Für zwei beliebige Belegungen **W:{p,q,r}→{0,1}** und **W′:{p,q,r}→{0,1}**, die sich genau in einer der Aussagenvariablen unterscheiden, gilt **W(ϕ) W′(ϕ).**

Mit anderen Worten, wenn sich nur eine Variable p, q oder r zwischen den Belegungen W und W′ unterscheidet, dann muss das Ergebnis der Formel ϕ unter diesen Belegungen unterschiedlich sein.

wenn eine ungerade Anzahl der Variablen p, q, und r wahr ist. Wenn sich also genau eine Variable unterscheidet, ändert sich das Ergebnis.

Eine mögliche Wahl für ϕ wäre:

$\phi=(p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge r)$:

Die Formel ϕ gibt den Wert **wahr** zurück, wenn entweder genau eine oder alle drei Variablen den Wert **wahr** haben. Dies entspricht einer XOR-Logik mit drei Variablen.

Beweis

Für jede mögliche Paarbelegung W und W′, die sich nur in einer Variable unterscheiden, können wir zeigen, dass ϕ zwischen W und W′ unterschiedliche Werte annimmt:

Fall p unterscheidet sich: Wenn **$W(p)\neq W'(p)$** und **$W(q)=W'(q)$** und $W(r)=W'(r)$, dann wird sich das Ergebnis von ϕ ändern, da eine andere Kombination der Wahrheitswerte in ϕ eine andere Wahrheitswertkombination erzeugt.

Fall q unterscheidet sich: Wenn **$W(q)\neq W'(q)$ und $W(p)=W'(p)$** und **$W(r)=W'(r)$**, dann ändert sich ebenfalls der Wert von ϕ.

Fall r unterscheidet sich: Wenn **$W(r)\neq W'(r)$ und $W(p)=W'(p)$** und **$W(q)=W'(q)$**, dann führt dies auch zu unterschiedlichen Ergebnissen für ϕ.

Da in allen Fällen **$W(\phi)\neq W'(\phi)$**, erfüllt die Formel die geforderte Eigenschaft.