

a. Betrachten wir die Mengen $M=\{a,c\}$ und $N=\{a,b,c\}$.

Die Aussage $M\subseteq N$ ist hier erfüllt, da alle Elemente von M auch in N enthalten sind. Jetzt müssen wir zeigen, dass $2M\subseteq 2N$ gilt.

$2M$ ist die Potenzmenge von M , also die Menge aller Teilmengen von M .

Für $M = \{a,c\}$ ist $2M = \emptyset\{\{a\},\{c\},\{a,c\}\}$.

$2N$ ist die Potenzmenge von N , also die Menge aller Teilmengen von N .

Für $N = \{a,b,c\}$ ist $2N = \emptyset\{\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$.

Es ist leicht zu sehen, dass jede Teilmenge von M auch eine Teilmenge von N ist, da alle Elemente von M auch in N enthalten sind.

Daher ist $2M\subseteq 2N$ erfüllt.

b.

Um zu zeigen, ob die Aussage gilt, nehmen wir an, dass $M\subseteq N$ für beliebige Mengen M und N gilt.

Sei A eine beliebige Teilmenge von $2M$.

Das bedeutet, dass A eine Menge von Teilmengen von M ist.

Da $M\subseteq N$, sind alle Elemente von M auch in N enthalten. Daher ist jede Teilmenge von M auch eine Teilmenge von N .

Das bedeutet, dass A auch eine Menge von Teilmengen von N ist. Also ist A eine Teilmenge von $2N$.

Da A eine beliebige Teilmenge von $2M$ war, haben wir gezeigt, dass jede Teilmenge von $2M$ auch eine Teilmenge von $2N$ ist. Das bedeutet, dass $2M\subseteq 2N$ für beliebige Mengen M und N gilt, unter der Bedingung, dass $M\subseteq N$ ist.