

Prof. Dr.-Ing. habil. Leon Urbas  
Professur für Prozessleittechnik & Arbeitsgruppe Systemverfahrenstechnik

# Zusammenfassung und Ausblick

## 5. Optimierung – Dynamische Optimierung

Lehrveranstaltung Systemverfahrenstechnik

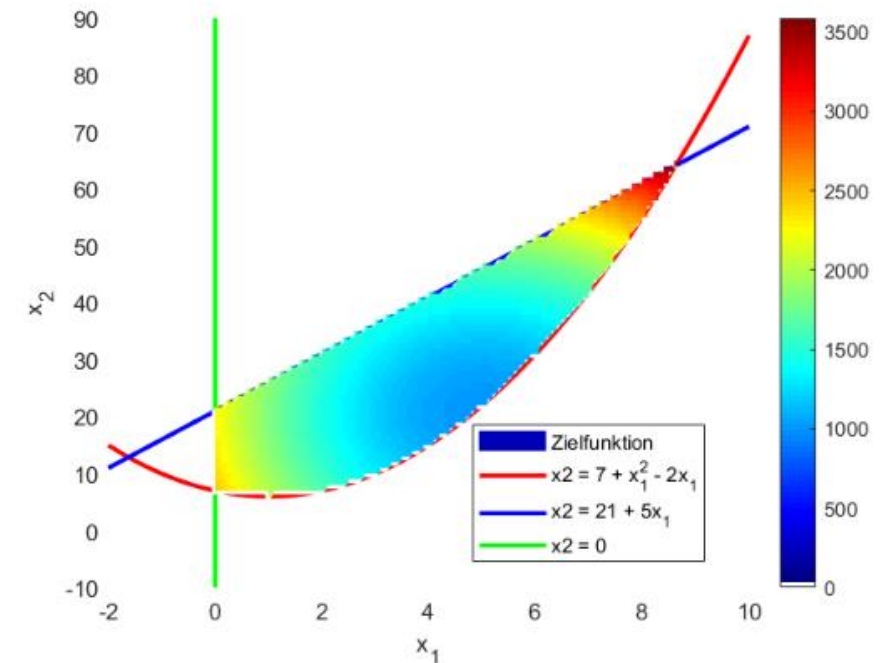
# Zusammenfassung

## Beschränkte Optimierung

$$\min f(\underline{x}) \quad \text{mit } \underline{x} \in X, \quad X \in R^n$$

unter Nebenbedingungen  $g(\underline{x}) = 0, h(\underline{x}) \leq 0$

- **Beschränkungen** – zusätzliche Nebenbedingungen in Form von **Gleichungen** oder/und **Ungleichungen**
- **Zulässige Punkte** – Punkte, die **alle** Nebenbedingungen erfüllen
- **Zulässiger Bereich** – Alle zulässigen Punkte
- Hauptklassen von Problemen:
  - Linear – Zielfunktion und alle Beschränkungen sind linear
  - Nichtlinear – eine der Komponenten des Problems ist nicht linear

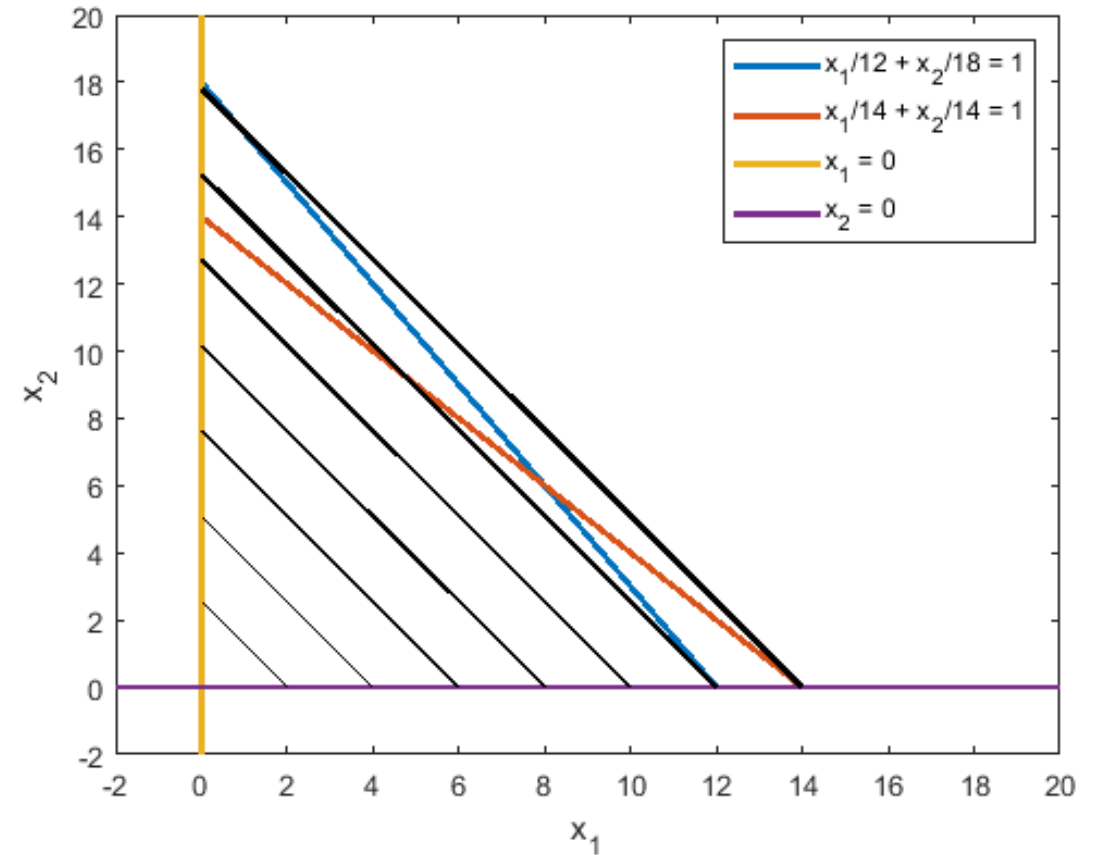


# Zusammenfassung

## Optimierungsmethoden:

### Graphische Methode

- Graphische Findung von Nebenbedingungen, an deren Kreuzung das Optimum liegt
- Ermittlung der Koordinaten des Schnittpunkts

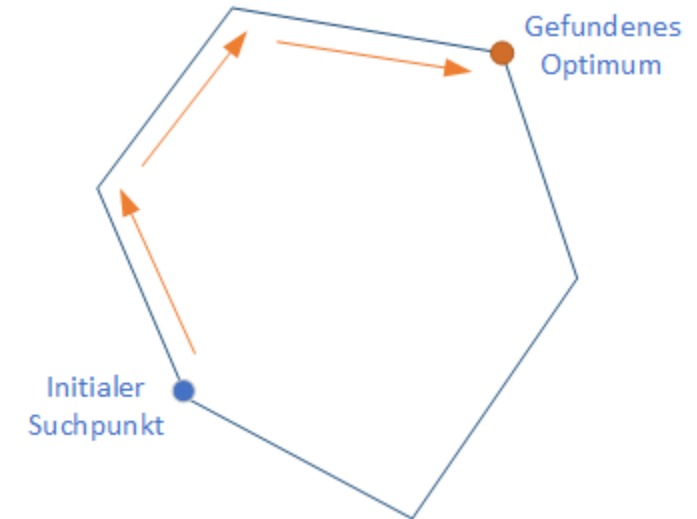


# Zusammenfassung

## Optimierungsmethoden für lineare Probleme:

### Simplex-Verfahren

- Iterative Bewegung entlang einer der Kanten von einer Ecke des zulässigen Punktes zu einer anderen
- Der Wert der Zielfunktion muss dabei zunehmen.
- Eine Lösung ist optimal, wenn kein besseres lokales Extremum in der näheren Umgebung ("Nachbarecke") vorhanden ist.



### Verwendung von Simplextableau zur Formalisierung der Methode

### Weitere Methoden:

- **Khachiyan's ellipsoid method**
- **Karmarkar's interior point method**

# Zusammenfassung

## Optimierungsmethoden für nicht lineare Probleme:

Beschränkungen in der Form von Gleichungen:  $\min f(\underline{x})$  mit  $\underline{x} \in X, X \in R^n, g(\underline{x}) = 0$

- **Direkte Substitution**

- Umformen und Lösung der  $m$  Variablen basierend auf den Nebenbedingungen
- Einsetzen der  $m$  bekannten Variablen in die Zielfunktion
- Auswahl und Anwendung einer der Methoden zur unbeschränkten Optimierung

- **Lagrange-Multiplikatoren**

- Einführung neuer Hilfsvariablen Lagrange-Multiplikatoren  $\lambda$  und Aufstellung der Lagrange-Funktion
- Aufstellung von notwendigen Bedingungen
- Auflösen des Gleichungssystems mit den notwendigen Bedingungen
- Überprüfen, ob die Lösung tatsächlich ein Minimum der Zielfunktion anhand der hinreichenden Bedingung ist

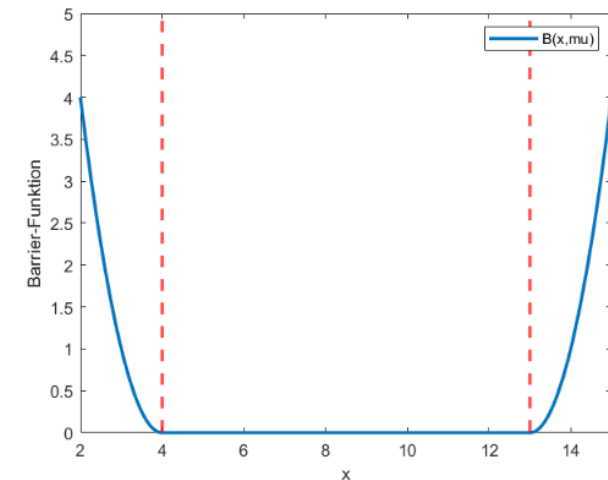
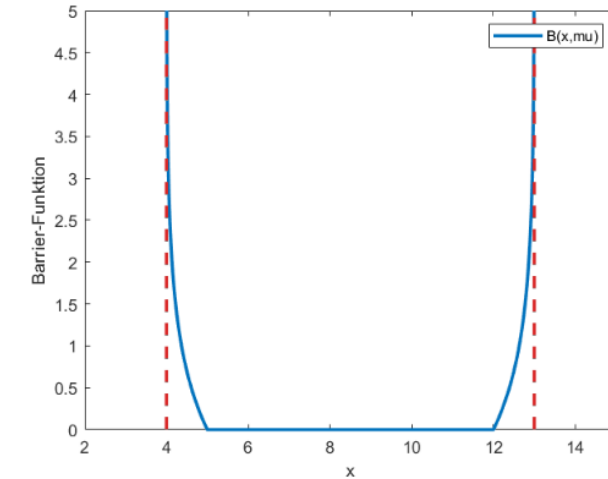
# Zusammenfassung

## Optimierungsmethoden für nicht lineare Probleme:

Beschränkungen in der Form von Ungleichungen:

$$\min f(\underline{x}) \quad \text{mit } \underline{x} \in X, \quad X \in R^n \quad h(\underline{x}) \leq 0$$

- **Innere-Punkte-Verfahren und Strafverfahren**
  - Bestrafe die Verletzung von Nebenbedingungen in der Zielfunktion mit einem Strafterm
  - Dafür wird die Zielfunktion mit einer Barrier- oder Straf-Funktion ergänzt





**PROCESS CONTROL SYSTEMS** **PROCESS SYSTEMS ENGINEERING**

Prof. Dr.-Ing. habil. Leon Urbas  
Email: [leon.urbas@tu-dresden.de](mailto:leon.urbas@tu-dresden.de)  
Telefon: 0351 463 39614

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**