a)Anzahl der Ecken und Kanten in Qn:

Ecken: Da jede Ecke eine n-stellige Binärzahl repräsentiert und es für jede Stelle zwei Möglichkeiten gibt (0 oder 1), gibt es $2n$ Ecken.

Kanten: Jede Ecke hat n Nachbarn (weil sich jede Binärzahl von jeder anderen an genau einer der nn Stellen unterscheiden kann).

Daher könnte ich zunächst denken, dass es $n*2n$ Kanten gibt. Da jedoch jede Kante zwei Ecken verbindet, habe ich jede Kante doppelt gezählt, also gibt es $n*2n2=n*2n-1$ Kanten.

b)Multimenge der Eckengrade:

Da jede Ecke n Nachbarn hat, ist der Grad jeder Ecke genau n.

Da es $2n$ Ecken gibt, ist die Multimenge der Eckengrade n-mal die Menge mit $2n$ Elementen.

d)Existenz eines geschlossenen Eulerwegs in Qn:

Ein Eulerweg existiert in einem Graphen, wenn jeder Knoten einen geraden Grad hat. Da der Grad jedes Knotens in Qn genau n ist, gibt es einen Eulerweg, wenn n gerade ist.

e)Existenz eines Hamiltonkreises in Qn:

Für Hyperwürfel Qn ist bekannt, dass sie Hamiltonkreise enthalten für alle n.

f)Bipartitheit von Qn:

Ein Graph ist bipartit, wenn seine Knotenmenge in zwei disjunkte Teilmengen aufgeteilt werden kann, sodass keine zwei Knoten innerhalb derselben Teilmenge durch eine Kante verbunden sind. Qn ist für jedes n bipartit, da die Knoten in zwei Mengen aufgeteilt werden können, je nachdem, ob die Summe der Ziffern in der Binärzahl gerade oder ungerade ist.

g)Chromatische Zahl von Qn:

Die chromatische Zahl ist die kleinste Anzahl von Farben, die benötigt wird, um die Knoten eines Graphen so zu färben, dass keine zwei benachbarten Knoten dieselbe Farbe haben. Für bipartite Graphen, wie Qn, ist die chromatische Zahl 2, da zwei Farben ausreichen, um die Knoten entsprechend zu färben.

c)Zeichnen von Qn für $n \leq 4$:

Für $n=1$: Zwei Knoten, verbunden durch eine Kante.

Für $n=2$: Ein Quadrat, da jede Ecke mit zwei anderen Ecken verbunden ist.

Für $n=3$: Ein dreidimensionaler Würfel, da jede Ecke mit drei anderen Ecken verbunden ist.

Für $n=4$: Ein vierdimensionaler Hyperwürfel, schwer auf Papier darzustellen, aber jeder Knoten ist mit vier anderen verbunden.