

Berechnung der Werte der Terme s und t unter (A, α)

Für den Term s :

$$f(x, c) \text{ wird zu } f^A(\alpha(x), c^A) = f^A(0, 0) = |0 - 0| = 0$$

$$a(y) \text{ wird zu } a^A(\alpha(y)) = a^A(1) = 1 - 1 = 0$$

$$s \text{ wird daher zu } f^A(a^A(\alpha(y)), f^A(\alpha(x), c^A)) = f^A(0, 0) = |0 - 0| = 0$$

Für den Term t :

$$a(x) \text{ wird zu } a^A(\alpha(x)) = a^A(0) = 1 - 0 = 1$$

$$b(y) \text{ wird zu } b^A(\alpha(y)) = b^A(1) = 1$$

$$f(a(x), b(y)) \text{ wird zu } f^A(1, 1) = |1 - 1| = 0$$

$$t \text{ wird daher zu } f^A(f^A(a^A(\alpha(x)), b^A(\alpha(y))), \alpha(x)) = f^A(0, 0) = |0 - 0| = 0$$

Somit haben sowohl s als auch t den Wert 0 in der Interpretation (A, α) .

Finden einer Belegung β mit den Eigenschaften:

$$\llbracket s \rrbracket(A, \alpha) = \llbracket s \rrbracket(A, \beta) \text{ und } \llbracket t \rrbracket(A, \alpha) \neq \llbracket t \rrbracket(A, \beta)$$

Um eine solche Belegung β zu finden, bemerke ich, dass s unabhängig von der Wahl von $\alpha(x)$ und $\alpha(y)$ immer 0 ist, da die Funktion f als absolute Differenz definiert ist und sowohl $a(y)$ als auch $f(x, c)$ unter α zu 0 ausgewertet werden. Für t , um einen anderen Wert als unter α zu erhalten, kann ich entweder $\alpha(x)$ oder $\alpha(y)$ ändern, aber nicht beide, da t auch von x abhängt. Wenn ich $\beta(y)$ ändere und $\beta(x)$ gleich lasse, ändert sich der Wert von t , weil $b(y)$ in t eingeht und b^A die Identitätsfunktion ist. Ich wähle daher $\beta(x) = 0$ (gleich wie $\alpha(x)$) und $\beta(y) = 0$ (anders als $\alpha(y)$). Für diese neue Belegung β bleibt der Wert von s unverändert, da:

$$= f(a(\beta(y)), f(\beta(x), c)) = f(a^A(0), f^A(0, 0)) = f(1, 0) = |1 - 0| = 1$$

t unter der Belegung β erhalten wir:

$$t = f(f(a(\beta(x)), b(\beta(y))), \beta(x)) = f(f(a^A(0), b^A(0)), 0) = f(f(1, 0), 0) = f(|1 - 0|, 0) = f(1, 0) = |1 - 0| = 1$$

$\llbracket t \rrbracket(A, \alpha) = 0$ und $\llbracket t \rrbracket(A, \beta) = 1$, erfüllt die Belegung β die Bedingung (b), dass die Werte von t unterschiedlich sind, während der Wert von s gleich bleibt.