

Aufgabe 1:

$$a. \quad \text{Mod}((p \rightarrow \neg q) \wedge (p \vee q)) \subseteq \text{Mod}((p \wedge \neg p) \wedge q)$$

1. $p \rightarrow \neg q$: p kann nicht gleichzeitig mit q sein

$p \vee q$: muss entweder p oder q wahr sein
oder beides

für die $(p \rightarrow \neg q) \wedge (p \vee q)$ sind nur die
folgenden Modelle möglich

• $p = \text{wahr}, q = \text{falsch}$

• $p = \text{falsch}, q = \text{wahr}$

$$\text{Mod}((p \rightarrow \neg q) \wedge (p \vee q)) = \{w_{10}, w_{01}\}$$

$p \wedge \neg p$ kann niemals erfüllt sein

$(p \wedge \neg p) \wedge q$ hat kein Modell

$$\text{Mod}((p \wedge \neg p) \wedge q) = \emptyset$$

d.h. $\text{Mod}((p \rightarrow \neg q) \wedge (p \vee q)) \not\subseteq \text{Mod}((p \wedge \neg p) \wedge q)$

$$\text{Mod}((p \wedge q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge (p \vee q)) \subseteq \text{Mod}((p \wedge \neg p) \wedge q)$$

$$\text{Mod}((p \wedge q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge (p \vee q)) = \emptyset$$

denn $p \rightarrow \neg q \Leftrightarrow \neg(p \wedge q)$ ist widersprüchlich
mit $p \wedge q$

und $\text{Mod}((p \wedge \neg p) \wedge q)$ ist nicht erfüllbar

denn $p \wedge \neg p$ kann nie wahr sein

d.h.

$$\text{Mod}((p \wedge q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge (p \vee q)) \subseteq \text{Mod}((p \wedge \neg p) \wedge q)$$

b.

$$\{p \rightarrow \neg q, p \vee q\} \models (p \wedge \neg p) \wedge q$$

$(p \wedge \neg p) \wedge q$ ist widersprüchlich

$$\text{Mod}((p \wedge \neg p) \wedge q) = \emptyset$$

$$\text{Mod}(p \rightarrow \neg q, p \vee q) = \{w_{00}, w_{11}\}$$

p	q	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$	$p \vee q$	$(p \wedge \neg p) \wedge q$
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1

d.h

$$\{p \rightarrow r, p \vee q\} \neq (p \rightarrow r) \wedge q$$

$$\{p \wedge q, p \rightarrow r, p \vee q\} \neq (p \rightarrow r) \wedge q$$

$$\text{Mod}(p \rightarrow r) \wedge q = \emptyset$$

$$\text{und } \text{Mod}\{p \wedge q, p \rightarrow r, p \vee q\} = \emptyset$$

d.h

$$\{p \wedge q, p \rightarrow r, p \vee q\} \neq (p \rightarrow r) \wedge q$$