Tianrui Zheng 4999374

a) Für welche $d, n \in \mathbb{N}$ die n-elementige Folge $(d, 2, \ldots, 2)$ Gradfolgen eines Graphen?

d ist gerade und n erfüllt:

$$\begin{cases} n = 1 \text{ und } d = 0 \\ 2 \leq d \leq n-1 \end{cases}$$

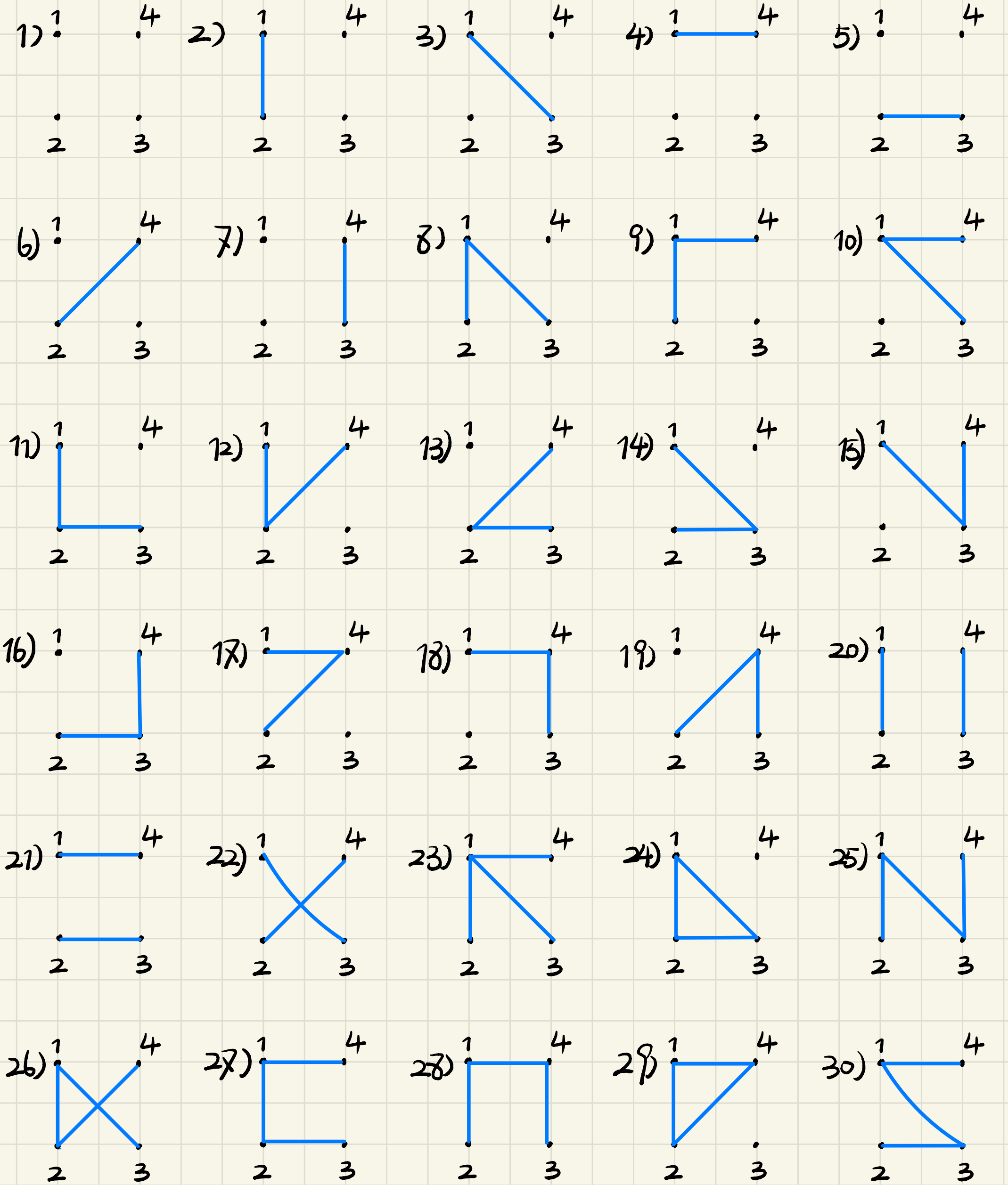
b) Finden Sie eine absteigende Folge $(d_1, \ldots, d_n)$ dass $d_1 \leqslant n-1, d_2 > 1, d_1 + \ldots d_n$ gerade ist, und **nicht** die Gradfolge eines Graphen ist.

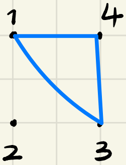
Die absteigende Folge $(d_1, d_2, \cdots d_n)$ mit $d_1 = n-1$, $d_2 > 1$, $d_n = 0$, $d_1 + d_2 + \cdots + d_n$ gerade ist, ist nicht die Gradfolge eines Graphen.

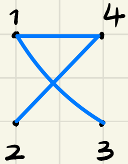
z. B. $(3, 2, 1, 0)$

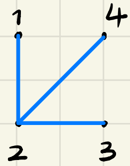
Begründung: $d_1 = 3$ impliziert, dass einer der Knoten 3 Nachbarn hat. D.h., alle andere 3 Knoten haben mindestens 1 Knoten. Aber $d_4 = 0$. Also ist diese Folge nicht die Gradfolge eines Graphen.

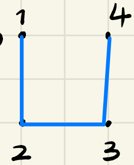
c) Zeichnen Sie alle 64 Graphen mit Knotenmenge $V = \{1, 2, 3, 4\}$ (am besten auf kariertem Papier) auf.

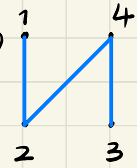


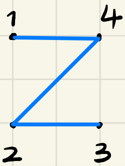
31) 

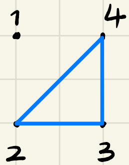
32) 

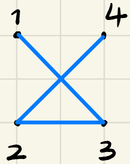
33) 

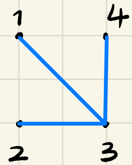
34) 

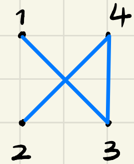
35) 

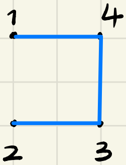
36) 

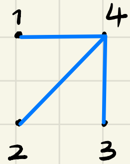
37) 

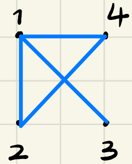
38) 

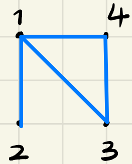
39) 

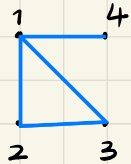
40) 

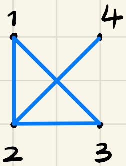
41) 

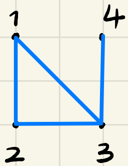
42) 

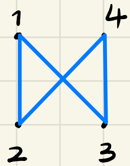
43) 

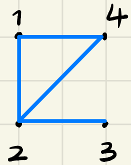
44) 

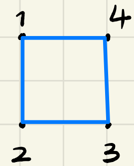
45) 

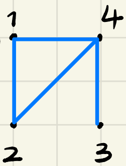
46) 

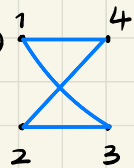
47) 

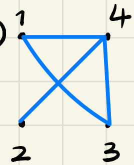
48) 

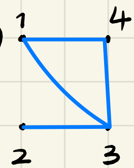
49) 

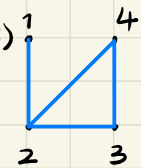
50) 

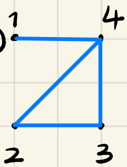
51) 

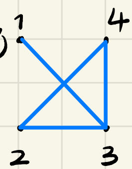
52) 

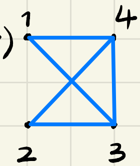
53) 

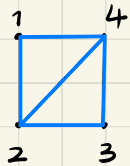
54) 

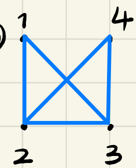
55) 

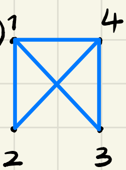
56) 

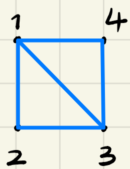
57) 

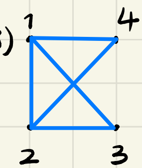
58) 

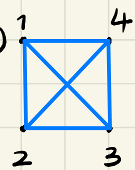
59) 

60) 

61) 

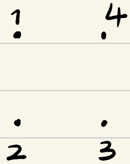
62) 

63) 

64) 

d) Erkunden Sie die Graphen aus 8c) und notieren Sie mindestens 3 Beobachtungen/Zusammenhänge/Eigenschaften, die Ihnen auffallen. Hinweis: Wie viele der Graphen sehen im Wesentlichen gleich aus?

①
Wenn wir alle Graphen mit Knotenmenge $V = \{1,2,3,4\}$ erkunden möchten, können wir das einfache Verfahren verwenden:



Es gibt vier Knoten und sechs mögliche Kanten.

Also $\{\{1,2\},\{1,3\},\{1,4\},\{2,3\},\{2,4\},\{3,4\}\}$

D.h., wir müssen nicht direkt die Graphen berücksichtigen. Stattdessen berücksichtigen wir, wie viele und wo die Kanten vorkommen.

1) Gibt es keine oder 6 Kanten, beträgt jeweils die Zahl der Graphen $C_6^0 = C_6^6 = 1$.

2) Gibt es 1 oder 5 Kanten: $C_6^1 = C_6^5 = 6$

3) Gibt es 2 oder 4 Kanten: $C_6^2 = C_6^4 = 15$

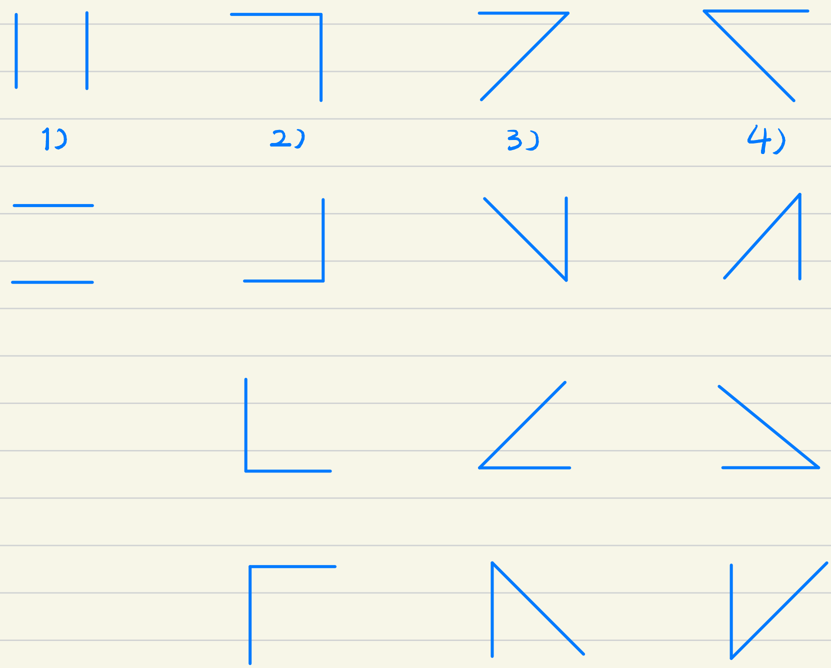
4) Gibt es 3 Kanten: $C_6^3 = 20$

Die Summe $= 2\times 1 + 2\times 6 + 2\times 15 + 20 = 64$

②
Danach sollten wir jeden einzelnen Graphen

ermitteln. Dazu können wir einfach die „Formen“ betrachten die die Kanten ergeben.

z.B. es gibt 2 Kanten. Dann ergeben diese zwei Kanten 4 mögliche „Formen“:



Bemerkung: Man kann eine „Form“ nicht durch Drehung einer anderen „Form“ bekommen.

③ Wenn zwei Knoten gegenseitig nicht Nachbarn sind, können wir sagen, dass es zwischen diesen zwei Knoten ein „Loch" gibt.

Z.B. es gibt 4 Kanten, d.h., es gibt also 2 „Löcher". Es ist relativ schwieriger, die „Formen" der Kanten zu betrachten. Aber wir können die „Formen" von den 2 „Löchern" betrachten.
Das ist ganz gleich wie die „Formen" von 2 Kanten.
Das erklärt noch, warum die Zahl der „2 Kanten" Graphen und die Zahl der „4 Kanten Graphen" gleich sind.