Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden
Prof. Dr. A. Voß-Böhme, Dr. K. Fischer

Sommersemester 2021
Abgabe am 30. März 2021

Wirtschaftsmathematik II
Hausaufgabe 1

Fotografieren oder scannen Sie Ihre **handschriftlichen** (!) Lösungen (mit Angabe von Namen und Matrikelnummer) und laden Sie diese als **genau eine** PDF-Datei **bis Dienstag, 30.03.2021, 9:00 Uhr** im OPAL-Kurs unter Hausaufgaben, Hausaufgabe 1, hoch.

Der Lösungsweg muss mit Hilfe eines einfachen wissenschaftlichen Taschenrechners (nicht grafikfähig, nicht programmierbar, o.ä), ohne Benutzung der SOLVE-Funktion, nachvollziehbar sein. Fragen sind mit einem Antwortsatz zu beantworten.

Aufgabe 1: Ergänzen Sie:

(a) Eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ heißt konvergent mit Grenzwert a, wenn es zu jedem $\varepsilon > 0$ einen von ε abhängigen Index $h_0 = h_0(\varepsilon) \in \mathbb{N}_0$ gibt so, dass $|$ $a_n - a$ $| < \varepsilon$ für alle $n \geq n_0$ gilt.

(b) Eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ heißt monoton wachsend, falls $a_{n+1} \geq a_n$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

(c) Eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ heißt arithmetisch, falls $a_{n+1} - a_n =: d$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ konstant ist.

(d) Eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ heißt beschränkt, falls es eine positive Zahl K gibt mit $|a_n| \leq K$ für alle $n = 0, 1, 2, \ldots$.

(e) Eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ heißt geometrisch, falls $\frac{a_{n+1}}{a_n} =: q$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ konstant ist.

Aufgabe 2:

Untersuchen Sie die Zahlenfolgen (a_n) auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

(a) $a_n = \frac{\sqrt{9n^2+n}}{1-4n}$ (b) $a_n = \left(1 + \frac{5}{n-2}\right)^{n+5}$ (c) $a_n = \sqrt{9n^2+8} - \sqrt{9n^2+n-5}$

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die angegebenen Grenzwerte, falls diese existieren.

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(x+2)^2 - 4}{x}$ (b) $\lim\limits_{x\searrow -1} \dfrac{1}{\ln|x|}$

Aufgabe 2: Matr.-Nr.: 47602

a) $a_n = \sqrt{\frac{9\cancel{n}^2 + \cancel{n}}{\cancel{1} - 4\cancel{n}}}$

$\lim\limits_{n \to \infty} a_n = -\frac{3}{4}$ → endliche Grenzwerte
↳ konvergenz

$$a_n = \frac{\sqrt{9n^2+n}}{1-4n} = \frac{\sqrt{\cancel{n^2}(9+\cancel{\frac{1}{n}})}}{\cancel{n}(\cancel{\frac{1}{n}}-4)} = -\frac{3}{4}$$

b) $a_n = \left(1 + \frac{5}{n-2}\right)^{n+5}$

$$\lim\limits_{n \to \infty} a_n = \left(1 + \frac{5}{n-2}\right)^n \cdot \left(1 + \frac{5}{n-2}\right)^5$$

$$= \left(1 + \frac{5}{n(1-\frac{2}{n})}\right)^n \cdot \left(1 + \frac{5}{n\cdot(1-\frac{2}{n})}\right)^5$$

$$= \left(1 + \frac{5}{n}\right)^n \cdot 1^5 + \cancel{\left(\frac{5}{n}\right)^5}$$

$$= \left(1 + \frac{5}{n}\right)^n = e^5$$ → konvergent

c)

$$a_n = \sqrt{9n^2+8} - \sqrt{9n^2+n-5}$$

$$= \sqrt{n^2\left(9+\cancel{\tfrac{8}{n^2}}\right)} - \sqrt{n^2\left(9+\cancel{\tfrac{1}{n}}-\cancel{\tfrac{5}{n^2}}\right)}$$

$$= 3n - 3n = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = 0$$

$\Rightarrow$ Nullfolge $\Rightarrow$ konvergent

Aufgabe 3

a) $$\lim_{x\to 0} \frac{(x+2)^2-4}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2+4x\cancel{+4}\cancel{-4}}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x}(x+4)}{\cancel{x}}$$

$$= \lim_{x\to 0} x+4 = \underline{\underline{4}}$$

b) $$\lim_{x\searrow 1} \frac{7}{\ln(x)} = \frac{1}{0} = \underline{\underline{-\infty}}$$