Lagrange-Multiplikatoren

Allgemeiner Ansatz

Gegeben seien eine reelle Funktion in n reellen Variablen

$$f : (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

sowie die m Nebenbedingungen

$$\phi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv 0, \quad i \in \{1, 2, \ldots, m\}, \ m < n.$$

(1) Bilde die Hilfsfunktion F mit

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) + \sum_{i=1}^{m} (\lambda_i \cdot \phi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n))$$

λ_i heißen Lagrange-Multiplikatoren.

(2) Berechne x_1, x_2, $\ldots$, x_n, λ_1, λ_2, $\ldots$, λ_m aus den partiellen Ableitungen

$$F_{x_1} = 0, \ F_{x_2} = 0, \ \ldots, \ F_{x_n} = 0 \ \text{ sowie } \ F_{\lambda_1} = 0, \ F_{\lambda_2} = 0, \ \ldots, \ F_{\lambda_m} = 0.$$