kr
37	Rb	38	Sr	39	Y	40	Zr	41	Nb	42	Mo	43	Tc	44	Ru	45	Rh	46	Pd	47	Ag	48	Cd	49	In	50	Sn	51	Sb	52	Te	53	I	54	Xe
55	Cs	56	Ba	57	La	58	Ce	59	Pr	60	Nd	61	Pm	62	Sm	63	Eu	64	Gd	65	Tb	66	Dy	67	Ho	68	Er	69	Tm	70	Yb	71	Lu		
87	Fr	88	Ra	89	Ac	90	Th	91	Pa	92	U	93	Np	94	Pu	95	Am	96	Cm	97	Bk	98	Cf	99	Es	100	Fm	101	Md	102	No	103	Lr		

alkaline earth metals

transition metals

metals

semi-metals

non-metals

Atomic number

Symbol

Critical temperature of bulk at normal pressure

Condition type (e. g. pressure value, film form)

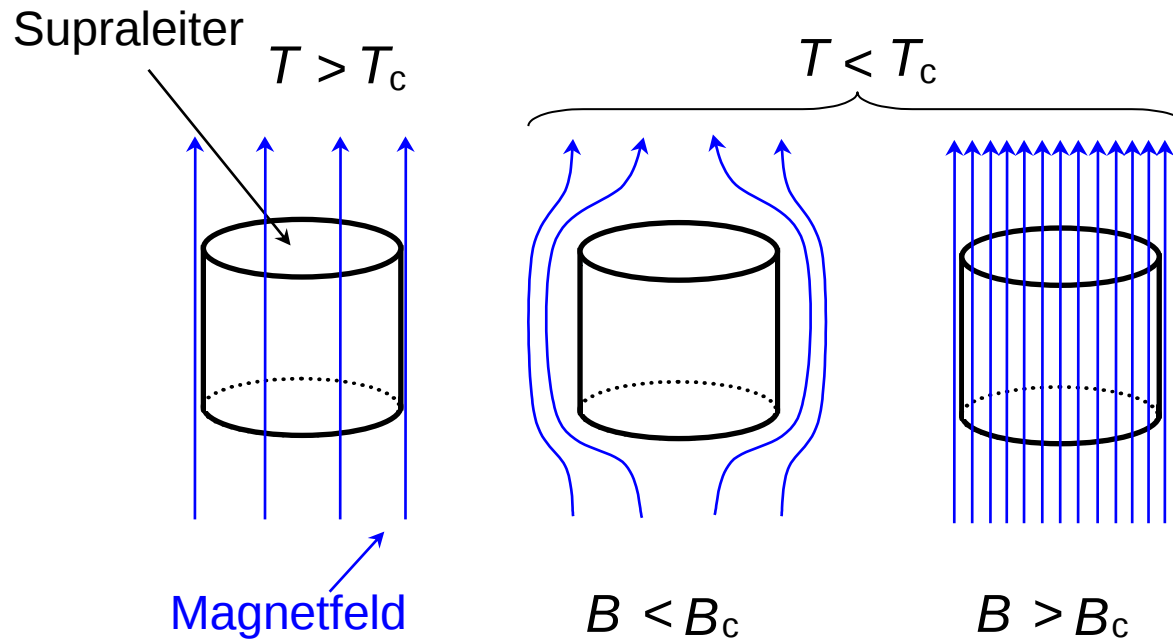
Critical temperature under certain conditions

superconducting element only under certain conditions (pressure or film form)

superconducting element at normal pressure in bulk form

Grundlegende supraleitende Effekte

Verhalten im Magnetfeld



Magnetfeld dringt bis zu einem kritischen Feld B_c nicht in Supraleiter ein

→ Supraleiter sind ideale Diamagneten ($\chi_m = -1$)

$$B = B_0 + \mu_0 M \quad \mu_0 M = \chi_m B_0$$



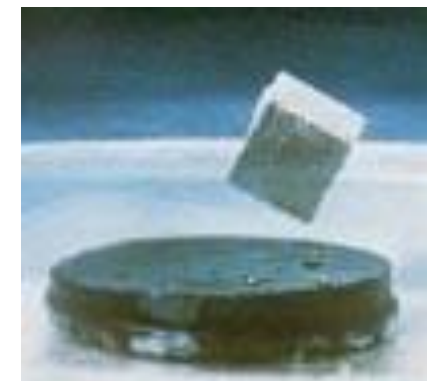
Walther Meißner



Robert Ochsenfeld

*W. Meissner, R. Ochsenfeld,
Naturwissenschaften 21 (1933) 787*

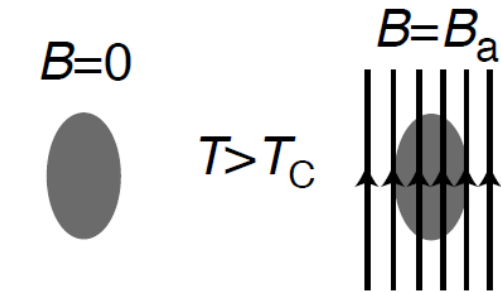
→ *Meissner-Ochsenfeld Effekt*



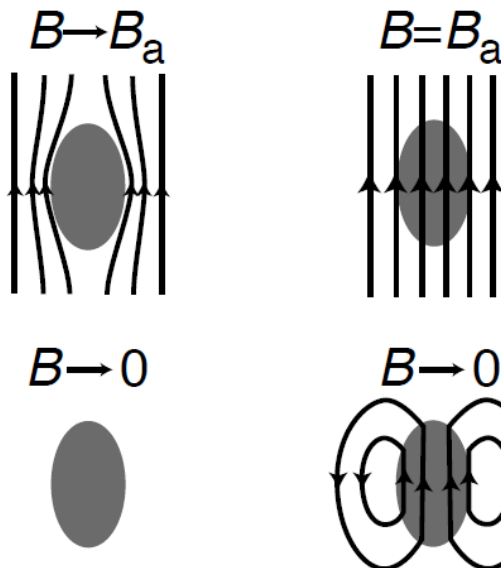
Grundlegende supraleitende Effekte

Verhalten im Magnetfeld

Perfekter Leiter ($\rho = 0$)



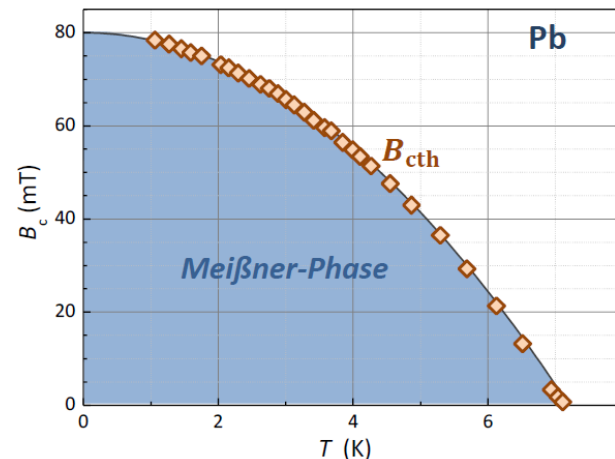
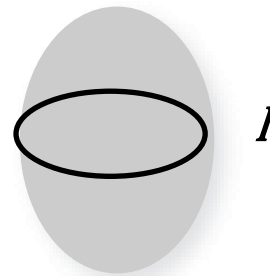
Abkühlung unter T_c



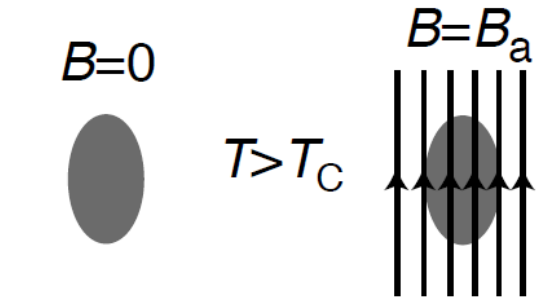
Faradaysches Induktionsgesetz:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

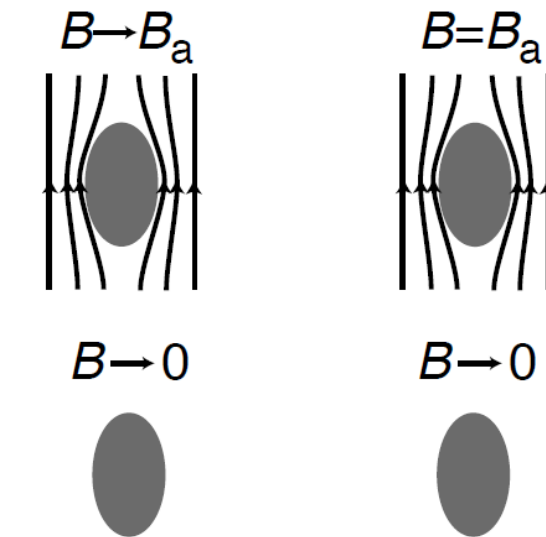
Integration entlang eines geschlossenen Weges im Leiter



Supraleiter



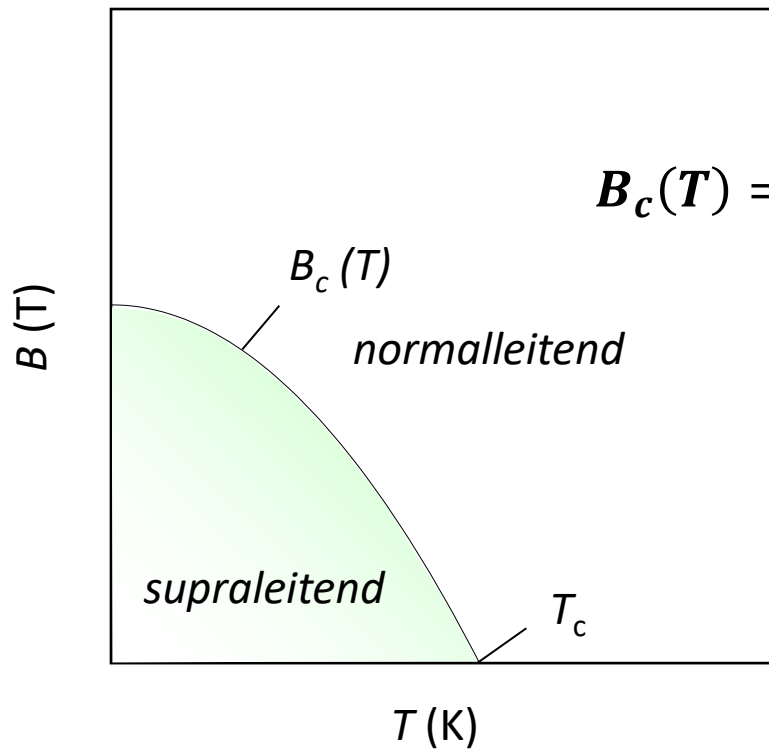
Abkühlung unter T_c



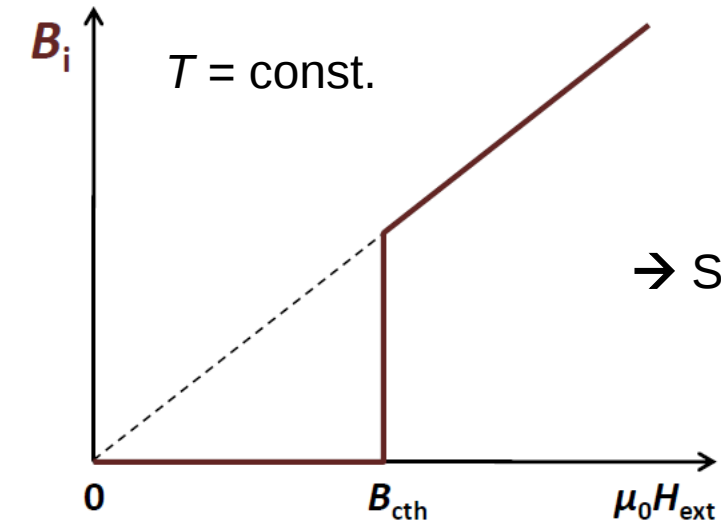
Grundlegende supraleitende Effekte

Verhalten im Magnetfeld

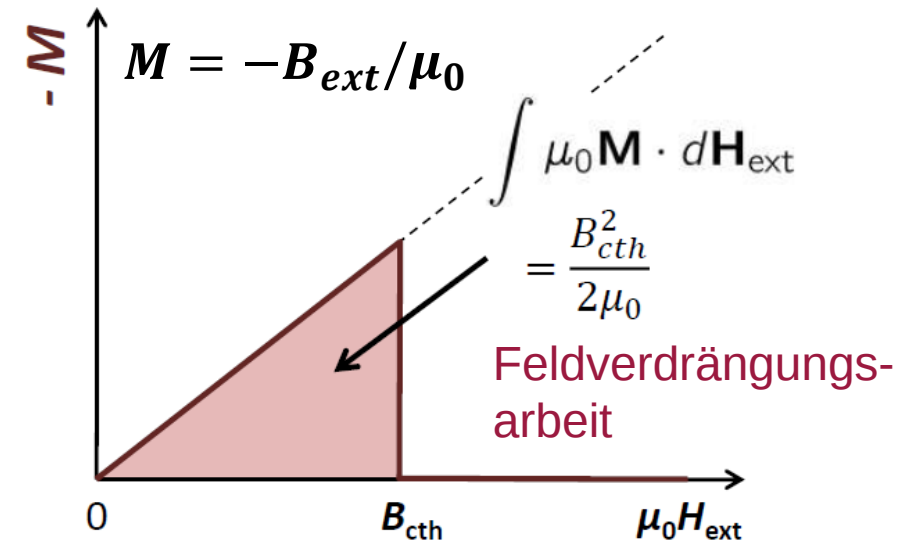
Phasendiagramm:



$$B_c(T) = B_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$$



→ Supraleiter 1. Art



Grundlegende supraleitende Effekte

Verhalten im Magnetfeld

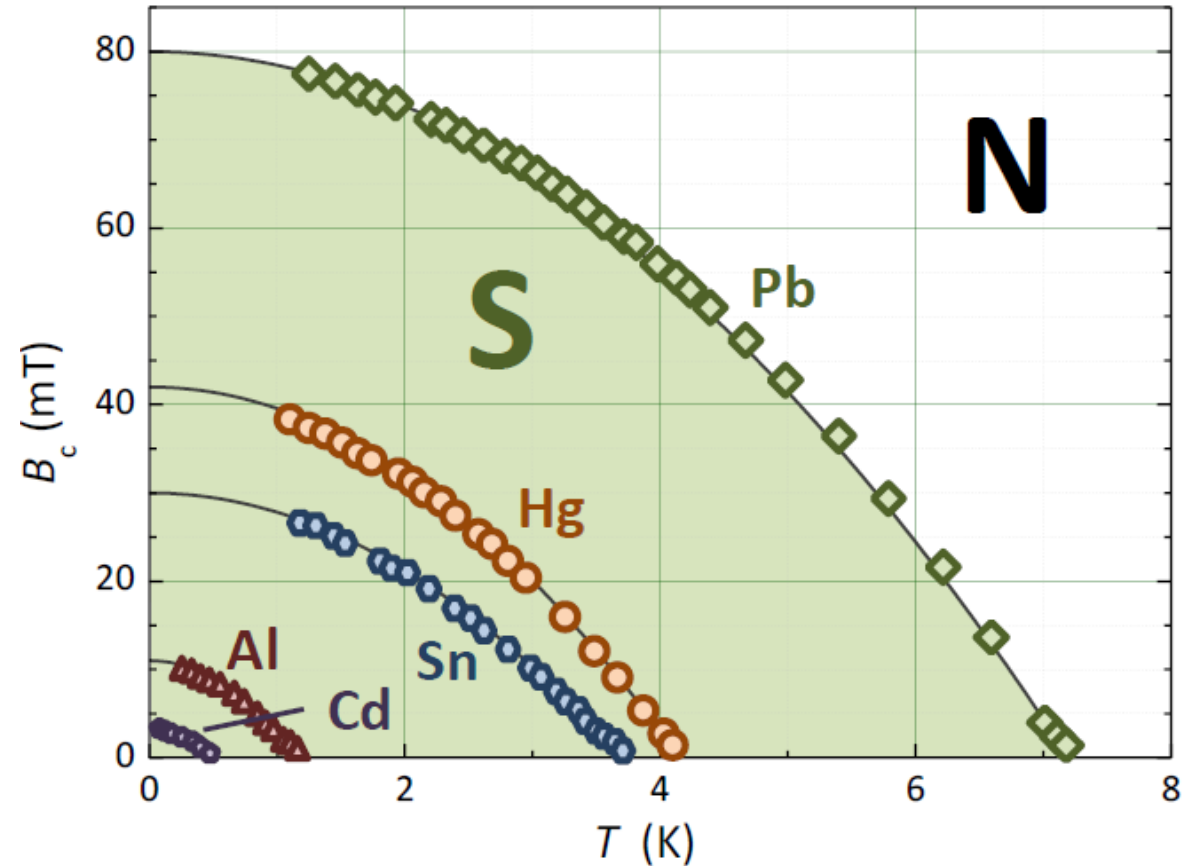
$$\frac{B_c^2(T)}{2\mu_0} = g_n(T) - g_s(T)$$

Kondensationsenergie
der Leitungselektronen

Differenz der Freien
Enthalpiendichten

$$B_c(T) = B_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$$

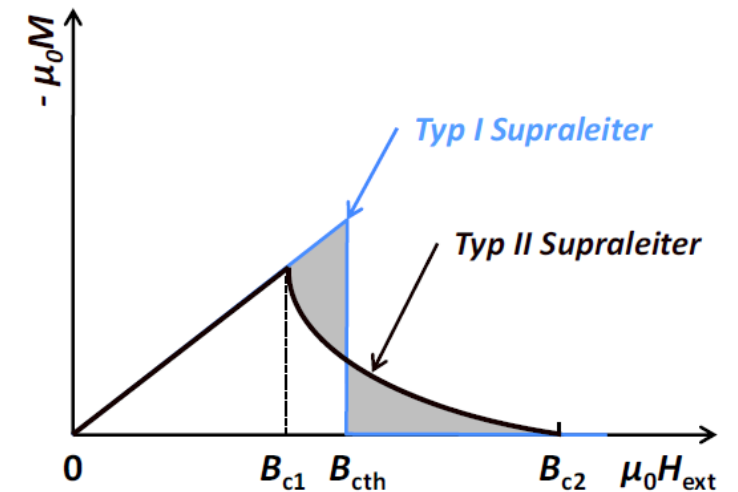
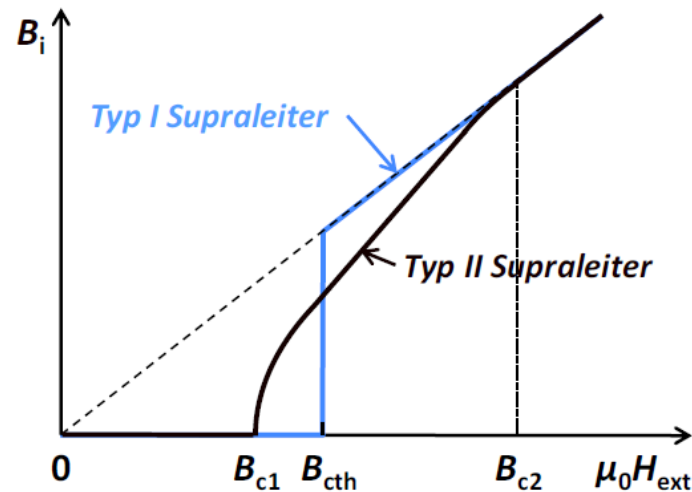
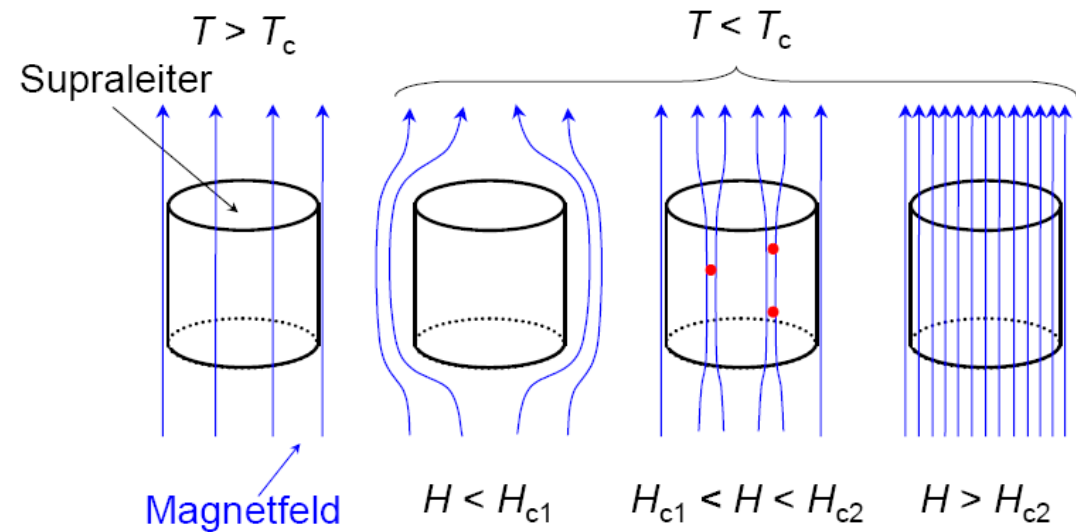
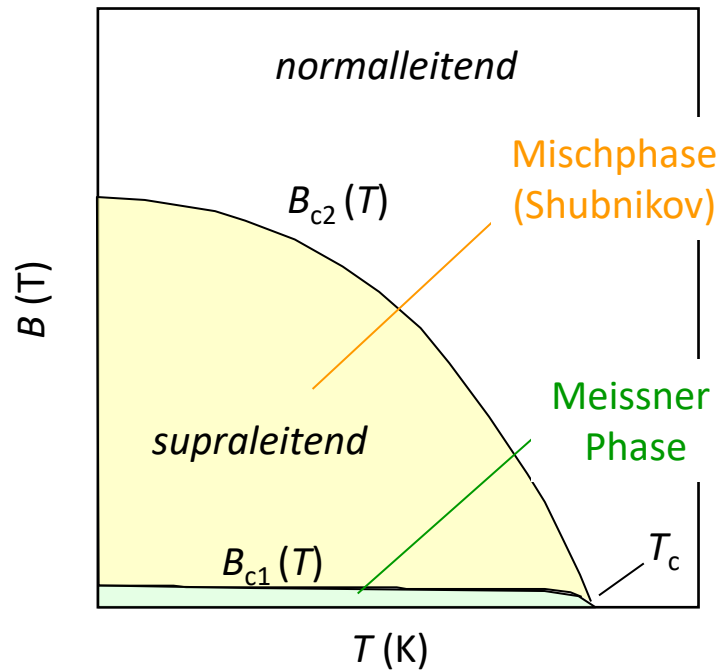
type I	T_c (K)	B_c (mT)
Hg	4.15	41.1
Pb	7.20	80.3



Grundlegende supraleitende Effekte

Verhalten im Magnetfeld

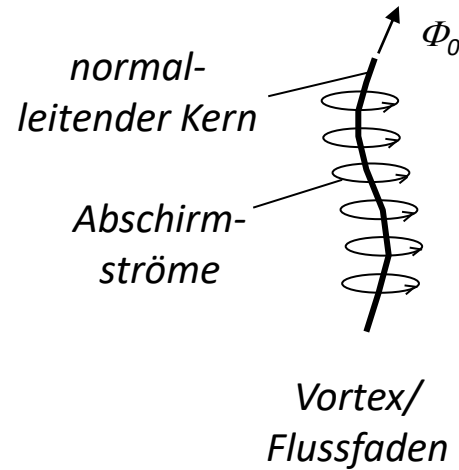
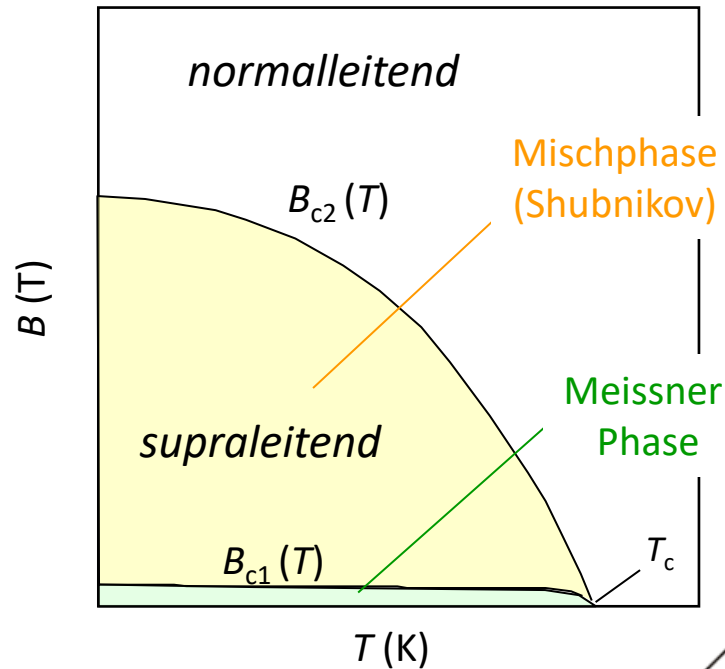
$B(T)$ Phasendiagramm von Supraleitern 2. Art



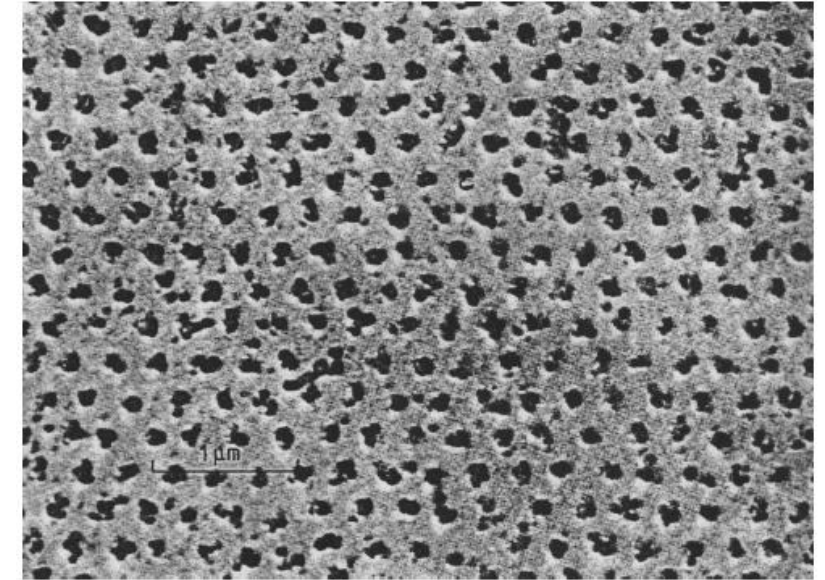
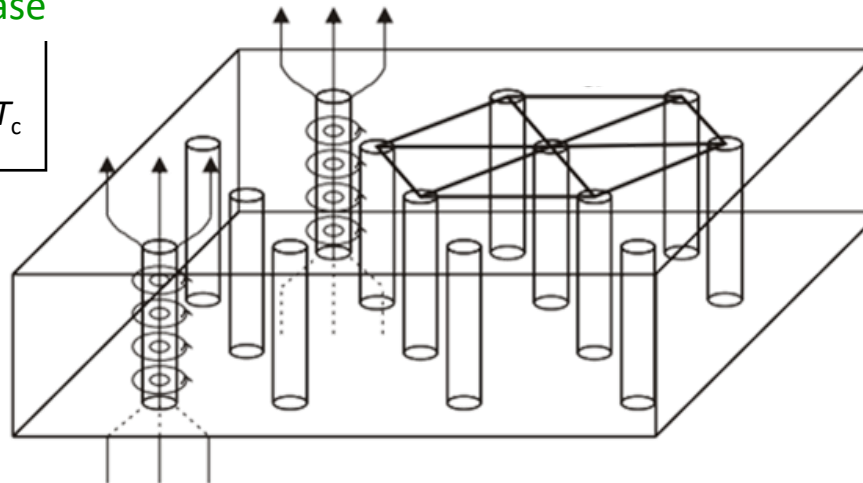
Grundlegende supraleitende Effekte

Verhalten im Magnetfeld

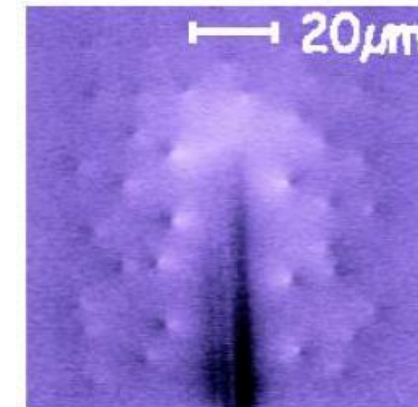
Shubnikov-Phase



Abrikosov-Gitter



REM-Aufnahme eine Pb-In Probe nach Dekoration mit Fe-Dampf



Rastertunnel-mikroskopie

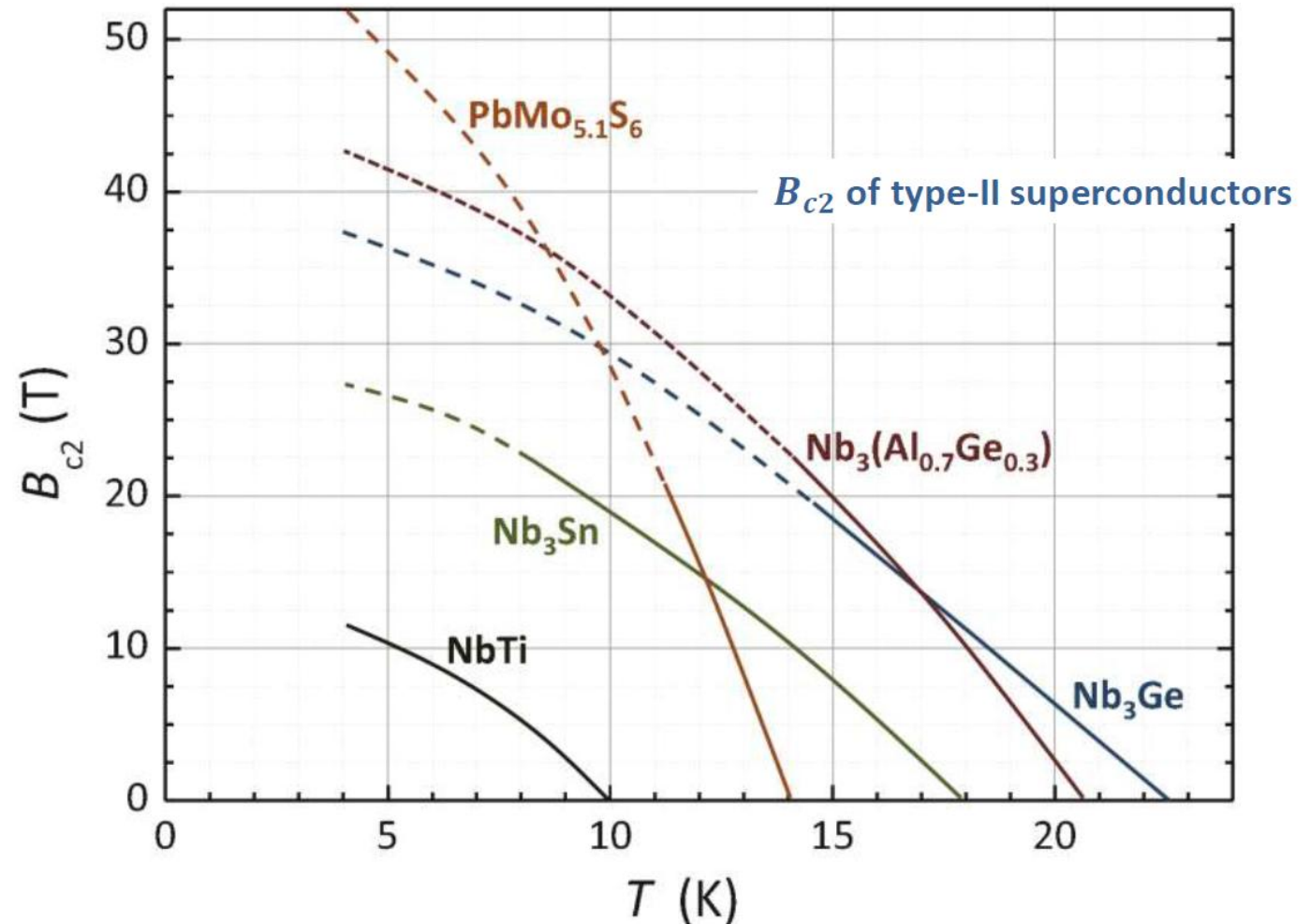
Grundlegende supraleitende Effekte

Oberes kritisches Feld B_{c2}

- Ähnliches Verhalten wie Supraleiter 1. Art
- Deutlich höhere kritische Felder

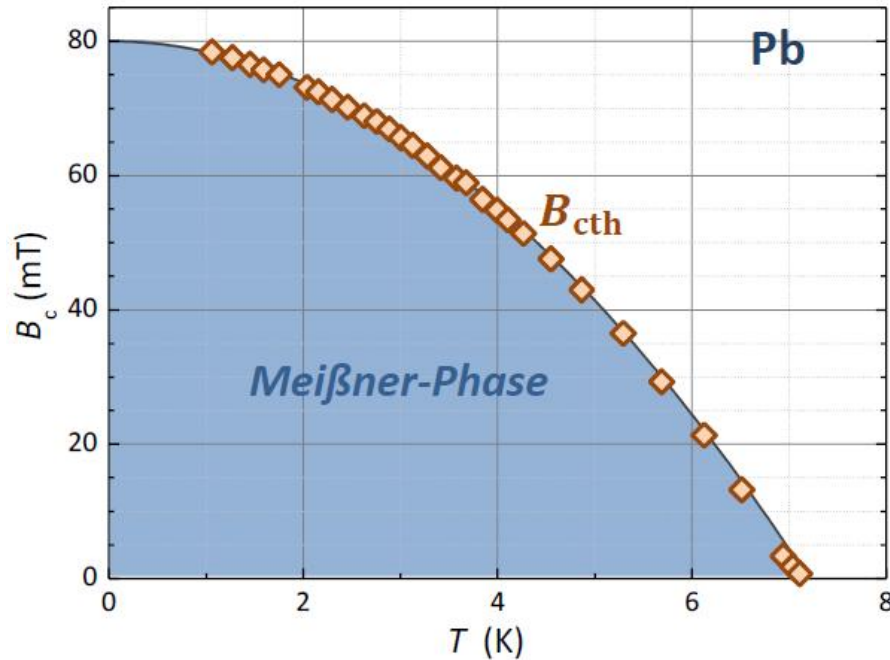
type II	T_c (K)	B_{c2} (T)
Nb	9.3	0.3
Nb_3Sn	18.0	24.5
Nb_3Ge	23.2	38.0

- Nur wenige Elemente (Nb, V, Tc) aber die meisten Verbindungen



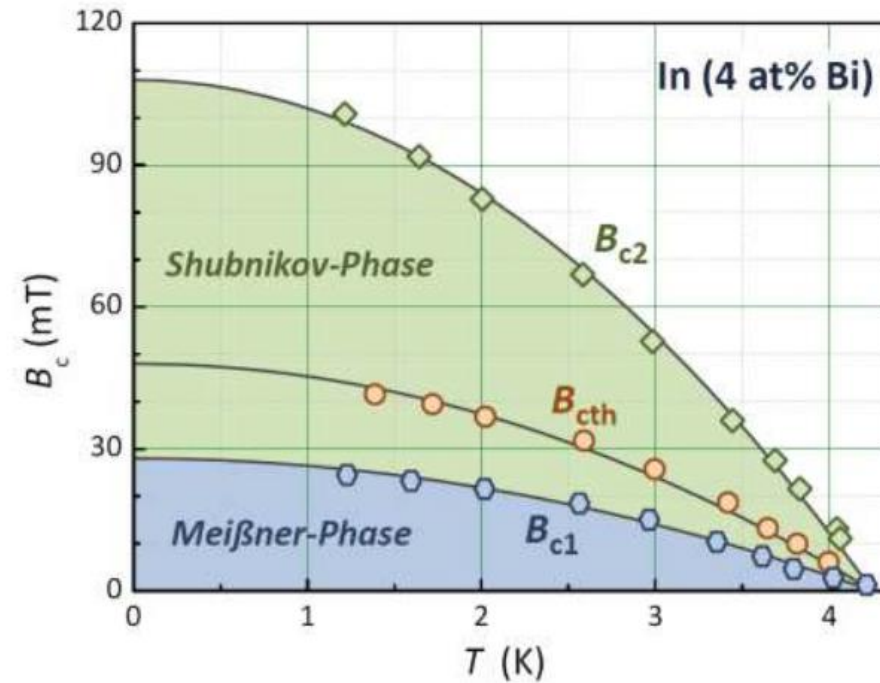
Grundlegende supraleitende Effekte

Typ-I Supraleiter



- Meißner-Phase für $B_{ext} < B_{cth}$
- keine Shubnikov-Phase

Typ-II Supraleiter



- Meißner-Phase für $B_{ext} < B_{c1}$
- Shubnikov-Phase für $B_{c1} < B_{ext} < B_{c2}$

$$B_{c1} < B_{cth} < B_{c2}$$

Grundlegende supraleitende Effekte

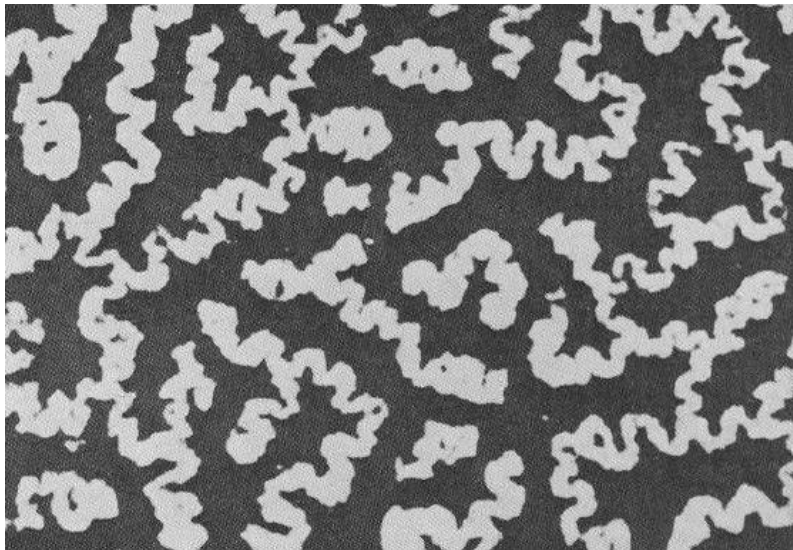
Zwischenzustand

Abhängigkeit des Innenfeldes vom äußeren Feld nur gültig für bestimmte Probengeometrie

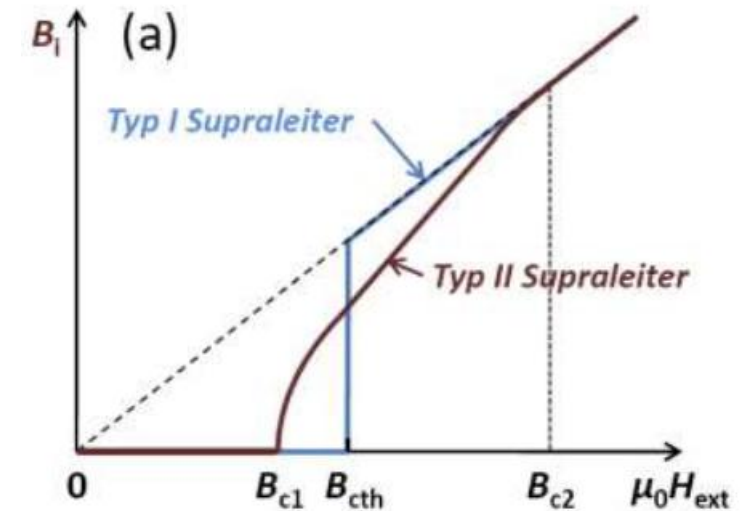
$$H_{lok} = H_{ext} - NM = H_{ext} - N\chi_m H_{lok}$$

$$H_{lok} = \frac{H_{ext}}{1 - N}$$

N ...Entmagnetisierungsfaktor (z. B. Kugel $N = 1/3$)

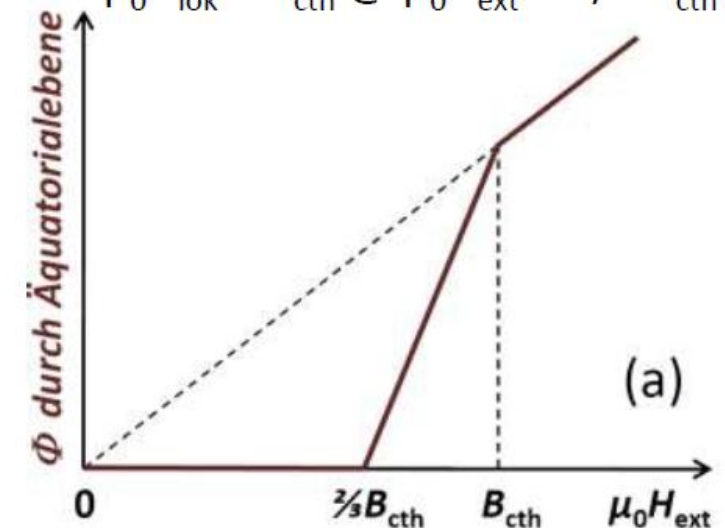


Indium
(hell: normal-
leitend)



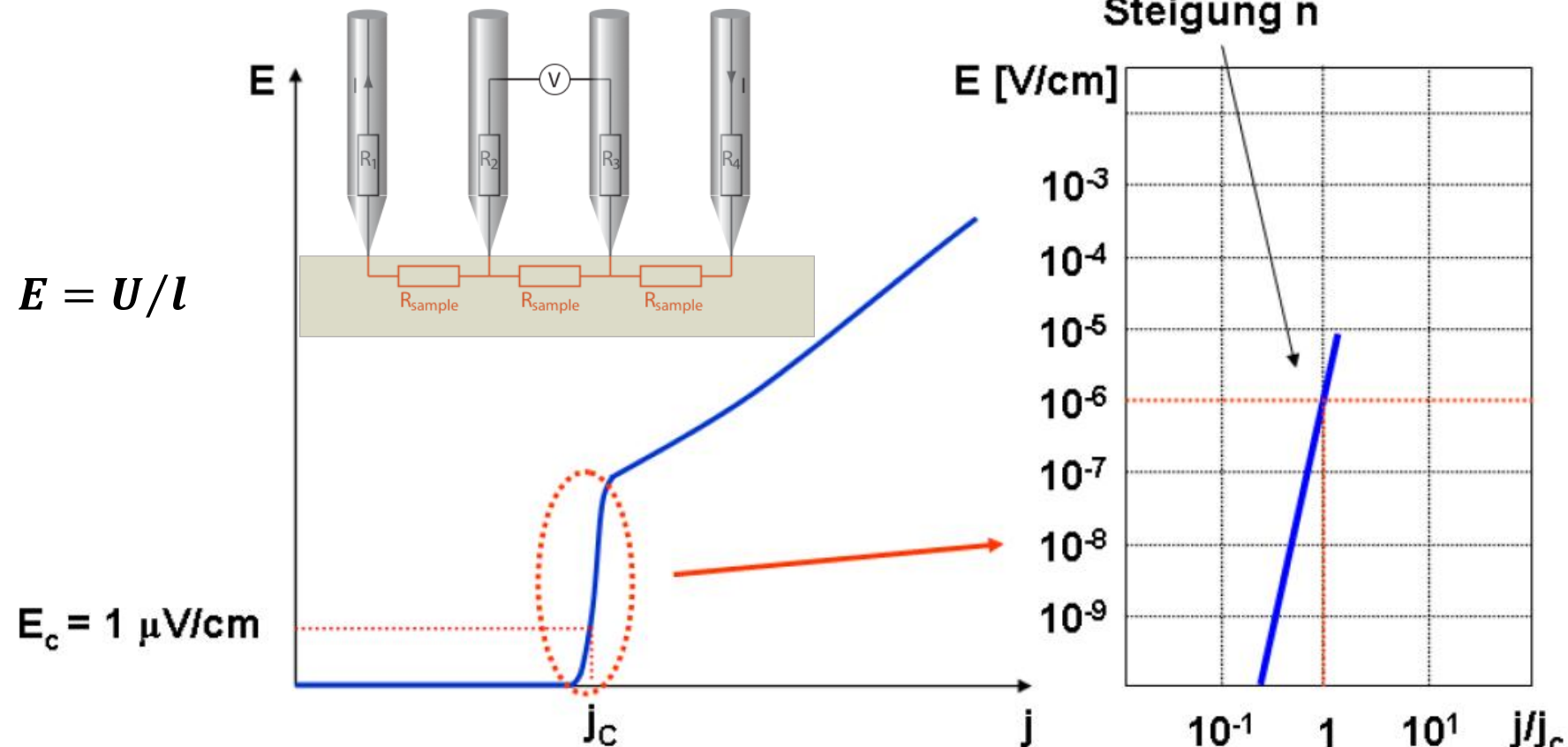
$$H_{lok} = 1.5 H_{ext} @ \text{equator}$$

$$\mu_0 H_{lok} = B_{cth} @ \mu_0 H_{ext} = 2/3 B_{cth}$$



Grundlegende supraleitende Effekte

Kritische Stromdichte



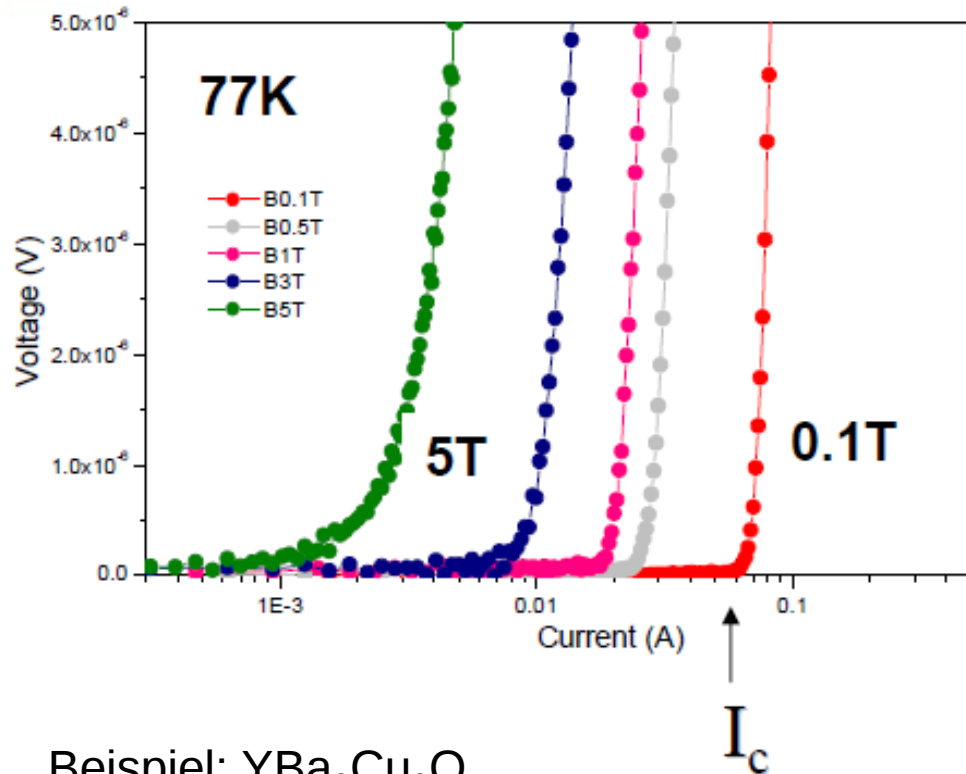
$$E \sim \left(\frac{j}{j_c} \right)^n$$

$$j_c = I_c / A$$

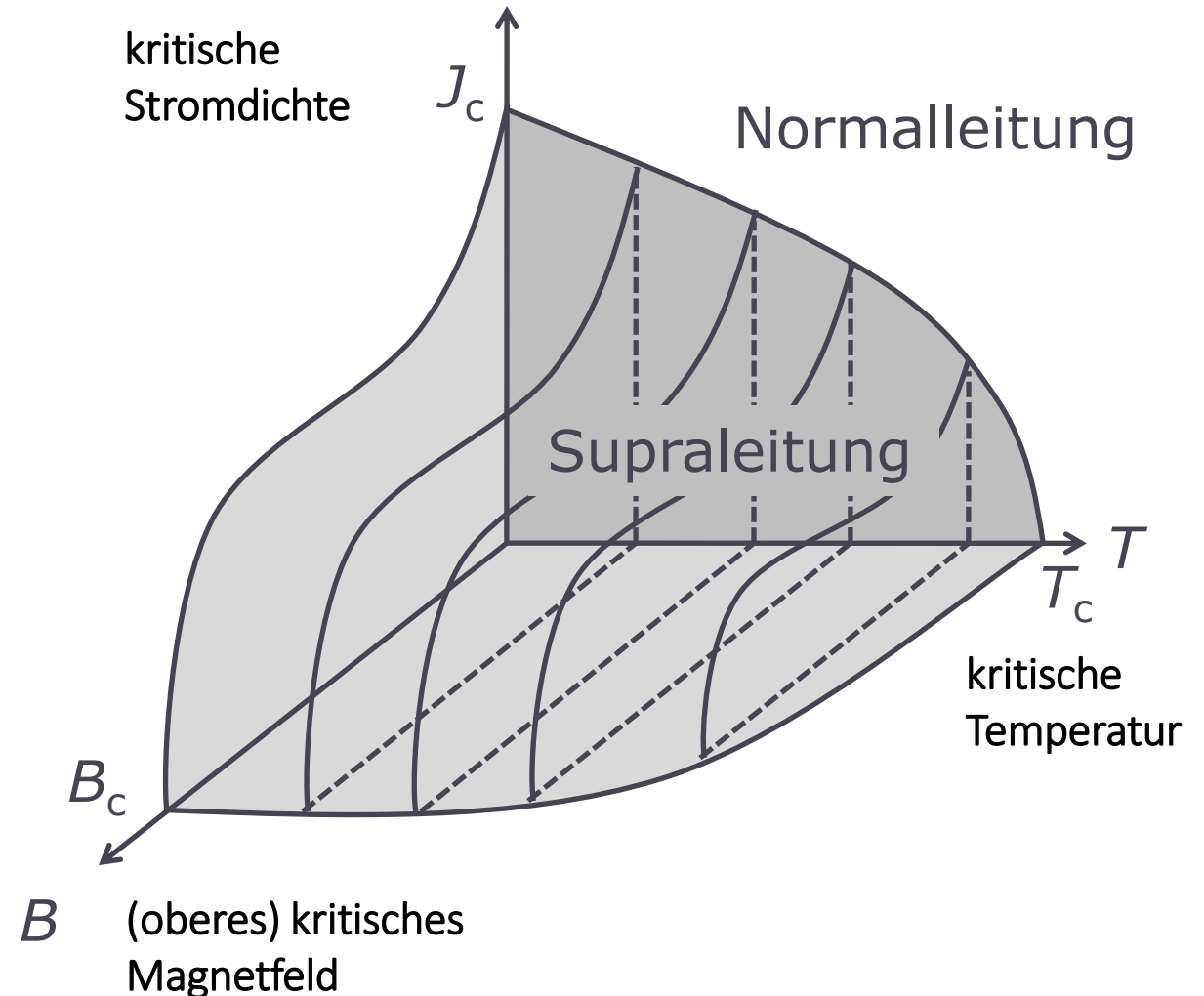
I_c ... kritische Strom durch den Leiter
 A ... Querschnittsfläche des Leiters

Grundlegende supraleitende Effekte

Supraleitendes Phasengebiet



Beispiel: $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$



Grundlegende supraleitende Effekte

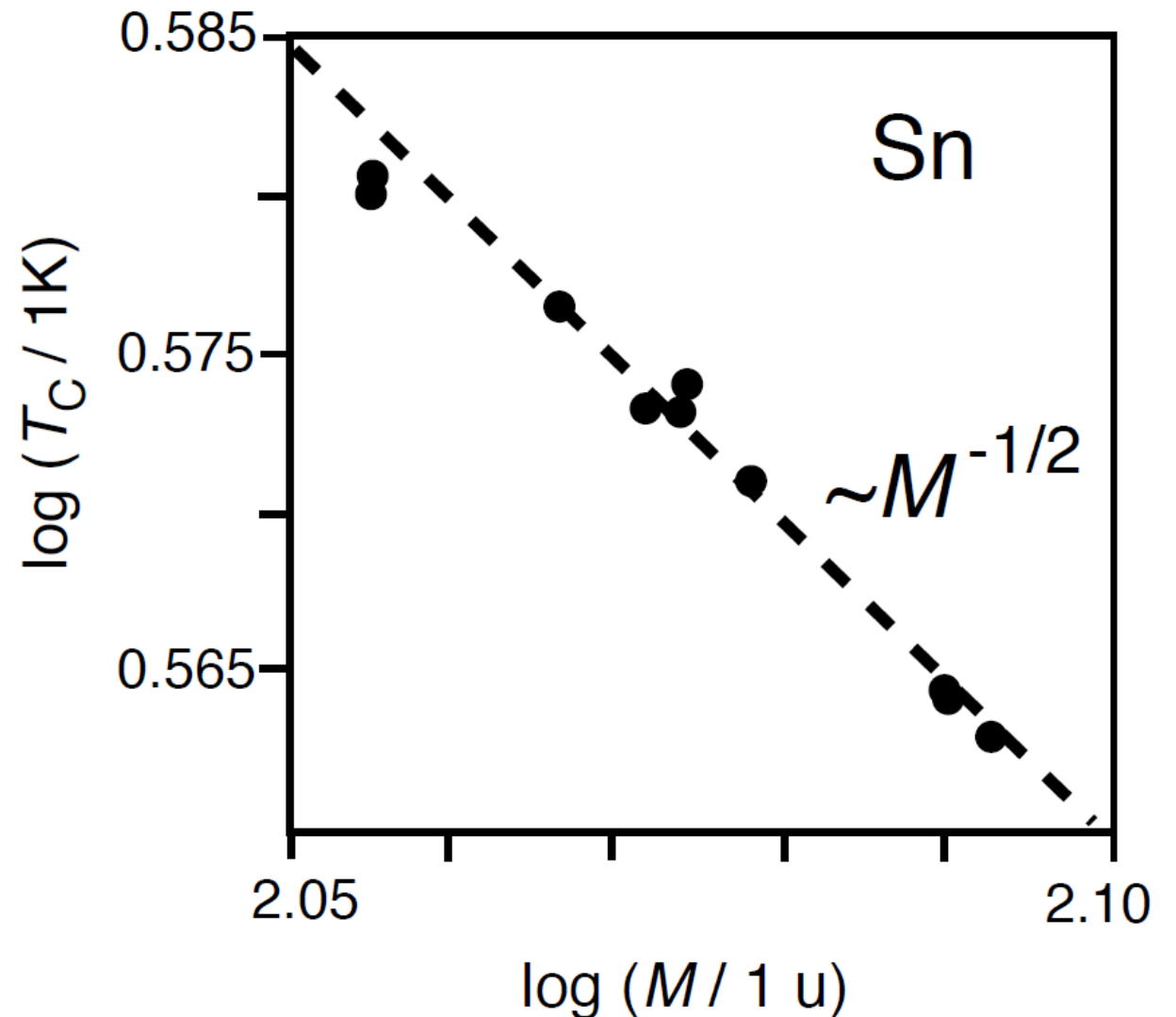
Isotopeneffekt

Skalierung von T_c in Abhängigkeit von der Ionenmasse M

$$T_c \propto M^{-1/2}$$

Elektronische Struktur ist unabhängig von Ionenmasse, aber Gitterschwingungen:

$$\omega = (\gamma/M)^{1/2}$$



Phänomenologische Beschreibung

Makroskopische Beschreibung der supraleitenden Effekte (London-Theorie)

Drude-Modell: Driftbewegung eines geladenen Teilchens

$$m_s \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{m_s}{\tau} v = q_s E \quad \text{mit } \tau \rightarrow \infty \quad \text{und } j = n_s q_s v$$

$$\boxed{\frac{\partial j}{\partial t} = \frac{n_s q_s^2}{m_s} E}$$

1. London-Gleichung

$$\Lambda = \frac{m_s}{n_s q_s^2}$$

London-Koeffizient

(vgl. Ohmsches Gesetz: $j = \sigma E$)

Mit Faradayschem Induktionsgesetz:

$$\text{rot} E = - \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{m_s}{n_s q_s^2} \text{rot} j + B \right) = 0$$

Gilt allgemein für verlustfreien Stromtransport (idealer Leiter)

Phänomenologische Beschreibung

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{m_s}{n_s q_s^2} \text{rot} \mathbf{j} + \mathbf{B} \right) = 0$$

Gilt allgemein für verlustfreien Stromtransport (idealer Leiter)

Integration über Fläche A im Festkörper:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int \frac{m_s}{n_s q_s^2} \text{rot} \mathbf{j} dA + \int \mathbf{B} dA \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\oint \frac{m_s}{n_s q_s^2} \mathbf{j} d\mathbf{l} + \int \mathbf{B} dA \right) = 0$$

mag. Fluss durch $\mathbf{j}$

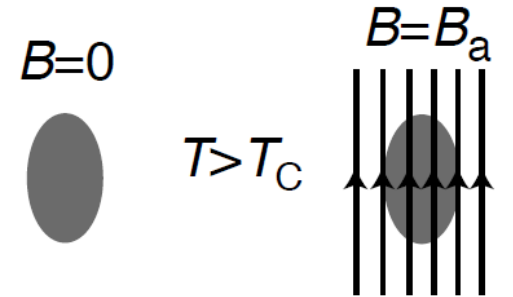
mag. Fluss durch
externes Feld $\mathbf{B}$

Meissner-Ochsenfeld-Effekt:

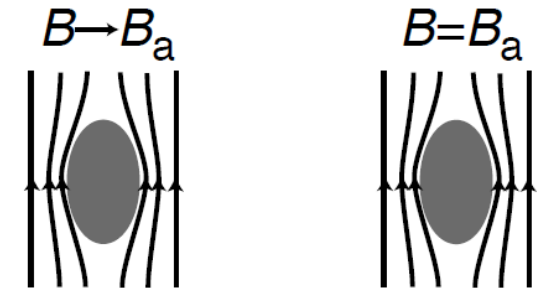
$$\frac{m_s}{n_s q_s^2} \text{rot} \mathbf{j} + \mathbf{B} = 0$$

2. London-
Gleichung

$$\oint \frac{m_s}{n_s q_s^2} \mathbf{j} d\mathbf{l} + \int \mathbf{B} dA = 0$$



Abkühlung unter T_c



$B \rightarrow 0$

$B \rightarrow 0$



Phänomenologische Beschreibung

Grenzfläche des Supraleiters

$$\frac{m_s}{n_s q_s^2} \text{rot } \mathbf{j} + \mathbf{B} = \mathbf{0}$$

Im Inneren gilt laut Ampereschem Gesetz mit $D = 0$:

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$$

$$\text{rot rot } \mathbf{B} = \mu_0 \text{rot } \mathbf{j} = -\frac{\mu_0 n_s q_s^2}{m_s} \mathbf{B}$$

mit: $\text{rot rot } \mathbf{B} = \text{grad div } \mathbf{B} - \Delta \mathbf{B}$ und $\text{div } \mathbf{B} = 0$

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{\mu_0 n_s q_s^2}{m_s} \mathbf{B}$$

Differentialgleichung für das eindringende Magnetfeld

$$\Delta \mathbf{j} = \frac{\mu_0 n_s q_s^2}{m_s} \mathbf{j}$$

Differentialgleichung für die fließenden Ströme

Phänomenologische Beschreibung

Eindringen des Magnetfeldes

$$\Delta B = \frac{\mu_0 n_s q_s^2}{m_s} B$$

$$\Delta j = \frac{\mu_0 n_s q_s^2}{m_s} j$$

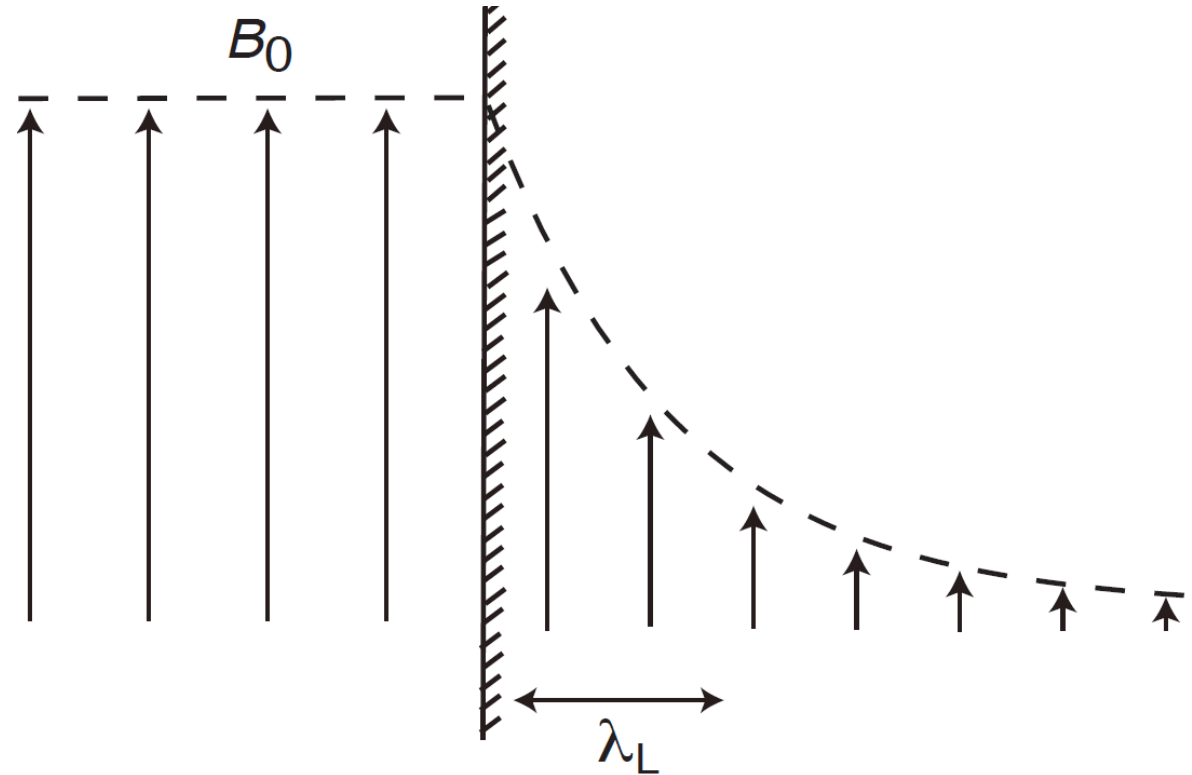
Lösung nur mit exponentiell
abfallendem Feld bzw. Stromdichte

$$B_z(x) = B_{0,z} e^{-(x/\lambda_L)}$$

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s q_s^2}}$$

Londonische
Eindringtiefe

$$\lambda_L(T) = \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{1 - (T/T_c)^4}}$$



Phänomenologische Beschreibung

Supraleitung als makroskopisches Quantenphänomen

Verallgemeinerte London-Theorie

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0 e^{i\Phi(\mathbf{r})}$$

makroskopische Wellenfunktion für Beschreibung des
supraleitenden Grundzustands

Volumenintegral entspricht der Anzahl supraleitender Ladungsträger

$$\int \psi^*(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r})dV = N_s$$

Ladungsträgerdichte:

$$n_s = |\psi(\mathbf{r})|^2 = \psi^*(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r})$$

Phänomenologische Beschreibung

Kohärenz des supraleitenden Zustandes

Nur ganzzahlige Vielfache der de-Broglie-Wellenlänge
 $\lambda = h/p$ passen in Ring (Bohrsche Bedingung):

$$\oint p \, dr = nh \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

Kleine Änderung des Magnetfeldes

$$\oint (p - q_s A) \, dr = nh$$

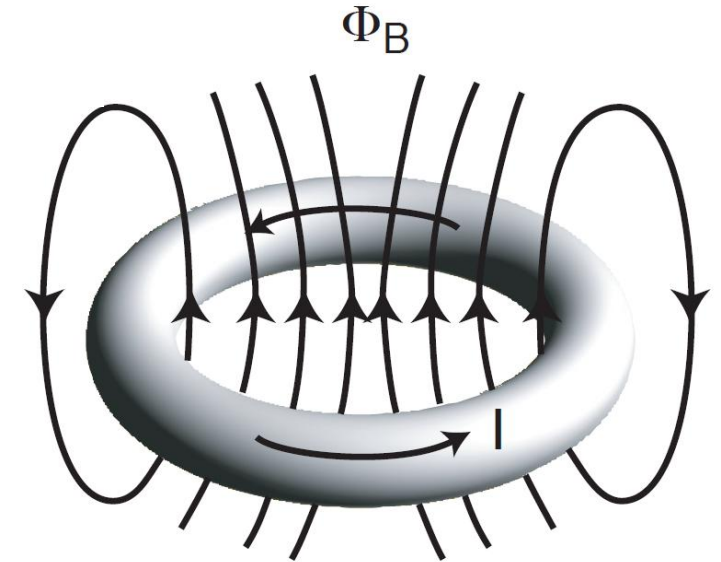
$$\frac{m_s}{n_s q_s} \oint j \, dr - q_s \oint A \, dr = nh$$

Mit: $\oint A \, dr = \int \text{rot} A \, da = \int B \, da = \Phi_B$

Freie Teilchen:

$$j = n_s q_s v$$

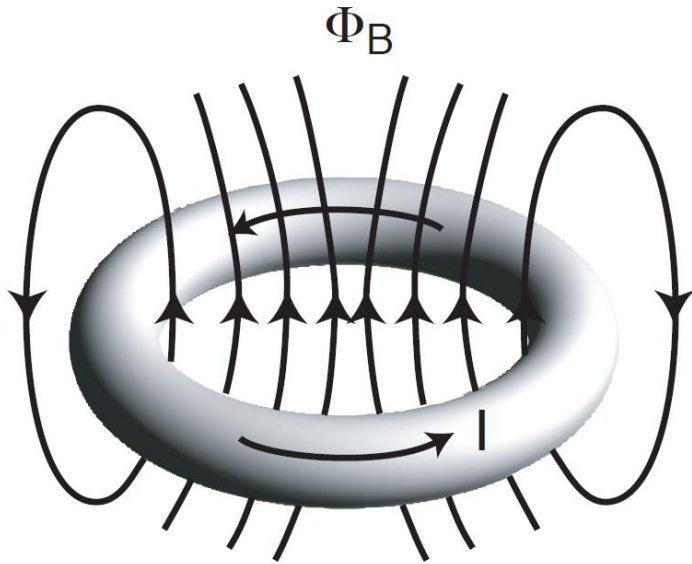
$$p = m_s v$$



$$\frac{m_s}{n_s q_s^2} \oint j \, dr - \Phi_B = n \frac{h}{q_s}$$

Phänomenologische Beschreibung

Kohärenz des supraleitenden Zustandes



$$\frac{m_s}{n_s q_s^2} \oint j dr - \Phi_B = n \frac{h}{q_s}$$

Integrationspfad im Inneren des Ringmaterials:

$$\Phi_B = -n \frac{h}{q_s}$$

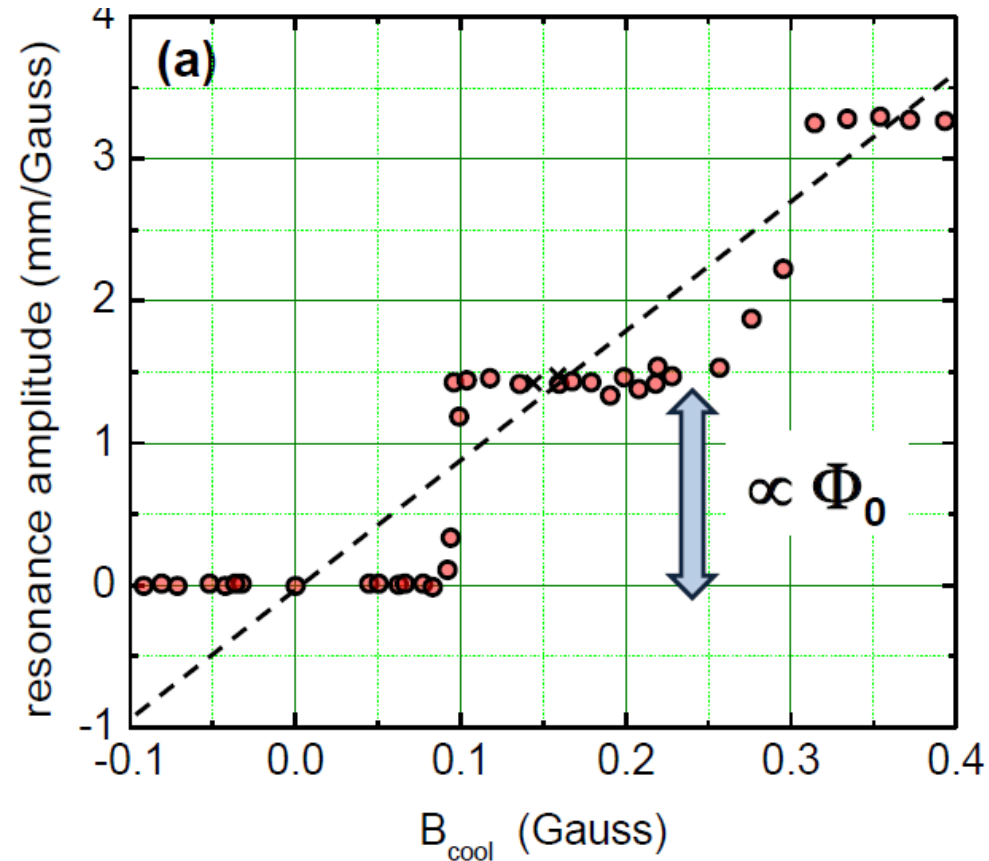
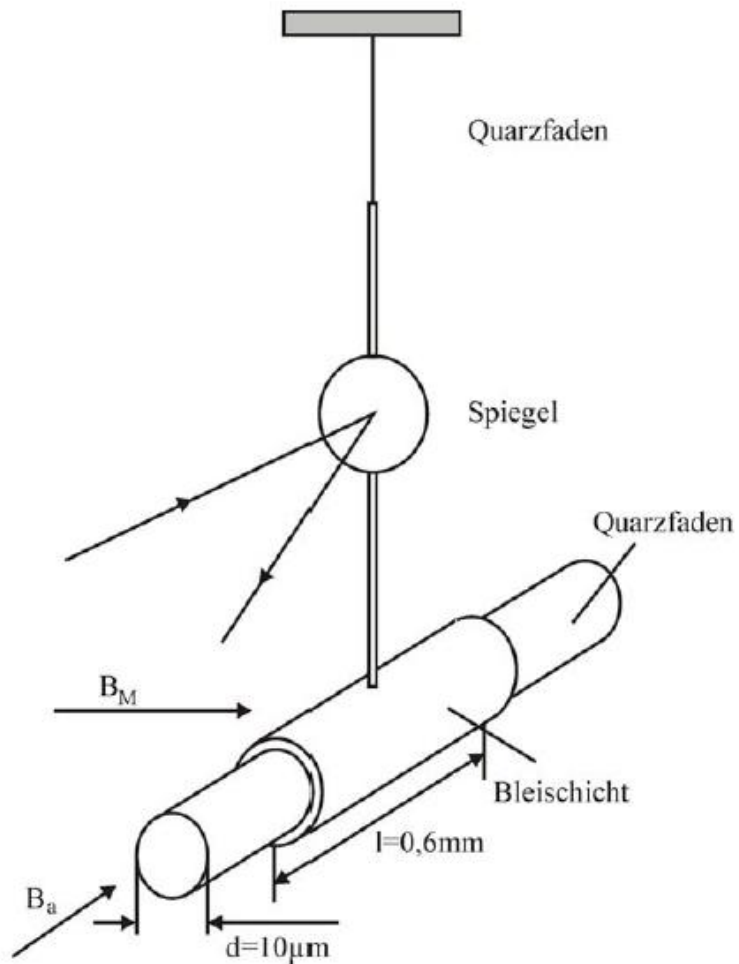
Flußquant Φ_0

Londons ursprüngliche Annahme:

$$\Phi_0 = \frac{h}{e}$$

Phänomenologische Beschreibung

Flussquantifizierung

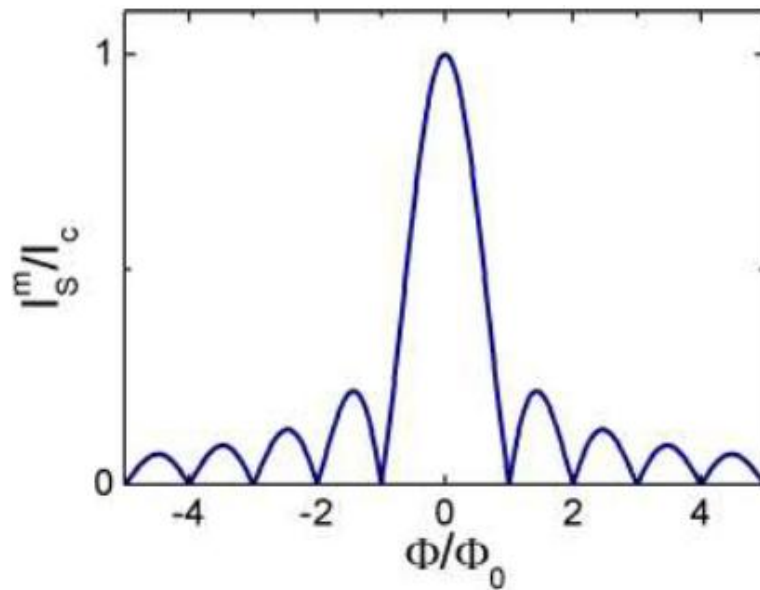


Flußquant: $\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.0678 \times 10^{-15} \text{ Vs}$

Flussquantifizierung

Anwendung Josephson-Effekte

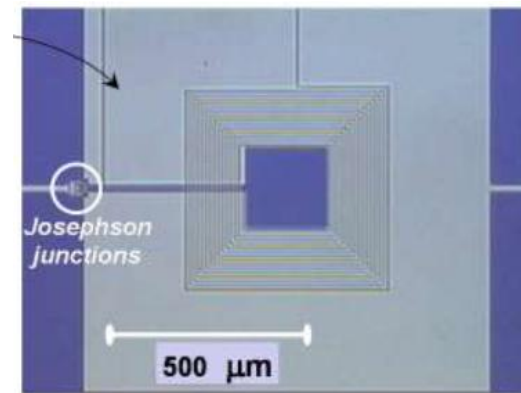
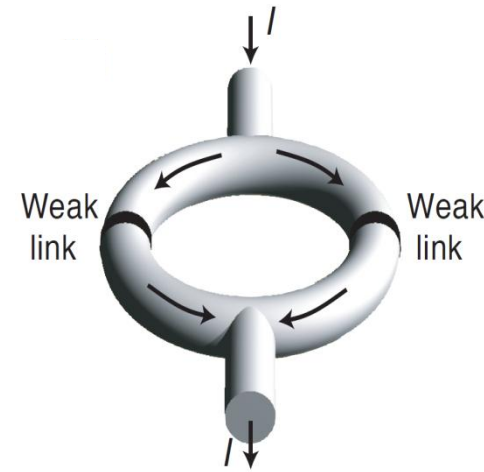
Strom ist abhängig vom Magnetfeld



$$\Phi_0 = 2.0678 \times 10^{-15} \text{Vs}$$

$$\Phi = B \times A$$

$$1 \text{ T} = 1 \text{ Vs/m}^2$$



Supraleitende Quanteninterferenzdetektoren (SQUID)

