a.
Gegeben: $R \subseteq A \times B$ und $S \subseteq A \times B$

Zu beweisen: $(R \cup S)^{-1} = R^{-1} \cup S^{-1}$

Die Umkehrrelation R^{-1} wird definiert als: $R^{-1} = \{(b,a) : (a,b) \in R\}$

Für die Vereinigung zweier Relationen R und S, gilt: $(R \cup S)^{-1} = \{(b,a) : (a,b) \in R$ $oder$ $(a,b) \in S\}$

Daraus folgt, dass: $(R \cup S)^{-1} = \{(b,a) : (a,b) \in R\} \cup \{(b,a) : (a,b) \in S\}$ $(R \cup S)^{-1} = R^{-1} \cup S^{-1}$
Damit ist die Gleichung bewiesen.

b.
Gegeben: $R \subseteq A \times B$ und $S \subseteq B \times C$

Zu beweisen: $(R \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ R^{-1}$
Die Komposition zweier Relationen R und S, bezeichnet als $R \circ S$, wird definiert als: $R \circ S = \{(a,c) : \exists b((a,b) \in R \; und \; (b,c) \in S)\}$

Die Umkehrrelation dieser Komposition ist: $(R \circ S)^{-1} = \{(c,a) : \exists b((a,b) \in R \; und$ $(b,c) \in S)\}$

Die Komposition der Umkehrrelationen S^{-1} und R^{-1} ist:
$S^{-1} \circ R^{-1} = \{(c,a) : \exists b((c,b) \in S{-}1 und \; (b,a) \in R{-}1)\}$
Da $S^{-1} = \{(c,b) : (b,c) \in S\}$ und $R^{-1} = \{(b,a) : (a,b) \in R\}$, gilt: $S^{-1} \circ R^{-1} = \{(c,a) : \exists b((c,b) \in$ $S^{-1} und \; (b,a) \in R{-}1)\}$ $S^{-1} \circ R^{-1} = \{(c,a) : \exists b((b,c) \in S \; und \; (a,b) \in R)\}$ $S^{-1} \circ R^{-1} = (R \circ S)^{-1}$
Damit ist auch die zweite Gleichung bewiesen.