



ÜBUNGSAUFGABEN

zur Vorlesung

Strömungsprobleme der Mechanische Verfahrenstechnik

Autoren:

PD Dr.-Ing. habil. F. Babick

u. a.

Arbeitsgruppe Mechanische Verfahrenstechnik

Version: 24. Juni 2022

INHALTSVERZEICHNIS

Inhaltsverzeichnis	2
Literaturempfehlungen	4
1 Bekannte Grundlagen	6
Aufgabe 1-1 hydrostatischer Druck.....	6
Aufgabe 1-2 Rohrströmung.....	6
2 Navier-Stokes-Gleichungen	7
Aufgabe 2-1 Navier-Stokes	7
Aufgabe 2-2 Searle-Strömung.....	7
Aufgabe 2-3 Rieselfilm in Rohren	7
3 Partikelbewegung.....	8
Aufgabe 3-1 (Bewegungsgleichung von Partikeln	8
Aufgabe 3-2 Sedimentation und Diffusion	8
Aufgabe 3-3 Partikelabsaugung.....	8
Aufgabe 3-4 Bremsweg.....	9
Aufgabe 3-5 Brownsche Rotation.....	9
Aufgabe 3-6 Sedimentationsbehinderung	10
Aufgabe 3-7 Tröpfchenaerosole	11
Aufgabe 3-8 Impaktoren.....	12
4 Rheologie.....	13
Aufgabe 4-1 Fließkurven.....	13
Aufgabe 4-2 Fluide mit Fließgrenze.....	13
Aufgabe 4-3 Ostwald-de-Waele Fluide	13
Aufgabe 4-4 Rohrströmung.....	14
Aufgabe 4-5 Searle-Viskosimeter.....	14
Aufgabe 4-6 Kegel-Platte und Platte-Platte	15
Aufgabe 4-7 Viskositätsabschätzung am Rührwerk	15
5 Turbulenz.....	16
Aufgabe 5-1 Prandtlscher Mischungsweg	16
Aufgabe 5-2 Universales Wandgesetz.....	16
Aufgabe 5-3 viskose Unterschicht	16
Aufgabe 5-4 Turbulenter Diffusionskoeffizient	16
Aufgabe 5-5 Mikroturbulenz	17
Aufgabe 5-6 Turbulentes Querstromklassieren	17

Aufgabe 5-7	Turbulentes Querstromklassieren	18
Aufgabe 5-8	Hydrozyklon	18
Aufgabe 5-9	Hydrozyklon	19
Aufgabe 5-10	turbulenter Diffusionskoeffizient	20
6	Dispergieren.....	21
Aufgabe 6-1	Dispergierung von Flocken.....	21
Aufgabe 6-2	Energiedichtekonzept	21
Aufgabe 6-3	Hochdrucksysteme.....	22
7	Wirbelschicht.....	23
Aufgabe 7-1	Homogene Wirbelschicht	23
Aufgabe 7-2	Inhomogene Wirbelschicht	23
Aufgabe 7-3	Gas-Wirbelschicht.....	24
Aufgabe 7-4	Zustandsdiagramm nach Grace	25
8	Pneumatischer Transport.....	26
Aufgabe 8-1	Vertikaler Transport	26
Aufgabe 8-2	Pneumatischer Transport.....	26
9	Rieselfilm	29
Aufgabe 9-1	Rieselfilm in FKK	29
10	Trägheitsabscheider	30
Aufgabe 10-1	Aerozyklon.....	30

LITERATUREMPFEHLUNGEN

GRUNDGLEICHUNGEN

- H. Oertel et al., *Strömungsmechanik*. Vieweg+Teubner, **2011**;
[doi: 10.1007/978-3-8348-8110-6](https://doi.org/10.1007/978-3-8348-8110-6)
- D. Surek & S. Stempin, *Technische Strömungsmechanik*. Springer Vieweg, **2017**;
[doi: 10.1007/978-3-658-18757-6](https://doi.org/10.1007/978-3-658-18757-6)
- J. H. Spurk & N. Aksel, *Strömungslehre*. Springer, **2010**;
[doi: 10.1007/978-3-642-13143-1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-13143-1)

BEWEGUNG VON PARTIKELN

- H. Schubert (Hrsg.): *Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik, Bd. 1*; Wiley-VCH, **2003**; [doi:10.1002/3527603352](https://doi.org/10.1002/3527603352)
- M. Stieß: *Mechanische Verfahrenstechnik - Partikeltechnologie 1*; Springer, **2009**;
[doi:10.1007/978/3-540-32552-9](https://doi.org/10.1007/978/3-540-32552-9)
- VDI e.V. (Hrsg.), *VDI-Wärmeatlas*, 11. Aufl., Kap. L3.1; Springer **2013**;
[doi:10.1007/978-3-642-19981-3_88](https://doi.org/10.1007/978-3-642-19981-3_88)
- C. E. Brennen: *Fundamentals of multiphase flows*. Cambridge University Press, **2005**.
- P. Kulkarni et al. (eds.): *Aerosol measurement*. John Wiley & Sons, **2011**;
[doi: 10.1002/9781118001684](https://doi.org/10.1002/9781118001684)

RHEOLOGIE:

- G. Böhme, *Strömungsmechanik nichtnewtonscher Fluide*. Teubner Studienbücher, Stuttgart, **2000**; [doi:10.1007/978-3-322-80140-1](https://doi.org/10.1007/978-3-322-80140-1)
- R.P. Chhabra & J.F. Richardson, *Non-Newtonian flow in the process industries*. Butterworth Heinemann, **1999**; [doi:10.1016/B978-0-7506-3770-1.X5000-3](https://doi.org/10.1016/B978-0-7506-3770-1.X5000-3)

TURBULENTE STRÖMUNGEN, INKL. STRÖMUNGSKLASSIEREN:

- H. Oertel et al., *Strömungsmechanik*. Vieweg+Teubner, **2011**;
[doi: 10.1007/978-3-8348-8110-6](https://doi.org/10.1007/978-3-8348-8110-6)
- H. Schubert (Hrsg.): *Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik, Bd. 1*; Wiley-VCH, **2003**; [doi:10.1002/3527603352](https://doi.org/10.1002/3527603352)
- J. F. Richardson et al., *Particle Technology and Separation Processes*. Butterworth-Heinemann, **2002**.
- L. Svarovsky, *Solid-liquid separation*. Butterworth-Heinemann, **2000**.

DISPERGIEREN:

H. Schubert (Hrsg.): *Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik, Bd. 1*; Wiley-VCH, **2003**; [doi:10.1002/3527603352](https://doi.org/10.1002/3527603352)

F. Babick: *Suspensions of colloidal particles and aggregates*. Springer, **2016**; [doi: 10.1007/978-3-319-30663-6](https://doi.org/10.1007/978-3-319-30663-6)

WIRBELSCHICHTEN:

H. Schubert (Hrsg.): *Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik, Bd. 1*; Wiley-VCH, **2003**; [doi:10.1002/3527603352](https://doi.org/10.1002/3527603352)

M. Stieß: *Mechanische Verfahrenstechnik Bd. 2*; Springer, Berlin, **1997**; [doi:10.1007/978-3-662-08599-8](https://doi.org/10.1007/978-3-662-08599-8)

VDI e.V. (Hrsg.), *VDI-Wärmeatlas*, 11. Aufl., Kap. L3.2; Springer-Verlag **2013**; [doi:10.1007/978-3-642-19981-3_88](https://doi.org/10.1007/978-3-642-19981-3_88)

J. F. Richardson et al., *Particle Technology and Separation Processes*. Butterworth-Heinemann, **2002**.

W.-C. Yang (ed.), *Handbook of fluidization and fluid-particle systems*, Marcel Dekker, **2003**; [doi:10.1201/9780203912744](https://doi.org/10.1201/9780203912744)

PNEUMATISCHER TRANSPORT:

M. Kraume, *Transportvorgänge in der Verfahrenstechnik*. Springer Vieweg, **2020**; [doi:10.1007/978-3-662-60012-2](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60012-2);

M. Stieß: *Mechanische Verfahrenstechnik Bd. 2*; Springer, Berlin, **1997**; [doi:10.1007/978-3-662-08599-8](https://doi.org/10.1007/978-3-662-08599-8)

VDI e.V. (Hrsg.), *VDI-Wärmeatlas*, 11. Aufl., Kap. L3.3; Springer **2013**; [doi:10.1007/978-3-642-19981-3_88](https://doi.org/10.1007/978-3-642-19981-3_88)

G. E. Klinzing et al.: *Pneumatic Conveying of Solids*. Springer, Dordrecht, **2010**; [doi:10.1007/978-90-481-3609-4](https://doi.org/10.1007/978-90-481-3609-4)

Hinweis für Lehrbücher des Julius-Springer-Verlagsimperiums:

bei [Springer Link](#) via Shibboleth als Mitglied der SLUB Dresden einloggen

1 BEKANNTE GRUNDLAGEN

AUFGABE 1-1 HYDROSTATISCHER DRUCK

Welchem hydrostatischen Druck entspricht eine Wassersäule von 10 m?

Berechnen Sie ...

- den hydrostatischen Druck am Boden eines Kraftstofftanks ($\rho = 820 \text{ kg/m}^3$, $H = 8 \text{ m}$)!
- die Änderung des Luftdrucks gegenüber den Bodenbedingungen für eine Höhe von 1 km (Annahme: keine Temperaturänderung; am Boden: $p_{L,0} = 1 \text{ bar}$, $\rho_{L,0} = 1,2 \text{ kg/m}^3$)!

Ergebnis:

Lufdruckänderung: 0,11 bar

AUFGABE 1-2 ROHRSTRÖMUNG

Ein Rührkessel zur Herstellung von handelsüblicher Vollmilch wird kontinuierlich mit fettarmer Milch und Sahne (Milchfettkonzentrat) befüllt. Die fettarme Milch ($\rho = 1050 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 0,0015 \text{ Pa}\cdot\text{s}$) wird aus einem Vorlagebehälter über eine Gesamtlänge von 23 m mit einem Durchsatz vom 200 L/min transportiert. Dabei wird ein Höhenunterschied von 4,50 m überwunden. Der Rohrrinnendurchmesser beträgt 5 cm.

- Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit im Rohr!
- Berechnen Sie den Druckverlust für hydraulisch glatte Rohre!
- Welche Druckdifferenz muss die zur Förderung genutzte Pumpe überwinden?
- Welche mechanische Leistung muss die Pumpe mindestens aufbringen?

Ergebnis:

Pumpenleistung: 206 W

2 NAVIER-STOKES-GLEICHUNGEN

AUFGABE 2-1 NAVIER-STOKES

Wie lautet die allgemeine Form der Navier-Stokes-Gleichungen? Ordnen Sie den einzelnen Termen dieser Gleichung ihre physikalische Bedeutung zu!

Wie vereinfachen sich die Navier-Stokes-Gleichungen für den Fall

- eines inkompressiblen Fluids,
- einer stationären Strömung,
- schleichender Strömung (kleine Re-Zahl).

AUFGABE 2-2 SEARLE-STRÖMUNG

In einem flüssigkeitsgefüllten Zylinder mit dem inneren Durchmesser d_a rotiert eine konzentrische Welle vom Durchmesser d_i mit der Winkelgeschwindigkeit ω . Der Druck an der Oberfläche des Zylinders sei p_0 .

- Bestimmen Sie die Geschwindigkeits- und Druckverteilung im Ringspalt bei Annahme einer ebenen, laminaren, stationären Strömung!
- Welches Drehmoment ist zur Aufrechterhaltung der Bewegung erforderlich ($d_a = 38,0 \text{ mm}$, $d_i = 37,4 \text{ mm}$, $L = 50 \text{ mm}$, $n = 100 \text{ min}^{-1}$, $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$)?

Ergebnis:

Drehmoment: 3,6 mN·m

AUFGABE 2-3 RIESELFILM IN ROHREN

Leiten Sie das Geschwindigkeitsprofil eines Rieselfilms im Innern eines Rohres her (laminare Schichtenströmung)! Bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit des Rieselfilms unter der Annahme, dass dessen Dicke sehr viel kleiner als der Rohrdurchmesser sei.

3 PARTIKELBEWEGUNG

AUFGABE 3-1 (BEWEGUNGSGLEICHUNG VON PARTIKELN)

Die allgemeine Form der Bewegungsgleichung eines Partikels in einer instationären, schleichenden Strömung (Basset-Bousinesq-Oseen-Gleichung) lautet:

$$m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = 6\pi\eta a \cdot \mathbf{v}_{\text{rel}} + \frac{1}{2} \rho V_p \frac{d\mathbf{v}_{\text{rel}}}{dt} - V_p \nabla p + 6\pi\eta a \sqrt{\frac{a^2}{\pi\nu} \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \frac{\partial \mathbf{v}_{\text{rel}}}{\partial \tau} d\tau} + \sum \mathbf{F}_i.$$

- Leiten Sie aus dieser Gleichung, wie schnell ein zunächst ruhendes Partikel die stationäre Sinkgeschwindigkeit in einem viskosen und schweren Fluid erreicht! Vernachlässigen Sie hierfür die Basset-Kraft!
- Stellen Sie für Sandpartikel in Wasser ($\Psi = 1$, $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$, $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_f = 0,001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$) den Sinkweg bis zum Erreichen der stationären Sinkgeschwindigkeit als Funktion der Partikelgröße dar!

AUFGABE 3-2 SEDIMENTATION UND DIFFUSION

- Um welche Distanz sinken im Zeitraum von 1 s ein 1 μm und ein 100 nm großes Partikel ($\Psi = 1$) in Wasser ($\rho_p = 2200 \text{ kg/m}^3$, $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_w = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$)?
- Wie groß ist die aus der Brownschen Bewegung resultierende mittlere quadratische Verschiebung eines 1 μm und eines 100 nm großen Teilchens in vertikaler Richtung ($\Delta t = 1 \text{ s}$, $\eta_w = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $20 \text{ }^\circ\text{C}$)?
- Berechnen Sie Sinkweg und mittlere diffusive Höhenänderung für ein 100 nm großes Partikel in Luft ($\Delta t = 1 \text{ s}$, $\rho_L = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\lambda_m = 66 \text{ nm}$)!
- Berechnen Sie das stationäre Konzentrationsprofil von SiO_2 -Partikeln in Wasser ($\Psi = 1$, $\rho_p = 2200 \text{ kg/m}^3$, $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_w = 0,001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$)

Ergebnis:

100 nm in Wasser: $\Delta z_{S,\text{Wasser}}(1 \text{ s}) = 7 \text{ nm}$, $\Delta z_{\text{diff,Wasser}}(1 \text{ s}) = 2,9 \mu\text{m}$

100 nm in Luft: $\Delta z_{S,\text{Luft}}(1 \text{ s}) = 2 \mu\text{m}$, $\Delta z_{\text{diff,Luft}}(1 \text{ s}) = 39 \mu\text{m}$

AUFGABE 3-3 PARTIKELABSAUGUNG

Die Mahlung eines Feststoffes ($\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$) soll in einem Kollergang erfolgen, der aus zwei Walzen ($\varnothing = 200 \text{ mm}$) am Ende einer 1,3 m langen Achse besteht, die sich in horizontaler Ebene mit 340 min^{-1} um ihren Mittelpunkt dreht. Über dem Kollergang ist in 2 m Höhe eine Abzugshaube angebracht. Schätzen Sie den minimalen Abluftstrom, um sicherzustellen, dass das beim Mahlprozess entstehende Feinstkorn kleiner $50 \mu\text{m}$ abgesogen wird!

($\rho_L = 1,18 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 1,85 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$)

Ergebnis:

benötigter Abluftstrom: 5,7 m³/s

AUFGABE 3-4 BREMSWEG

- Skizzieren Sie den prinzipiellen Unterschied zwischen einer Wurfparabel für den schrägen Wurf in einem reibungsfreien Kontinuum und einer ballistischen Kurve in einem realen Gas!
- An der Oberfläche einer Blasensäule werden beim Blasenaustritt kleine Flüssigkeitströpfchen mit einer Geschwindigkeit von 0,2 m/s vertikal nach oben geschleudert. Wie hoch spritzen Tropfen mit einem Durchmesser von 30 μm? Gehen Sie von unbewegter Luft ($\rho_L = 1,2 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$) aus!
- Ein Zahnbohrer besitzt einen Durchmesser von 1 mm und rotiert mit 60000 U/min. Wie weit fliegt ein 50 μm großes Zahnstück ($\rho_p = 2600 \text{ kg/m}^3$), ehe seine Bewegung nur noch aus der Schwerkraft resultiert?

Ergebnis:

vertikaler Tropfenaufstieg: 0,4 mm

AUFGABE 3-5 BROWNSCHE ROTATION

Für die Rotationsdiffusion von langen zylindrischen Stäbchen fand Broersma (1960) die folgende Näherungsbeziehung zur Berechnung des Diffusionskoeffizienten (Rotation senkrecht zur Längsachse):

$$D_r = \frac{3k_B T}{\pi \eta L^3} \cdot (\ln 2\rho - \gamma_r(\rho)) \quad \gamma_r(\rho) = 1.57 - 7 \cdot [(\ln 2\rho)^{-1} - 0.28]^2$$

Berechnen Sie die mittlere Zeitdauer damit ein mittlerer quadratischer Rotationswinkel von $\pi^2/4$ erreicht wird – für ein Stäbchen mit:

- volumenäquivalenten Durchmesser von $x_V = 1 \text{ μm}$ und einem Längendurchmesser-Verhältnis von $\rho = 4$.
- $x_V = 1 \text{ μm}$ und $\rho = 10$.
- $x_V = 0.1 \text{ μm}$ und $\rho = 10!$

($k_B = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$, $T = 298 \text{ K}$, $\eta = 0,00089 \text{ Pa}\cdot\text{s}$)

Ergebnis:

mittlere Zeitdauer für geforderte Verdrehung: 1,9 s, 6,4 s, und 6,4 ms

AUFGABE 3-6 SEDIMENTATIONSBEHINDERUNG

Die Sedimentation in konzentrierten Suspensionen erfolgt mit einer im Vergleich zu Einzelpartikeln deutlich reduzierten Sinkgeschwindigkeit. Das Ausmaß dieser Sedimentationsbehinderung korrekt vorherzusagen, war im 20. Jahrhundert der Ehrgeiz vieler Wissenschaftler, so dass heute auf unterschiedlichste quantitative Berechnungsansätze zurückgegriffen werden kann. Im Folgenden sei nur eine Auswahl genannt (vgl. Barnea & Mizrahi, *Chem. Eng. J.*, 5:171-189, **1973**):

Quelle	Berechnungsansatz	zugrunde liegende Idee
Smoluchowski (1911):	$\frac{v_{S,eff}}{v_{S,P}} = \frac{1}{1 + 1.92 \cdot \varphi_V^{1/3}}$	method of reflection, kubisches Gitter
Burgers (1942)	$\frac{v_{S,eff}}{v_{S,P}} = \frac{1}{1 + 6.88 \cdot \varphi_V}$	zufällige Anordnung
Happel (1958)	$\frac{v_{S,eff}}{v_{S,P}} = \frac{1}{1 + 1.5 \cdot \varphi_V^{1/3}}$	sphärisches Zellenmodell
Batchelor (1972)	$\frac{v_{S,eff}}{v_{S,P}} = 1 - 6.55 \cdot \varphi_V$	zufällige Anordnung
Reed & Anderson (1980)	$\frac{v_{S,eff}}{v_{S,P}} = \frac{1 - 1.83 \cdot \varphi_V}{1 + 4.70 \cdot \varphi_V}$	
Watzlawek & Nägele (1999):	$\frac{v_{S,eff}}{v_{S,P}} = 1 - 1.8 \cdot \varphi_V^{1/3}$	Numerische Berechnung für starke Repulsion zwischen den Partikeln
Robinson-Ansatz + Einstein	$\frac{v_{S,eff}}{v_{S,P}} = \frac{(1 - \varphi_V)^4}{1 + \frac{1}{2} \cdot \varphi_V}$	intuitiver Ansatz mit Suspensionsviskosität
Richardson & Zaki (1954)	$\frac{v_{S,eff}}{v_{S,P}} = (1 - \varphi_V)^{4.65}$	empirischer Beschreibung umfangreicher Messdaten

Berechnen Sie für die aufgeführten Modelle die Sedimentationsbehinderung bei 1 Vol.-% und 10 Vol.-%!

AUFGABE 3-7 TRÖPFCHENAEROSOLE

Beim Atmen, Seufzen, Sprechen, Niesen oder Husten sondern wir Tröpfchenaerosole in die Umwelt ab, die Krankheitserreger enthalten können. Studien zeigen, dass die Partikelgrößenverteilungen dieser Aerosole sehr breit sind und vom Submikrometerbereich bis fast in den Millimeterbereich hineinreichen. Beispielsweise berichten Chao et al. (2009), dass beim Sprechen und Husten Tröpfchenaerosole mit einem mittleren Durchmesser (anzahlgewichtet) von 16 μm bzw. 13,5 μm generiert werden, wobei die maximalen Tropfengrößen bei ca. 1000 μm liegen. Die Auswurfgeschwindigkeit beträgt 4 m/s beim Sprechen und 12 m/s beim Husten.

- Berechnen Sie für die mittleren Partikelgrößen die Knudsen-Zahlen ($\lambda_m = 66 \text{ nm}$) und prüfen Sie die Notwendigkeit einer Cunningham-Korrektur!
- Berechnen Sie den Bremsweg der mittleren Tröpfchen, wobei Sie von schleichender Strömung ausgehen dürfen ($\rho_L = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$)!
- Berechnen Sie die initiale Partikel-Reynoldszahl für die mittleren Tröpfchen und bewerten Sie, ob die Annahme schleichender Strömung in Teilaufgabe b) gerechtfertigt war!

- Berechnen Sie jetzt den Bremsweg für die größten Tröpfchen! Dafür ist eine Korrektur der Berechnungsgleichung notwendig, die die Abweichungen vom Stokesschen Gesetz für große Partikel-Reynoldszahlen berücksichtigt. In Anlehnung an Forney (1991) sowie Cheng et al. (1990) gilt hierbei:

$$\tau_{\text{relax}} = \tau_{\text{relax,Stokes}} \cdot C_{\text{nSt}}(Re_{P,0}), \text{ mit } Re_{P,0} = \text{initiale Partikel-Reynoldszahl}$$

$$C_{\text{nSt}}(Re_{P,0}) = \frac{18}{Re_{P,0}} \cdot \left(Re_{P,0}^{\frac{1}{2}} - \sqrt{6} \cdot \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot Re_{P,0}^{\frac{1}{2}}\right) \right), \text{ für Kugeln und } Re_{P,0} < 750$$

- Welchen Sinkweg legen die größten Tropfen während eines Zeitraumes zurück, der ihrer Relaxationszeit entspricht?

Ergebnis:

- Knudsen-Zahlen: jeweils $< 0,01$ (Korrektur mit $< 2 \%$ vernachlässigbar)
- Bremsweg der mittleren Tropfen (für schleichender Strömung): 0.316 cm (Sprechen)
- Bremsweg der größten Tropfen: 5.1 m (Husten)
- Sinkweg der größten Tropfen innerhalb der Relaxationszeit: 1.7 m

Quellen:

C. Y. H. Chao et al., Characterization of expiration air jets and droplet size distributions immediately at the mouth opening. *J. Aerosol Sci.*, 40:122-133, **2009**;

doi:10.1016/j.jaerosci.2008.10.003

Y. S. Cheng et al., Behaviour of isometric nonspherical aerosol particles in the Aerodynamic Particle Sizer. *J. Aerosol Sci.*, 21(5):701-710, **1990**.

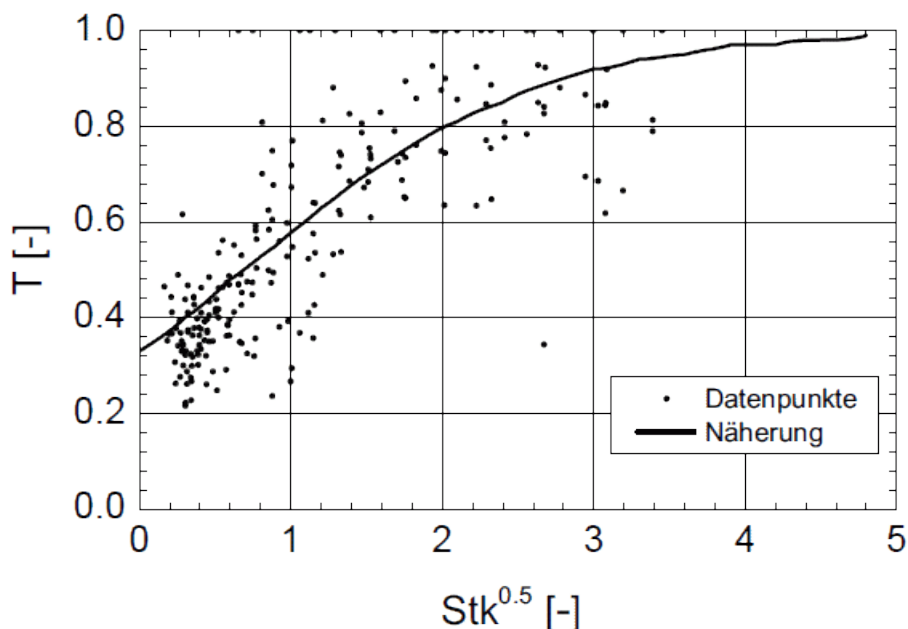
L. J. Forney, Particle impaction in axially symmetric supersonic flow, *Aerosol Sci. Technol.*, 15(1):49-59, **1991**; doi:10.1080/02786829108959512

AUFGABE 3-8 IMPAKTOREN

Im Rahmen seiner Diplomarbeit untersuchte Göhler (2008) die Abscheidecharakteristik eines selbst konstruierten Impaktors ($d_{\text{Düse}} = 2 \text{ mm}$). Die gemessenen fraktionellen Abscheidegrade und die daraus gemittelte Trennfunktion sind im unteren Diagramm dargestellt. Die gemittelte Kurve besitzt eine Mediantrenngrenze von $\sqrt{\text{Stk}_{50}} = 0,48$.

- Welcher Luftvolumenstrom ($\rho_L = 1,2 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$) ist erforderlich, um mit dem Impaktor unter atmosphärischen Bedingungen eine Trennteilchengröße von $10 \text{ }\mu\text{m}$ zu erreichen? Die Schlupfkorrektur nach Cunningham dürfen Sie zunächst vernachlässigen.
- Wie groß ist unter diesen Bedingungen der Bremsweg für $10 \text{ }\mu\text{m}$ große Teilchen?
- Berechnen Sie für die Lösung in a) die initiale Partikel-Reynoldszahl der Trennteilchengröße die Reynoldszahl der Gasströmung in der Düse! und bewerten Sie, ob die Annahme schleichender Strömung in Teilaufgabe b) gerechtfertigt war!
- Berechnen Sie für die Knudsen-Zahlen für $10 \text{ }\mu\text{m}$ und $2,5 \text{ }\mu\text{m}$ große Partikel ($\lambda_m = 66 \text{ nm}$) und prüfen Sie die Notwendigkeit einer Cunningham-Korrektur!
- Welcher Luftvolumenstrom wird benötigt, damit im Impaktor 80% der Aerosolpartikel mit einer Größe von $2,5 \text{ }\mu\text{m}$ abgeschieden werden?

Hinweis: Bei Trägheitsabscheidern für Aerosole bezieht sich die Partikelgröße auf die Annahme einer Partikeldichte von 1 g/cm^3 ("Einheitsdichte") und die Vorstellung kugeligter Teilchen. Diesen Äquivalentdurchmesser bezeichnet man auch als aerodynamischen Durchmesser.



Quelle:

D. Göhler, *Charakterisierung der Partikelfreisetzung bei der Handhabung von Pulvern*. Diplomarbeit, Technische Universität Dresden, Inst. für Verfahrenstechnik und Umwelttechnik, **2008**.

4 RHEOLOGIE

AUFGABE 4-1 FLIEßKURVEN

Nennen Sie drei verschiedene Typen von Rheometern!

Mit einem nach dem SEARLE-Prinzip arbeitenden Rotationsviskosimeter ($D_i = 37,4$ mm, $D_a = 38,0$ mm) wurde das rheologische Verhalten einer Aluminiumoxid-Suspension ($c_V = 2$ Vol.-%) bei zwei verschiedenen pH-Werten untersucht.

Drehzahl	50 min ⁻¹	80 min ⁻¹	100 min ⁻¹	150 min ⁻¹	200 min ⁻¹	250 min ⁻¹	300 min ⁻¹
τ (pH = 4)	0,216 Pa	0,405 Pa	0,354 Pa	0,493 Pa	0,821 Pa	1,028 Pa	1,366 Pa
τ (pH = 9)	5,673 Pa	5,899 Pa	5,994 Pa	6,334 Pa	6,385 Pa	6,375 Pa	6,358 Pa

Erstellen Sie aus den Messwerten die zugehörigen Fließkurven, approximieren Sie diese mit einem Potenzansatz und klassifizieren Sie das Fließverhalten! Diskutieren Sie die gemessenen Unterschiede!

Ergebnis:

Suspension pH = 4: $\eta = 0,62$ mPa·s (NEWTONSches Fließverhalten)

Suspension pH = 9: $k = 3,818$ Pa·s^{*n*}, $n = 0,07$

AUFGABE 4-2 FLUIDE MIT FLIEßGRENZE

Zeichnen Sie die Fließkurven eines NEWTONSchen und eines strukturviskosen Fluides sowie die eines BINGHAM-Körpers! Diskutieren Sie mögliche physikalische Ursachen für nicht-NEWTONSches Fließverhalten!

Berechnen Sie die Dicke des Schokoladenüberzuges eines MARS®-Riegels, wenn die aufgeschmolzene Schokoladenmasse (40 °C, $\rho = 1300$ kg/m³) als plastisches Fluid mit einer Fließgrenze von 40 Pa angesehen werden kann!

Ergebnis:

Dicke des Überzuges: 3,1 mm

AUFGABE 4-3 OSTWALD-DE-WAELE FLUIDE

Die Fließkurven nicht-newtonscher Fluide werden sehr häufig mit dem Potenzansatz nach Ostwald & de-Waele beschrieben. Begründen Sie, warum seine Verwendung bei sehr geringen und sehr hohen Scherbeanspruchungen zu unsinnigen Ergebnissen führen kann!

Berechnen Sie das Strömungsprofil und den Strömungsdruckverlust in einem kreisrunden Rohr (Durchmesser D , Länge L) unter der Annahme, dass die Fließkurve des Fluides mit dem OSTWALD-DE-WAELE-Potenzansatz beschrieben werden kann!

AUFGABE 4-4 ROHRSTRÖMUNG

Ein Tankwagen mit einem Fassungsvermögen von 120 hl soll über eine Rohrleitung (Länge: 50 m, Durchmesser: 8 cm, Rauigkeit: 50 μm) entleert werden. Berechnen Sie den in der Rohrleitung auftretenden Strömungsdruckverlust, wenn der Tank

- mit Milch ($\rho = 1040 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 3 \text{ mPa}\cdot\text{s}$) gefüllt ist und für das Entleeren 10 min benötigt werden,
- eine strukturviskose Suspension ($\rho = 1080 \text{ kg/m}^3$, Ostwald-de-Waele-Fluid: $n = 0.8$, $k = 0.4 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{0.8}$) enthält, für deren Abpumpen 30 min erforderlich sind!

Ergebnis:

Druckverlust der Milch: 107 kPa

Druckverlust der Suspension: 52 kPa

AUFGABE 4-5 SEARLE-VISKOSIMETER

Das rheologische Verhalten einer Siliziumdioxid-Suspension ($\varphi_m = 15 \text{ Ma.}\%$) wurde mit einem Rotationsviskosimeter ($d_i = 37,4 \text{ mm}$, $d_a = 38,0 \text{ mm}$, $L = 53,8 \text{ mm}$) untersucht. Dabei handelt es um SEARLE-Typ, d. h. der innere Zylinder rotiert während der äußere Zylinder ruht. Für die Messungen der Fließkurve wurden definierte Drehzahlen vorgegeben und das dafür benötigte Drehmoment (am inneren Zylinder) gemessen:

Drehzahl, min^{-1}	166	220	273	379	536	695	855
Drehmoment, $\text{mN}\cdot\text{m}$	2,39	2,85	3,29	3,84	4,91	5,76	6,23

- Berechnen Sie die Scherraten im Zylinderspalt und die am inneren Zylinder wirkenden Schubspannungen!
- Stellen Sie den Verlauf der Viskositätsfunktion grafisch dar! Welches Fließverhalten liegt im betrachteten Beanspruchungsbereich vor?
- Approximieren Sie mit grafischen Mitteln die Fließkurve mit Hilfe des Ostwald-de-Waele-Ansatzes!

Ergebnis:

Ostwald-de-Waele: $k = 0,32 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,59$

AUFGABE 4-6 KEGEL-PLATTE UND PLATTE-PLATTE

Leiten Sie für

- ein Kegel-Platte-Rheometer und
- ein Platte-Platte Rheometer

die funktionalen Zusammenhänge zwischen Drehzahl und Schergefälle sowie zwischen Drehmoment und Schubspannung her!

AUFGABE 4-7 VISKOSITÄTSABSCHÄTZUNG AM RÜHRWERK

Zur Abschätzung der Viskosität einer partikelhaltigen Polymerlösung ($\rho = 1140 \text{ kg/m}^3$) wird ein Standardrührwerk mit mit 4-Blattrührer ($d_R = 4 \text{ cm}$) genutzt. Dessen Leistungscharakteristik lässt sich wie folgt beschreiben:

$$\begin{aligned} Re \leq 10: & \quad Ne = 199/Re \\ 10 < Re \leq 40: & \quad Ne = 80,5/Re^{0,594} \\ 40 < Re \leq 200: & \quad Ne = 20,6/Re^{0,230} \\ 200 < Re \leq 2000: & \quad Ne = 3,25/Re^{-0,119} \\ 2000 < Re \leq 5 \times 10^5: & \quad Ne = 8,57 \end{aligned}$$

Aus Erfahrung ist bekannt, dass die dynamische Viskosität im Bereich zwischen $0,05 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ und $0,4 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ liegen wird. Aus diesem Grund wird eine Referenzmessung mit einem Silikonöl bekannter Viskosität ($\eta_{\text{ref}} = 0,10 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\rho_{\text{ref}} = 960 \text{ kg/m}^3$) durchgeführt.

- Ermitteln Sie die maximale Drehzahl, bei der für das Referenzöl ideal laminare Bedingungen (Stokes-Regime) vorliegen! Wie groß wäre dann das wirkende Drehmoment?
- Es wird entschieden, die Messungen bei einer Drehzahl von 400 min^{-1} durchzuführen. Für das Referenzöl wird dabei ein Drehmoment von $4,94 \text{ mN}\cdot\text{m}$ bestimmt, für die Suspension ein Wert von $6,76 \text{ mN}\cdot\text{m}$. Berechnen Sie die Viskosität der Suspension!

Ergebnis:

kritische Drehzahl: $n_{\text{cr}} = 39 \text{ min}^{-1}$

Suspensionsviskosität: $\eta_{\text{sus}} = 0,22 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

5 TURBULENZ

AUFGABE 5-1 PRANDTLSCHER MISCHUNGSWEG

Erläutern Sie das Konzept der PRANDTLschen Mischungswegtheorie. Leiten Sie innerhalb dieses Gedankengebäudes eine Beziehung für den turbulenten Diffusionskoeffizient her!

AUFGABE 5-2 UNIVERSALES WANDGESETZ

Leiten Sie aus den zeitgemittelten Navier-Stokes-Gleichungen und der PRANDTLschen Mischungswegtheorie das wandnahe Strömungsprofil für eine stationäre, turbulente Kanalströmung her!

AUFGABE 5-3 VISKOSE UNTERSCHICHT

Berechnen Sie die Dicke der viskosen Unterschicht einer turbulenten Rohrströmung ($d = 5 \text{ mm}$, $\nu_F = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) für verschiedene mittlere Strömungsgeschwindigkeiten \bar{u} (1, 5 und 10 m/s) ausgehend von REICHARDTS Schätzung! Das Rohr darf als hydraulisch glatt betrachtet werden.

AUFGABE 5-4 TURBULENTER DIFFUSIONSKOEFFIZIENT

Zur Bestimmung des turbulenten Diffusionskoeffizienten des Systems CO_2 in Luft wurde folgendes Experiment durchgeführt: Luft strömt durch ein kreisrundes Rohr ($\varnothing 15,24 \text{ cm}$) mit $11,77 \text{ m/s}$ bei nahezu ausgeglichenem Geschwindigkeitsprofil. Von einem auf der Symmetrieachse gelegenen Punkt wird CO_2 in sehr geringen Mengen in die Strömung injiziert. $112,5 \text{ cm}$ nach dem Injektionspunkt wird die CO_2 -Konzentration an verschiedenen radialen Positionen gemessen:

Radiale Position, cm	0	0,410	0,882	1,462	1,880	2,520	3,340
c_{CO_2} , g/cm ³	0,0158	0,0156	0,0131	0,0105	0,0075	0,0053	0,0021

Berechnen Sie den turbulenten Diffusionskoeffizienten!

Ergebnis:

turbulenter Diffusionskoeffizient: $14,7 \text{ m}^2/\text{s}$

AUFGABE 5-5 MIKROTURBULENZ

Berechnen Sie die Größe der kleinsten Mikrowirbel in einer Rohrströmung (10 l/min, $D = 5$ mm):

- für glatte und
- für raue Rohrwände ($k = 70 \mu\text{m}$)!

Um wieviel Grad würde sich unter adiabaten Bedingungen die Temperatur des Fluids für Fall a) pro Minute erhöhen?

Beim Fluid handelt es sich um Wasser bei einer Temperatur von $20 \text{ }^\circ\text{C}$

Ergebnis:

glattes Rohr: $x_{w,\min} = 52 \mu\text{m}$, $\Delta T/\Delta t = 19 \text{ K/min}$

AUFGABE 5-6 TURBULENTES QUERSTROMKLASSIEREN

Wie verändert sich das Abscheideverhalten eines Querstromklassierers beim Umschlag von laminarer in turbulente Strömung?

Ein Strömungskanal ($B = 0,25 \text{ m}$, $H = 0,4 \text{ m}$) wird von einer wässrigen Suspension ($\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, $\rho_S = 2400 \text{ kg/m}^3$) turbulent durchströmt. Der turbulente Diffusionskoeffizient beträgt für die Strömung im vorgegebenen Behälter $0,0036 \text{ m}^2/\text{s}$. Die mittlere Partikelkonzentration sei 25 kg/m^3 .

Berechnen Sie unter Annahme homogener isotroper Turbulenz für den Fall eines voll ausgebildeten Konzentrationsprofils:

- die Boden- und Deckenkonzentration für monodisperse Suspensionen mit Korngrößen von 10 , 70 und $400 \mu\text{m}$,
- Schätzen Sie für ein polydisperses Stoffsystem (LNVT: $x_{50,3} = 70 \mu\text{m}$, $\sigma_{1n} = 0,6$)
 - die Konzentrationen in Klar- und Trüblauf sowie
 - den Gesamtabscheidegrad!
 bei Suspensionsteilung ($h_{\text{trüb}} = 10 \text{ cm}$) aus dem Medianwert der Verteilung ab!

- Berechnen Sie den exakten Konzentrationsverlauf des polydispersen Systems über der Höhe des Kanals! Ermitteln Sie daraus die tatsächlichen Konzentrationen in Klar- und Trüblauf, sowie den Gesamtabscheidegrad!

(für diese Teilaufgabe benötigen Sie rechentechnische Unterstützung)

Ergebnis:

a) Bodenkonzentrationen: $25,1 \text{ kg/m}^3$, $30,5 \text{ kg/m}^3$, 143 kg/m^3

b) Klar- und Trüblauf, η_{ges} : $23,7 \text{ kg/m}^3$ bzw. $29,0 \text{ kg/m}^3$, $29,0 \%$

b) η_{ges} für polydisperse Rechnung: $31,4 \%$

AUFGABE 5-7 TURBULENTES QUERSTROMKLASSIEREN

Prozesse des turbulenten Querstromklassierens (z. B. im Hydrozyklon) lassen sich näherungsweise mit dem Suspensionsteilungs- oder dem Anzapfmodell beschreiben. Erläutern Sie die Unterschiede mit Bezug auf die Trennteilchengröße und die Trennschärfe!

Eine wässrige Suspension ($\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, $\rho_S = 1300 \text{ kg/m}^3$, $c_{V,S} = 5 \text{ Vol.}\%$) soll mit Hilfe eines turbulent durchströmten Kanals ($h = 0,5 \text{ m}$) aufkonzentriert werden. Der turbulente Diffusionskoeffizient beträgt für die Strömung im vorgegebenen Kanal $0,0005 \text{ m}^2/\text{s}$.

Berechnen Sie unter Annahme homogener isotroper Turbulenz für den Fall eines voll ausgebildeten Konzentrationsprofils:

- die Trennteilchengröße bei einer Suspensionsteilung in Höhe von 20 cm über dem Kanalboden
- die Trennteilchengröße entsprechend Anzapfmodell bei gleichen Volumenstromverhältnissen wie in a),
- den Gesamtabscheidegrad gemäß dem Suspensionsteilungsmodell, wenn mittels Siebanalyse folgende Partikelgrößenverteilung bestimmt wurde:

Maschenweite, μm	0	32	50	71	100	125	160
Rückstand, Ma.-%	5	10	20	30	25	10	0

- die Konzentration im Trüblauf bei Suspensionsteilung!

Ergebnis:

- Suspensionsteilung: 80 μm
- Suspensionsanzapfung: 56 μm (auch 60 μm)
- Gesamtabscheidegrad: 55 Vol.-%
- Trüblaufkonzentration: 7,0 Vol.-%

AUFGABE 5-8 HYDROZYKLON

Welche physikalischen Mechanismen bestimmen die Trennwirkung eines Hydrozyklons?

Gegeben seien Hydrozyklone mit einem Durchmesser von $d_{\text{HZ}} = 80 \text{ mm}$, die zur Fraktionierung einer wässrigen Suspension ($\rho_S = 2600 \text{ kg/m}^3$; $c_{m,S} = 195 \text{ kg/m}^3$; LNVT: $x_{50,3} = 20 \mu\text{m}$, $\sigma_n = 0,6$) eingesetzt werden sollen. Die Zykclone besitzen folgende Abmessungen:

Überlauf: $d_o = 24 \text{ mm}$

Einlaufdüse: $d_e = 16 \text{ mm}$

Unterlauf: $d_u = 12 \text{ mm}$

Länge: $L = 0,32 \text{ m}$

Konus: 20°

Berechnen Sie für die Einlaufdrücke 1 bar, 2 bar und 3 bar nach dem Modell der turbulenten Strömungsklassierung:

- die Trennteilchengröße ($K_{\text{exp}} = 0,284$),
- den Gesamtabscheidegrad für den Fall einer idealen Trennung mit Probeteilung,
- den Feststoffvolumenanteil im Abzug des Zyklons,
- die erforderliche Zyklonanzahl für einen Suspensionsdurchsatz von 50 m³/h!

Ergebnis (n. Neeße et al.):

- Trennteilchengrößen: 27,1 μm, 22,8 μm, 20,6 μm
- Gesamtabscheidegrad: 39 %, 49 %, 54 %
- Feststoff im Oberlauf: 5,2; 4,4; 3,9 Vol.-%
- Zyklonzahl: 10, 7, 6

AUFGABE 5-9 HYDROZYKLON

Ein Hydrozyklon ($d_{\text{HZ}} = 50 \text{ mm}$) wird zur Abtrennung von Schleifpartikeln ($\rho_p = 3210 \text{ kg/m}^3$, $\varphi_V = 0.05$, $\Psi = 0.76$) aus dem Abwasser ($\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 9 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$) eines Polierprozesses genutzt. Er wird mit einem Volumenstromverhältnis (Oberlauf zu Unterlauf) von $\tau = 5$ betrieben; der mittlere turbulente Diffusionskoeffizient und die mittlere Zentrifugalbeschleunigung wurden mit Hilfe empirischer Gleichungen zu $4 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ bzw. $600 \times g$ abgeschätzt.

Gehen Sie für die folgenden Berechnungen von einem idealen Strömungskanal aus, dessen Höhe einem Drittel des Hydrozyklondurchmessers entspricht und in dem die Fallbeschleunigung des Schwerfeldes durch die Zentrifugalbeschleunigung ersetzt ist.

- Wie hoch ist der kleinstmögliche Gesamtabscheidegrad, der unter diesen Bedingungen erreicht werden kann?
- Ermitteln Sie die effektive Sinkgeschwindigkeit der Median-Trennteilchengröße $x_{T,50}$ auf Basis des Anzapfmodells!
- Berechnen Sie aus dieser effektiven Sinkgeschwindigkeit den volumenäquivalenten Durchmesser der Trennteilchen (d. h. $x_{T,50}$)!
- Wie hoch ist der Trenngrad für Schleifpartikel, deren Größe beim Zweifachen der Trennteilchengröße aus Teilaufgabe c) liegt?
- Berechnen Sie die Trenngrade für die Teilchengrößen aus den Teilaufgaben c) und d) mit Hilfe des Suspensionsteilungsmodells!

Ergebnis:

- kleinster Abscheidegrad: 16,7 %
- effektive Sinkgeschwindigkeit: 38,6 mm/s
- Trennteilchengröße nach AM: 8,2 μm

- d) Trenngrad für $2 \cdot x_{T,50}$ nach AM: 97,5 %
e) Trenngrade bei Suspensionsteil.: 29,4 % ($x_{T,50}$) und 58,9 % ($2 \cdot x_{T,50}$)

AUFGABE 5-10 TURBULENTER DIFFUSIONSKOEFFIZIENT

Berechnen Sie mit Hilfe der Prandtlschen Mischungswegtheorie den turbulenten Diffusionskoeffizienten D_t in einer Rohrströmung (hydraulisch glatt; $d = 10 \text{ mm}$, $\dot{V} = 10 \text{ l/min}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$) für einen Wandabstand, der dem halben Radius entspricht.

- Ermitteln Sie zunächst den Rohrreibungsbeiwert!
- Bestimmen Sie D_t unter Verwendung des logarithmischen Wandgesetzes!
- Bestimmen Sie D_t mit Hilfe des 1/7-Potenzgesetz für das turbulente Strömungsprofil!
- Wie ändert sich der in c) bestimmte Wert, wenn der 1/n-Potenzansatz mit $n=8$ gebildet würde?

Ergebnis:

- b) logarithm. Wandgesetz $\rightarrow D_t = 0.000120 \text{ m}^2/\text{s}$
c) 1/7-Potenzgesetz $\rightarrow D_t = 0.000134 \text{ m}^2/\text{s}$
c) 1/8-Potenzgesetz $\rightarrow D_t = 0.000116 \text{ m}^2/\text{s}$

6 DISPERGIEREN

AUFGABE 6-1 DISPERGIERUNG VON FLOCKEN

Eine geflockte Suspension (Flocken: Agglomerate geringer Festigkeit) strömt turbulent durch ein Rohr (\varnothing 10 cm, $\bar{u} = 8$ m/s, $\nu = 10^{-6}$ m²/s). Die maximale Flockengröße wird nach dem Rohr zu 120 μ m bestimmt.

- Ermitteln Sie, ob die Flocken im Trägheits- oder im Dissipationsbereich der Mikroturbulenz beansprucht werden!
- Wie ändert sich der Kolmogorov-Maßstab, wenn die Suspension bei gleichem Volumendurchsatz durch ein Rohr mit doppeltem Durchmesser (d. h. \varnothing 20 cm) gefördert würde?
- Schätzen Sie die maximale Flockengröße ab, die sich unter den Bedingungen von Teilaufgabe b) einstellt!

Ergebnis:

Flockengröße: 387 μ m

AUFGABE 6-2 ENERGIEDICHTEKONZEPT

Eine wässrige Suspension eines pyrogenen Titandioxides (1 Ma.-%, $x_{av} = 482$ nm) wird in einem kleinen Becherglas (50 mL) mit Hilfe eines Ultraschallrüssels dispergiert. Nach definierten Zeitabständen werden Proben gezogen und an ihnen eine mittlere Partikelgröße (x_{av}) bestimmt:

Dispergierdauer t_D :	30 s	1 min	2 min	4 min
mittlere Partikelgröße x_{av} :	285,5 nm	248,4 nm	224,9 nm	196,5 nm

- Stellen Sie die zeitliche Änderung der Partikelgröße grafisch dar (lineare Abszisse)!
- Stellen Sie die Partikelgröße als Funktion der Energiedichte dar (logarith. Abszisse)! Nutzen Sie hierfür den Wert der ebenfalls gemessenen elektrischen Leistung (190 W)!
- Schätzen Sie den Zeitbedarf ab, um für eine Suspensionsprobe von 200 mL eine Partikelgröße von 100 nm zu erreichen! Sie dürfen annehmen, dass der Leistungseintrag von der Volumenänderung nicht beeinflusst wird.
- Diskutieren Sie das Ergebnis!

Ergebnis:

Dispergierdauer zum Erreichen von 100 nm: ca. 12,6 h

AUFGABE 6-3 HOCHDRUCKSYSTEME

Zur Herstellung einer langzeitstabilen pharmazeutischen Emulsion mit Tröpfchengrößen im Submikrometerbereich soll ein Hochdruckdispergierer genutzt werden. Zur Verfügung steht eine Produktionsmaschine, die an der Homogenisierdüse Druckdifferenzen bis zu 40000 psi generieren kann und einen mechanischen Leistungseintrag von 18 kW gewährleistet. Es ist ein kontinuierlicher Prozess geplant, bei dem zunächst ein Rotor-Stator-System die Rohemulsion zubereitet, die unmittelbar danach durch den Hochdruckdispergierer geleitet wird.

Mit Hilfe eines Vorversuches soll der notwendigen Betriebsdruck ermittelt werden. Zu diesem Zweck wird in einem Laborgerät eine geringe Menge der Rohemulsion bei verhältnismäßig geringem Betriebsdruck (1000 psi) mehrfach durch die Homogenisierdüse geführt. Die mittleren Tropfengrößen (Sauterdurchmesser) der so zubereiteten Testemulsionen werden als Funktion der Anzahl der Düsendurchläufe bestimmt:

Anzahl der Durchläufe:	1	2	4	8	16
Sauterdurchmesser x_{ST} :	1,02	0,809	0,642	0,509	0,404

- Ermitteln Sie durch grafische Regression das empirische Materialgesetz, das den Zusammenhang zwischen Partikelgröße und Energiedichte beschreibt!
- Berechnen Sie den kleinsten Betriebsdruck (in psi), für den bei einmaligem Durchlauf der Sauterdurchmesser nicht mehr als 500 nm beträgt!
(Hinweis: 1 psi = 6894,8 Pa)
- Prüfen Sie, ob mit der verfügbaren Homogenisiermaschine die gewünschte Produktionsrate von 900 l Emulsion pro Stunde sichergestellt werden kann!

Ergebnis:

Mindestdruck und Leistungsbedarf: ca. 8500 psi, 14,6 kW

7 WIRBELSCHICHT

AUFGABE 7-1 HOMOGENE WIRBELSCHICHT

Warum ist der Druckabfall in einer Wirbelschicht nahezu unabhängig von der Durchströmungsgeschwindigkeit?

Ein Sandfilter zur Reinigung von Wasser ($\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$) wird nach der Beladung zurückgespült. Die Schüttung ($\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$; LNVT: $x_{50,3} = 800 \text{ }\mu\text{m}$, $\sigma_{\text{In}} = 0,4$; $\Psi \approx 0,8$) besitzt am Wirbelpunkt eine Porosität von $\epsilon_{\text{WP}} = 0,45$.

- Berechnen Sie die Wirbelpunktsgeschwindigkeit der Schüttung!
- Ist eine homogene Fluidisierung zu erwarten?
- Ermitteln Sie die (maximale) Austragsgeschwindigkeit für die kleinsten Teilchen und für einen sinnvollen Mittelwert der Partikelgrößen!
- Welche Höhe hat die Wirbelschicht bei Durchströmung mit 3-facher Wirbelpunktsgeschwindigkeit? Greifen Sie auf die Ergebnisse von RICHARDSON und ZAKI zurück!

Ergebnis:

Wirbelpunktsgeschwindigkeit:	5,8 mm/s
Austrag der kleinsten Teilchen:	25,9 mm/s
Relative WS-Expansion:	1,5

AUFGABE 7-2 INHOMOGENE WIRBELSCHICHT

Nennen Sie verschiedene Erscheinungsformen inhomogener Wirbelschichten und informieren Sie sich über Möglichkeiten, das Verhalten einer Wirbelschicht vorausszusagen!

Eine Wirbelschicht aus Sand ($\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$; $\Psi = 0,8$) mit volumenspezifischer Oberfläche von 150 cm^{-1} wird mit Luft bei doppelter Wirbelpunktsgeschwindigkeit betrieben ($\rho_g = 1,2 \text{ kg/m}^3$, $\eta_g = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$). Die Porosität am Wirbelpunkt beträgt 48 %.

- Berechnen Sie die Wirbelpunktsgeschwindigkeit der Schüttung und die Sinkgeschwindigkeit der kleinsten Einzelteilchen ($x_V = 300 \text{ }\mu\text{m}$)!
- Klassifizieren Sie das Verhalten der Wirbelschicht?
- In mittlere Höhe der WS werden Blasen von 20 cm Durchmesser beobachtet. Wie schnell steigen diese Blasen auf (Durchmesser des Wirbelrohres 0,8 m)? Bewerten Sie das Ergebnis in Hinblick auf die Effizienz von Wärme- und Stoffaustauschprozessen!
- In welchem Maße expandiert die WS unter den genannten Bedingungen?

Ergebnis:

Wirbelpunktsgeschwindigkeit:	0,28 m/s
Austrag der kleinsten Teilchen:	1,7 m/s
Relative WS-Expansion:	1,16

AUFGABE 7-3 GAS-WIRBELSCHICHT

Ein Gas ($\rho_g = 0,75 \text{ kg/m}^3$, $\nu_g = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, ($V_g = 1060 \text{ m}^3/\text{h}$) soll in einem Wirbelschichtreaktor ($d_R = 50 \text{ cm}$) einer heterogenen Katalyse unterzogen werden. Die Partikelgrößenverteilung des nahezu kugelförmigen Katalysatormaterials folgt einer LNVT ($\rho_S = 400 \text{ kg/m}^3$; LNVT: $x_{50,3} = 850 \text{ }\mu\text{m}$, $\sigma_{\ln} = 0,1$; $m_S = 25 \text{ kg}$).

- Berechnen Sie die Existenzgrenzen der stationären Wirbelschicht bezüglich der Gasgeschwindigkeiten!
- Ermitteln Sie die Höhe der Wirbelschicht i) über den Ansatz von Richardson & Zaki und ii) unter Nutzung des Zustandsdiagrammes von REH?

Die Wirbelpunktsporosität betrage 45 %.

Ergebnis:

Wirbelpunktsgeschwindigkeit:	0,18 m/s
WS-Höhe n. Richardson & Zaki:	2,2 m
WS-Höhe n. Reh:	1,4 m

AUFGABE 7-4 ZUSTANDSDIAGRAMM NACH GRACE

Im Jahre 1986 veröffentlichte Grace eine zum REH-Diagramm alternative Darstellung für die Korrelationen, die zwischen den relevanten dimensionslosen Kennzahlen bei der Fluidisierung von Schüttungen gelten (J. R. Grace, *Canad. J. Chem. Eng.*, 64(3):353-363, **1986**). Er zeigte sowohl eine Darstellung für homogene Fest-Flüssig-Wirbelschichten als auch eine für Gas-Feststoffwirbelschichten. In diesen Diagrammen können charakteristische Betriebszustände analog dem REH-Diagramm grafisch markiert werden.

In dem Diagramm von Grace werden auf der auf der Abszisse die dritte Wurzel der Archimedes-Zahl und auf der Ordinate die dritte Wurzel der Omega-Zahl aufgetragen. Die Achsen zeigen somit eine skalierte Partikelgröße bzw. eine skalierte Geschwindigkeit (in der angelsächsischen Literatur sind Ar-Zahl und Ω -Zahl nicht sehr populär). Bei doppelt-logarithmischer Darstellung bilden Linien konstanter Partikel-Reynoldszahl abfallende Geraden. Der Existenzbereich der Wirbelschicht wird durch je eine gekrümmte Kurve für die beginnende Fluidisierung (Wirbelpunkt, ε_{WP}) und für die Einzelpartikelsinkgeschwindigkeit ($\varepsilon = 1$) eingegrenzt.

Stellen Sie in dem Zustandsdiagramm von Grace folgende Kurven für den Wertebereich $Ar = 1 \dots 10^9$ grafisch dar:

- c) Wirbelpunktskurve für $\varepsilon_{WP} = 0.4$,
- d) Kurve der Einzelpartikelsinkgeschwindigkeit,
- e) Kurve einer homogenen Wirbelschicht mit $\varepsilon_{WS} = 0.5$ sowie
- f) Kurve einer homogenen Wirbelschicht mit $\varepsilon_{WS} = 0.9$!

8 PNEUMATISCHER TRANSPORT

AUFGABE 8-1 VERTIKALER TRANSPORT

In einem Industriebetrieb wird zum vertikalen Transport eines Schüttgutes ($\rho_s = 2290 \text{ kg/m}^3$, $\psi \approx 1$) eine pneumatische Fördereinrichtung verwendet. Das Trägermittel Luft ($\rho_f = 1,29 \text{ kg/m}^3$, $\eta_f = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$) wird durch ein Gebläse mit konstantem Durchsatz ($V = 1000 \text{ m}^3/\text{h}$) gefördert. Die Nennweite der Rohrleitung beträgt 200 mm. Um ein Absetzen von Feststoff und damit ein Verstopfen der Anlage zu vermeiden, darf der Teilchendurchmesser einen bestimmten Maximalwert nicht überschreiten. Ermitteln Sie diese Teilchengröße! (Eine gegenseitige Beeinflussung der Teilchen darf vernachlässigt werden)

Ergebnis:

maximale Teilchengröße: 1,5 mm

AUFGABE 8-2 PNEUMATISCHER TRANSPORT

Eine in einem Mischfutterwerk arbeitende Hammermühle erzeugt Weizenschrot ($\rho_s = 1400 \text{ kg/m}^3$), dessen massenmäßige Partikelgrößenverteilung einen Medianwert von 1,23 mm aufweist. Die Hammermühle ist mit einer pneumatischen Transporteinrichtung gekoppelt, so dass das Zerkleinerungsprodukt sofort nach der intern in der Hammermühle realisierten Sichtung in einen Vorratsbunker transportiert werden kann. Der Transportweg verläuft 70 m horizontal und 30 m vertikal (Rohrinnenweite 200, 2 Krümmen). Als Trägermedium kommt Luft ($\rho_g = 1,29 \text{ kg/m}^3$, $\eta_g = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$) zum Einsatz. Die zur Förderung des zerkleinerten Weizens notwendige Luftmenge bei einer Gutbeladung von $\mu = 7$ beträgt $\dot{m}_g = 2,5 \text{ kg/s}$. Der Rohrreibungsbeiwert kann als konstant mit $\lambda = 0,02$, der Druckverlustbeiwert durch Einbauten mit 6 und der mit den Wandstöße des Gutes verbundene Reibungsbeiwert λ_s^* mit 0,002 angenommen werden.

- Überprüfen Sie, ob die Grenzgutbeladung überschritten wird ($k = 0,04$) und ermitteln Sie den realisierten Feststoffmassenstrom!
- Berechnen Sie die zur Förderung des Weizenschrotes notwendige elektrische Leistung des Gebläses ($\eta_{\text{Gebl}} = 0,85$)!
- Ist die volle Funktionstüchtigkeit der Anlage gewährleistet, wenn sich aufgrund einer zu hohen Feuchtigkeit des Weizens die Sieböffnungen zusetzen und damit eine Verringerung der in der Förderleitung vorhandenen Luftmenge um 30 % und des realisierten Feststoffmassenstromes um 20 % verbunden ist?

Hinweis:

Sie dürfen vereinfachend annehmen, dass sich die Partikel ohne Schlupf zur Luftströmung bewegen und dass in den Krümmern die Partikel auf die Hälfte ihrer Geschwindigkeit abgebremst werden. Betrachten Sie ferner die Luft als inkompressibles Medium!

Ergebnis:

Grenzgutbeladung: 19,4 kg Weizen / kg Luft

Gebälseleistung: 298 kW