

## Vektoranalysis und gewöhnliche Differentialgleichungen

Sommersemester 2025

### Blatt 11

#### Aufgabe 1

Lösen Sie das AWP  $y' = 2xy$ ,  $y(0) = 1$  mittels Picard-Iteration (siehe Beweis des Satzes von Picard-Lindelöf).

#### Aufgabe 2

Lösen Sie das AWP

$$y' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} y, \quad y(0) = y_0 \in \mathbb{R}^2$$

Hinweis: Ermitteln Sie die Lösung des matrixwertigen AWP

$$Y' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} Y, \quad Y(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

mittels Picard-Iteration.

#### Aufgabe 3

Beweisen Sie, dass das AWP

$$y' = ((x-1)^2 + (y-3)^2)^{-1} =: f(x, y), \quad y(0) = 0$$

auf ganz  $\mathbb{R}$  lösbar ist (ohne das AWP explizit zu lösen). Hinweis: Sie müssen u.A. zunächst zeigen, dass eine Lösung des AWP nicht in die Singularität  $(1, 3)$  von  $f$  laufen kann.