

## Schriftlicher Beleg 1 – 1101 Mathematik für BIB

Nachname	Vorname	Matrikelnummer
Nedwidek	Richard	78686
Peikert	Emil	78384
Pester	Leander	78226
Plüschke	Paul	78634

---

### Aufgabe 1:

Berechnen Sie ohne elektrische Hilfe alle reellen Lösungen der folgenden Gleichung in der Variablen  $x$ :

a)

$$3^x + 9^x = 12 \quad | \text{Zusammenfassen}$$

$$12^x = 12 \quad | \text{Logarithmieren}$$

$$\log_{12} 12 = x$$

$$\underline{x = 1}$$

b)

$$(10^{5-x})^{6-x} = 100 \quad | \text{Ausdruck vereinfachen}$$

$$10^{5-x*(6-x)} = 100 \quad | \text{Ausdruck zusammenfassen}$$

$$10^{30-5x-6x+x^2} = 10^2 \quad | \text{Exponenten gleichsetzen}$$

$$30 - 11x + x^2 = 2 \quad | - 2$$

$$x^2 - 11x + 28 = 0 \quad | \text{p-q-Formel}$$

$$x_{1/2} = -\frac{-11}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-11}{2}\right)^2 - 28}$$

$$x_{1/2} = 5,5 \pm 1,5$$

$$\underline{x_1 = 4 \quad x_2 = 7}$$

c)

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} = x - 2 \quad | * (x - 2)$$

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2) * (x - 2)$$

$$x^2 - 4x + 4 = x^2 - 4x + 4$$

$$(x - 2)^2 = (x - 2)^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x - 2 = x - 2$$

$$\underline{x \in \mathbb{R}, x \neq 2}$$

d)

$$2^{x+2} = 3^{2x+1}$$

| Logarithmieren

$$(x+2) * \ln 2 = (2x+1) * \ln 3$$

| Ausmultiplizieren

$$x * \ln 2 + 2 * \ln 2 = 2x * \ln 3 + \ln 3$$

| Sortieren

$$x * \ln 2 - 2x * \ln 3 = \ln 3 - 2 * \ln 2$$

| x- Ausklammern

$$x * (\ln 2 - 2 * \ln 3) = \ln 3 - 2 * \ln 2$$

|  $\ln 3 - 2 * \ln 2$  umschreiben nach

Regel  $x * \ln a = \ln(a^x)$

$$x * (\ln 2 - 2 * \ln 3) = \ln 3 - \ln 2^{-2}$$

| Zusammenfassen

$$x * (\ln 2 - 2 * \ln 3) = \ln(3 * 2^{-2})$$

| Ausmultiplizieren

$$x * (\ln 2 - 2 * \ln 3) = \ln(3 * 0,25)$$

|  $\div (\ln 2 - 2 * \ln 3)$

$$x = \frac{\ln(3 * 0,25)}{\ln 2 - 2 * \ln 3} = \frac{\ln 0,75}{\ln 2 - 2 * \ln 3}$$

$$\underline{x \approx 0,191268}$$

### Aufgabe 2:

Berechnen Sie ohne elektronische Hilfe alle reellen Zahlen x, für die gilt

$$\frac{x^2 - 9}{x - 5} \geq 2$$

Definitionsbereich bestimmen:

Divisor darf nicht 0 sein  $\rightarrow$  für  $x = 5$  wäre der Divisor 0  $\searrow x \in \mathbb{R}; x \neq 5$

$$\frac{x^2 - 9}{x - 5} \geq 2$$

$$\frac{x^2 - 9}{x - 5} - 2 \geq 0$$

|  $-2 * (x - 5)$

$$\frac{x^2 - 9}{x - 5} * \frac{-2 * (x - 5)}{1 * (x - 5)} \geq 0$$

$$\frac{x^2 - 9 - 2 * (x - 5)}{x - 5} \geq 0$$

$$\frac{x^2 - 9 - 2x + 10}{x - 5} \geq 0$$

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 5} \geq 0$$

$$\frac{(x - 1)^2}{x - 5} \geq 0$$

Alle möglichen Fälle unterscheiden

$$(x - 1)^2 \geq 0 \quad (x - 1)^2 \leq 0$$

$$x - 5 > 0 \quad x - 5 < 0$$

$$(x - 1)^2 \geq 0 \rightarrow \text{alle reellen Zahlen } x \in \mathbb{R}$$

$$x - 5 > 0 \rightarrow x > 5$$

$$(x - 1)^2 \leq 0 \rightarrow x = 1$$

$$x - 5 < 0 \rightarrow x < 5$$

$$x \in \mathbb{R} \text{ für die gilt } x \neq 5, x > 5 \text{ außer } x = 1$$

### Aufgabe 3:

Berechnen Sie ohne elektrische Hilfsmittel alle reellen Zahlen  $x$ , für die gilt:

$$2 \sin^2 x - 2 \cos x = 2$$

$$\sin(x)^2 = 1 - \cos(x)^2$$

$$2 * (1 - \cos(x)^2) - 2 * \cos x = 2$$

$$2 - 2 * \cos^2(x) - 2 * \cos x = 2 \quad | - 2$$

$$-2 * \cos(x) * (\cos x + 1) = 0 \quad | \div 2$$

$$\cos x * (\cos x + 1) = 0$$

Fallunterscheidung

$$\cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x + 1 = 0 \rightarrow x = \pi$$

$$x_1 = \frac{\pi}{2} + k * \pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \pi + 2k * \pi, k \in \mathbb{Z}$$

### Aufgabe 4:

Herleitung der Formel: *-keine Lösung-*

Berechnen Sie anschließend mit der obigen Formel den Flächeninhalt des durch die Punkte

$$P_1 = (3; 1), P_2 = (1; 4), P_3 = (-2; 0)$$

$$A = \frac{1}{2} * [x_1 * (y_2 - y_3) + x_2 * (y_3 - y_1) + x_3 * (y_1 - y_2)]$$

$$A = \frac{1}{2} * [3 * (4 - 0) + 1 * (0 - 1) + (-2) * (1 - 4)]$$

$$A = \frac{1}{2} * (12 - 1 + 6)$$

$$A = \frac{1}{2} * 17$$

$$\underline{A \approx 8,5 FE}$$

### Aufgabe 5:

Lösen Sie die Formel

$$w = w_{sat} * \left[ 1 - \frac{\ln\left(\frac{\varphi}{100\%}\right)}{n_1} \right]^{-\frac{2}{3}}$$

Nach der relativen Porenfeuchte  $\varphi$  in % auf, dabei bezeichne  $w$  den Wassergehalt.

$$w = w_{sat} * \left[ 1 - \frac{\ln\left(\frac{\varphi}{100\%}\right)}{n_1} \right]^{-\frac{2}{3}} \quad | \div w_{sat}$$

$$\frac{w}{w_{sat}} = \left[ 1 - \frac{\ln\left(\frac{\varphi}{100\%}\right)}{n_1} \right]^{-\frac{2}{3}}$$

$$\frac{1}{\left(\frac{w}{w_{sat}}\right)^{\frac{3}{2}}} = 1 - \frac{\ln\left(\frac{\varphi}{100\%}\right)}{n_1} \quad | - 1 | * n_1$$

$$\left[ \left( \frac{1}{\left(\frac{w}{w_{sat}}\right)^{\frac{3}{2}}} \right) + 1 \right] = -\ln\left(\frac{\varphi}{100\%}\right) \quad | e$$

$$\underline{\underline{100\% * e^{-\left[ \left( \frac{1}{\left(\frac{w}{w_{sat}}\right)^{\frac{3}{2}}} \right) + 1 \right] * n_1} = \varphi}}$$

### Aufgabe 6:

Interpretieren Sie die additiven und multiplikativen Konstanten auf die Kosinusfunktion

$$f(x) = -3 \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$$

graphisch und skizzieren Sie aufgrund dessen im Bereich  $[0; 2\pi]$  den Graphen von  $f$  ohne elektronische Hilfe in ein kartesisches Bezugssystem.

$$f(x) = -3 \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$$

- Das negative Vorzeichen bedingt die Spiegelung an der  $x$ -Achse
- Der Faktor 3 vor dem Kosinus bedingt eine Streckung um 3 LE. Die Extrema befinden sich jetzt bei  $\pm 3$  anstatt bei  $\pm 1$
- Die 2 innerhalb der Klammer vor der Variablen  $x$  bedingt eine Stauchung um 2  $\rightarrow$  eine Periode ist deshalb  $\pi$  anstatt  $2\pi$  lang
- $-\frac{\pi}{2}$  bewirkt eine Verschiebung von  $f(x)$  um  $\frac{\pi}{2}$  nach rechts, also in  $x$ -Richtung

