



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN**

Institut für Bahnfahrzeuge und Bahntechnik Professur für Technik spurgeführter Fahrzeuge

FORMELSAMMLUNG ZUR VORLESUNG „FAHRDYNAMIK FÜR VERKEHRSINGENIEURE“ VERSION 3.0

Dr.-Ing. Martin Kache

25. Juni 2015

Vorwort

Diese Formelsammlung entstand im Rahmen der universitären Lehrveranstaltung „Fahrndynamik für Verkehrsingenieure“ und wird kontinuierlich weiterentwickelt. Sie soll die Studierenden bei der Lösung der vorlesungsbegleitenden Rechenübungen unterstützen und ihnen die Bearbeitung fahrdynamischer Fragestellungen im Rahmen von Praktika und studentischer Arbeiten ermöglichen. Ferner soll sie, falls das Interesse an diesem Fachgebiet geweckt werden konnte, auch zur Vertiefung des Stoffes und zum „Herumspielen“ einladen. Sie ist deshalb bewusst ausführlich gestaltet worden und soll auch nach einem gewissen zeitlichen Abstand zur Vorlesung einen raschen Wiedereinstieg in die Thematik ermöglichen.

Bei der Zusammenstellung der Formeln wurden verschiedene Quellen genutzt, bei denen es sich sowohl um fahrdynamische Standardwerke (Monographien) als auch um Zeitschriftenaufsätze oder am Lehrstuhl vorhandene Lehrmaterialien handelte. Ein individueller Nachweis der Herkunft einzelner Gleichungen erfolgt nicht, da es sich bei dieser Formelsammlung primär um ein Arbeitsmittel und weniger um eine wissenschaftliche Veröffentlichung handelt.

Für die Richtigkeit der Angaben in dieser Formelsammlung wird ausdrücklich weder Gewähr noch Haftung übernommen.

Der Autor nimmt Anmerkungen, Korrekturen oder Verbesserungsvorschläge dankbar per e-mail entgegen: Martin.Kache@tu-dresden.de

Dresden, 25. Juni 2015

INHALTSVERZEICHNIS

| | |
|---|-----------|
| 1 Grundlagen | 9 |
| 1.1 Umrechnung SI-fremder Einheiten | 9 |
| 1.2 Fahrdynamische Grundgleichungen | 10 |
| 1.3 Fahrdynamischer Massenfaktor | 11 |
| 1.4 Masse | 13 |
| 1.5 Spezifische Kräfte | 13 |
| 2 Widerstandskräfte | 15 |
| 2.1 Fahrwiderstandskräfte | 15 |
| 2.2 Streckenwiderstandskräfte | 15 |
| 2.2.1 Neigungswiderstand | 16 |
| 2.2.2 Bogenwiderstand | 17 |
| 2.2.3 Effektive Neigung, Massenband | 18 |
| 2.3 Fahrzeugwiderstandskräfte der Schienenfahrzeuge | 19 |
| 2.3.1 Zusammengefasster Grundwiderstand | 19 |
| 2.3.2 Der aerodynamische Widerstand | 19 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.3.3 | Der aerodynamische Widerstand im Tunnel | 21 |
| 2.3.4 | Fahrzeugwiderstandskraft lokbespannter Züge (allg.) | 21 |
| 2.3.5 | Fahrzeugwiderstandskraft der Lokomotiven | 21 |
| 2.3.6 | Fahrzeugwiderstand für Fahrzeuge des HGV | 22 |
| 2.3.7 | Wagenzugwiderstand | 23 |
| 2.3.8 | Anfahrwiderstand | 24 |
| 2.4 | Fahrzeugwiderstandskräfte der Straßenfahrzeuge | 25 |
| 2.4.1 | Roll- und Walkwiderstand | 25 |
| 2.4.2 | Luftwiderstand | 26 |
| 3 | Antriebskräfte | 27 |
| 3.1 | Kraftschluss | 27 |
| 3.2 | Übersetzungsverhältnis | 28 |
| 3.3 | Mechanischer Antriebsstrang | 28 |
| 3.4 | Dieselhydraulischer Antrieb | 29 |
| 3.5 | Dieselektrischer Antrieb | 29 |
| 4 | Fahrzustandsdiagramme | 31 |
| 5 | Leistungsbedarf | 33 |
| 6 | Fahrzeitermittlung und Zugfahrtsimulation | 35 |
| 6.1 | Kinematische Grundlagen | 35 |
| 6.2 | Überschlägige Berechnungen | 38 |
| 6.3 | Abschätzung der Längsbeschleunigungen von Zugfahrten | 40 |
| 6.4 | Schrittverfahren | 41 |

| | | |
|-----|---|----|
| 6.5 | Beschleunigungsgrundfunktion | 42 |
| 6.6 | Zugeschnittener Algorithmus zur Integration bei ungleichmäßig beschleunigten Bewegungen | 44 |

LISTE DER VERWENDETEN SYMBOLE

Kleinbuchstaben

| Größe | Benennung |
|---------------|---|
| a, \ddot{x} | Beschleunigung (negativ: Verzögerung) |
| a_m | mittlere Beschleunigung |
| $a_{m,a}$ | mittlere Beschleunigung (Beschleunigungsphase) |
| $a_{m,b}$ | mittlere Bremsverzögerung |
| b | spezifischer Kraftstoffbedarf |
| f | spezifische Kraft, bezogen auf Gewichtskraft [N/kN] |
| g | Erdbeschleunigung |
| $h, \Delta z$ | Höhe, Höhendifferenz |
| i | Streckenlängsneigung oder mechanisches Übersetzungsverhältnis (Kontext beachten !) |
| $l, (L)$ | Länge (Bogen, Wegabschnitte) |
| m | Masse |
| n | Drehzahl |
| r | Radradius |
| r_T | Treibradradius |
| $s, (S)$ | Weg |
| $t, (T)$ | Zeit, (Fahrzeit von Anfangspunkt bis Endpunkt) |
| u | Ruck |
| v, \dot{x} | Geschwindigkeit |
| x | Wegkoordinate |
| z | Anzahl |

Beachte: spezifische Größen werden mit Kleinbuchstaben bezeichnet, unter Beibehaltung der Indizes

Großbuchstaben

| Größe | Benennung |
|-----------|---|
| B | Energiebedarf(-smenge) |
| B_{DK} | Dieselmotorkraftstoffbedarf(-smenge) |
| E | Energie |
| E_S | Energiebedarf ab Stromabnehmer |
| F | absolute Kraft [kN] |
| F_Z | Zugkraft (Antriebskraft) am Zughaken |
| F_T | Zugkraft (Antriebskraft) an den Treibachsen |
| F_W | Widerstandskraft (allg.) |
| f_{W0} | Grundwiderstandszahl |
| F_{WS} | Streckenwiderstandskraft |
| F_{WF} | Fahrzeugwiderstandskraft |
| F_{WFT} | Fahrzeugwiderstandskraft Triebfahrzeug |
| F_{WFW} | Fahrzeugwiderstandskraft Wagen(zug) |
| F_{WFZ} | Fahrzeugwiderstandskraft Zug |
| F_{WL} | Luftwiderstandskraft |
| F_B | Bremskraft |
| F_a | Beschleunigungskraft |
| F_G | Gewichtskraft |
| H | Heizwert des Kraftstoffes |
| J | Massenträgheitsmoment |
| P | Leistung |
| R | Bogenradius |
| W | Arbeit |

Griechische Buchstaben

| Größe | Benennung |
|---------------|--|
| α | Neigungswinkel (Gerade) oder Grundwiderstandskonstante (Kontext beachten!) |
| β | Spurkranzneigungswinkel |
| η | Wirkungsgrad |
| ϑ | Temperatur |
| τ | Kraftschlussbeiwert zwischen Rad und Fahrbahn |
| ξ | fahrdynamischer Massenfaktor |
| θ_{Tu} | Tunnelfaktor |

1 GRUNDLAGEN

1.1 UMRECHNUNG SI-FREMDER EINHEITEN

Kraft

$$1 \text{ kp} = 9,80665 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$1 \text{ lb}_f \text{ (pound-force)} = 4,448 \text{ N}$$

$$1 \text{ daN} = 10 \text{ N}$$

Masse

$$1 \text{ lb} \text{ (pound)} = 0,454 \text{ kg}$$

$$1 \text{ t}_s = 907,2 \text{ kg}$$

Länge

$$1 \text{ in} = 0,0254 \text{ m}$$

$$1 \text{ ft} = 0,3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ mi} = 1609 \text{ m}$$

Geschwindigkeit

$$1 \text{ mph} = 1,609 \text{ km/h}$$

$$1 \text{ km/h} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$$

Leistung

$$1 \text{ PS} = 0,7355 \text{ kW}$$

$$1 \text{ hp} = 0,7457 \text{ kW}$$

Energie/Arbeit

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Ws}$$

$$1 \text{ MJ} = \frac{1}{3,6} \text{ kWh}$$

Druck

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa}$$

1.2 FAHRDYNAMISCHE GRUNDGLEICHUNGEN

Allgemeine Bewegungsgleichung der Fahrbewegung

„Fahrdynamisches Grundgesetz“:

$$0 = -\xi m\ddot{x} + F_T - F_{WFT} - F_{WFW} - F_{WS} - F_B \quad (1.1)$$

Kräftegleichgewichte in Bewegungsabschnitten

Anfahren:

$$0 = -\xi m\ddot{x} + F_T(t, \tau) - F_{WFT}(s) - F_{WFW}(s) - F_{WS}(s) \quad (1.2)$$

Beschleunigung:

$$0 = -\xi m\ddot{x} + F_T(v, \tau) - F_{WFT}(v) - F_{WFW}(v) - F_{WS}(s) \quad (1.3)$$

Beharrung:

$$0 = F_T - F_{WFT} - F_{WFW} - F_{WS}(s), \quad \xi m\ddot{x} = 0 \quad (1.4)$$

Auslauf:

$$0 = -\xi m\ddot{x} - F_{WFT}(v) - F_{WFW}(v) - F_{WS}(s) \quad (1.5)$$

Bremmung:

$$0 = -\xi m\ddot{x} - F_B(v, t, \vartheta) - F_{WFT}(v) - F_{WFW}(v) - F_{WS}(s) \quad (1.6)$$

Leistung

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{Fds}{dt} \rightarrow F \cdot v \quad \text{stationärer Fall (v=const.)} \quad (1.7)$$

1.3 FAHRDYNAMISCHER MASSENFAKTOR

$$\xi = 1 + \frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,trans}} \quad (1.8)$$

Richtwerte für fahrdyn. Massenfaktor:

| Fahrzeug(-verband) | ξ |
|-------------------------------------|-------------|
| dieselhydraulische Lokomotive | 1,10...1,15 |
| dieselelektrische Lokomotive | 1,15...1,25 |
| elektrische Lokomotive | 1,15...1,25 |
| Güterwagen (leer) | 1,08...1,10 |
| Güterwagen (beladen) | 1,03...1,04 |
| Reisezugwagen | 1,06...1,09 |
| Reisezüge mit Lokomotive | 1,1 |
| leere Güterzüge mit Lokomotive | 1,15 |
| beladene Güterzüge mit Lokomotive | 1,06 |
| BR 143 | 1,16 |
| BR 145/146 | 1,11 |
| BR 155 | 1,16 |
| BR 232 | 1,17 |
| BR 290 | 1,09 |
| BR 401 (ICE 1) | 1,08 |
| BR 403/406 (ICE 3) | 1,04 |
| BR 425/426 | 1,06 |
| BR 612 | 1,06 |
| BR 650 (RS1) | 1,04 |
| Pkw (abhängig von eingelegten Gang) | 1,5...1,03 |
| Nfz (abhängig von eingelegten Gang) | 3,10...1,05 |

Einfluss der Zuladung auf den Massenfaktor:

$$\xi_{bel} = 1 + (\xi_{leer} - 1) \cdot \frac{m_{W,leer}}{m_{W,bel}} \quad (1.9)$$

Berechnung des Massenfaktors für Zugverbände:

$$\xi_Z = \frac{\sum (\xi_T \cdot m_T) + \sum (\xi_W \cdot m_W)}{\sum m_T + \sum m_W} \quad (1.10)$$

es bedeuten:

| | | |
|--------------|-----|---|
| m_T | [t] | Triebfahrzeugmasse |
| m_W | [t] | Wagenzugmasse |
| $m_{W,bel}$ | [t] | Masse des beladenen Wagen(zuges) |
| $m_{W,leer}$ | [t] | Leermasse des Wagen(zuges) |
| ξ_{bel} | [-] | Massenfaktor des beladenen Wagen(zuges) |
| ξ_{leer} | [-] | Massenfaktor des leeren Wagen(zuges) |
| ξ_T | [-] | Massenfaktor des/der Lokomotive(n) |
| ξ_W | [-] | Massenfaktor des Wagen(zuges) |

1.4 MASSE

Fahrzeug- / Zugmasse:

$$m_Z = \sum m_T + \sum m_{W,leer} + \sum m_{zul} \quad (1.11)$$

Reibmasse allgemein:

$$m_R = \sum m_{RS,T} \quad (1.12)$$

bei Annahme einer gleichmäßigen Massenverteilung auf alle Radsätze gilt:

$$m_R \approx m_T \cdot \frac{z_T}{z_T + z_L} \quad (1.13)$$

es bedeuten:

| | | |
|--------------|-----|-----------------------------|
| m_T | [t] | Triebfahrzeugmasse |
| $m_{W,leer}$ | [t] | Masse des leeren Wagenzuges |
| m_{zul} | [t] | Masse der Zuladung |
| $m_{RS,T}$ | [t] | Treibradsatzfahrmasse |
| z_L | [-] | Anzahl der Laufradsätze |
| z_T | [-] | Anzahl der Treibradsätze |

1.5 SPEZIFISCHE KRÄFTE

„spezifisch“ → Bezug auf die Gewichtskraft:

$$f = \frac{F}{m \cdot g} \quad (1.14)$$

! Einheiten beachten !

| | | |
|---|---------------------|-------------------|
| f | [-] | spezifische Kraft |
| F | [kN] | absolute Kraft |
| m | [t] | Fahrzeugmasse |
| g | [m/s ²] | Erdbeschleunigung |

2 WIDERSTANDSKRÄFTE

2.1 FAHRWIDERSTANDSKRÄFTE

$$F_W = F_{WF} + F_{WS} \quad (2.1)$$

2.2 STRECKENWIDERSTANDSKRÄFTE

- Streckenwiderstand allgemein:

$$F_{WS} = f_{WS} \cdot m_Z \cdot g = (f_k + i) \cdot m_Z \cdot g \quad (2.2)$$

| | | |
|----------|------|----------------------------------|
| F_{WS} | [kN] | Streckenwiderstand |
| f_{WS} | [-] | spezifischer Streckenwiderstand |
| f_k | [-] | spezifischer Krümmungswiderstand |
| i | [-] | Strecken­neigung |
| m_Z | [t] | Zugmasse |

2.2.1 Neigungswiderstand

Streckenlängsneigung

$$i = \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (2.3)$$

Steigung: $\Delta z > 0 \rightarrow i > 0$

Gefälle: $\Delta z < 0 \rightarrow i < 0$

spezifischer Längsneigungswiderstand für $i < 100$ Promille gilt:

$$f_N \approx i \quad (2.4)$$

mittlere Neigung

$$i_m = \frac{z_E - z_A}{x_E - x_A} \quad (2.5)$$

$$i_m = \frac{\sum [i_j \cdot l_{Nj}]}{L} \quad (2.6)$$

i_j [-] Neigung des j-ten Streckenabschnittes
 l_{Nj} [m] Länge des j-ten Streckenabschnittes
 L [m] Länge der betrachteten Fahrstrecke

mittlere korrigierte Neigung

$$i_{km} = i_m + f_{k,m} \quad (2.7)$$

2.2.2 Bogenwiderstand

mittlerer Bogenwiderstand:

$$f_{k,m} = \frac{\sum_{i=0}^n (l_{Bi} \cdot f_{ki})}{L} \quad (2.8)$$

- l_{Bi} [m] Länge des i-ten Bogens
 f_{ki} [-] spezifischer Krümmungswiderstand des i-ten Bogens
 L [m] Länge der betrachteten Fahrstrecke

Gleichung von **Protopapadakis**

$$f_k = \frac{\mu \cdot (0,72 \cdot b + 0,47 \cdot c)}{R} \quad (2.9)$$

Winter: $\mu = 0,165$

Sommer: $\mu = 0,220$

- c [m] Achsstand des 2-achsigen Fahrzeuges / im Drehgestell
 μ [-] Gleitreibwert Radlauffläche-Schiene
 R [m] Bogenradius
 b [m] Laufkreisabstand (Normalspur: $b = 1,5$ m)

Gleichung von **Röckl** ($R \geq 300m$)

$$f_k = \frac{0,65}{R - 55} \quad (2.10)$$

Gleichung von **Röckl** ($R < 300m$)

$$f_k = \frac{0,5}{R - 30} \quad (2.11)$$

2.2.3 Effektive Neigung, Massenband

- effektiv auf den Zug wirkende Neigung ist abhängig vom gewählten Modell:

1. Modell: Massenpunkt

- Zugmasse in einem Punkt an Zugspitze konzentriert
- es gilt:

$$i_e = i_{km} \quad (2.12)$$

2. Modell: homogenes Massenband

- Annahme gleichmäßiger Masseverteilung über gesamten Zug
- es gilt:

$$i_e = \frac{\sum(\Delta l_j \cdot i_{km,j})}{l_Z} \quad (2.13)$$

3. Modell: inhomogenes Massenband

- Annahme einer ungleichen Masseverteilung über der Zuglänge
- es gilt:

$$i_e = \frac{\sum(\Delta m_j \cdot i_{mk,j})}{m_Z} \quad (2.14)$$

| | | |
|--------------|-----|---|
| Δl_j | [m] | Länge des Zugteils, der im j-ten Streckenabschnitt mit $i_{km,j}$ steht |
| $i_{km,j}$ | [-] | mittlere korrigierte Neigung im j-ten Abschnitt |
| l_Z | [m] | gesamte Zuglänge |
| Δm_j | [t] | Fahrzeugmasse im j-ten Streckenabschnitt mit $i_{km,j}$ |
| m_Z | [t] | Gesamtmasse des Zuges |

2.3 FAHRZEUGWIDERSTANDSKRÄFTE DER SCHIENENFAHRZEUGE

2.3.1 Zusammengefasster Grundwiderstand

- für Zugverband gilt gewichtetes Mittel:

$$f_{W0Z} = \frac{f_{W0T} \cdot m_T + f_{W0W} \cdot m_W}{m_T + m_W} \quad (2.15)$$

- Richtwerte für Grundwiderstandszahlen bei Streckenfahrt:
 - Lokomotiven allg.: $f_{W0T} = 0,0025 \dots 0,0050$
 - Reisezugwagen: $f_{W0W} = 0,0012 \dots 0,0017$
 - beladene Güterwagen: $f_{W0W} = 0,0012 \dots 0,0017$
 - leere Güterwagen: $f_{W0W} = 0,0022 \dots 0,0028$
 - Züge allg.: $f_{W0Z} = 0,0015 \dots 0,0025$

2.3.2 Der aerodynamische Widerstand

- allgemeine Formel für Züge:

$$F_{WLZ} = \frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot (c_{w,T} + c_{w,W1} + (n - 2) \cdot c_{w,Wm} + c_{w,Wn}) \cdot A_{norm} \cdot (v + \Delta v)^2 \quad (2.16)$$

- es bedeuten:

| | | |
|------------|----------------------|--|
| ρ_L | [kg/m ³] | Luftdichte ($\rho_{norm} = 1,225 \text{ kg/m}^3$) |
| $c_{w,T}$ | [-] | Luftwiderstandsbeiwert der Lok vor dem Zug |
| $c_{w,Te}$ | [-] | Luftwiderstandsbeiwert der einzeln fahrenden Lok |
| $c_{w,W1}$ | [-] | Luftwiderstandsbeiwert erster Wagen |
| $c_{w,Wm}$ | [-] | Luftwiderstandsbeiwert der Mittelwagen |
| $c_{w,Wn}$ | [-] | Luftwiderstandsbeiwert des letzten Wagens |
| n | [-] | Anzahl der Wagen |
| A_{norm} | [m ²] | normierte Fahrzeugquerschnittsfläche ($A_{norm} = 10 \text{ m}^2$) |
| v | [m/s] | Fahrgeschwindigkeit |
| Δv | [m/s] | Gegenwindzuschlag ($\Delta v = 2,8 \dots 5,6 \text{ m/s}$) |

- Luftdichte von trockener Luft

$$\rho_L = \frac{p_L}{287 \text{ kJ/kgK} \cdot T} \quad (2.17)$$

- * Wertebereich Luftdruck: $p_L \approx 99000 \dots 103000 Pa$
- * mittlerer Luftdruck/Normluftdruck: $p_L = 101325 Pa$
- * Wertebereich Lufttemperatur: $T = -40 \dots +40^\circ C = 233,15 \dots 313,15 K$

– Luftwiderstandsbeiwert Lokomotiven

| | $c_{w,Te}$ | $c_{w,T}$ |
|------------------------------|------------|-----------|
| 4-achs. E-Lok, „normal“ | 0,80 | |
| 4-achs. E-Lok, windschnittig | 0,45 | |
| 6-achs. E-Lok, „normal“ | 1,10 | |
| 6-achs. E-Lok, windschnittig | 0,55 | |
| BR 103 | 0,50 | 0,3 |
| BR 401 (Triebkopf) | | 0,21 |
| 4-achs. Diesellok | 0,60 | |
| 6-achs. Diesellok | 1,10 | |
| Diesellok Mittelführerstand | 1,00 | |

– Luftwiderstandsbeiwert Triebwagen/Triebzüge

| | $(c_{w,T} + n \cdot c_{w,Wm} + c_{w,Wn})$ |
|--|---|
| BR 401 (ICE 1 mit 12 Zwischenwagen) | 1,38 |
| BR 403 (alt, Deutsche Bundesbahn) | 0,68 |
| BR 403 + BR 403 (alt, Deutsche Bundesbahn) | 1,20 |
| BR 611 | 0,92 |

– Luftwiderstandsbeiwerte Wagen (als Folgewagen)

| | $c_{w,Wm}$ |
|--------------------------|---------------|
| Reisezugwagen allg. | 0,150 |
| 26,4 m - Wagen der DB AG | 0,110 |
| Mittelwagen ICE | 0,080 |
| Endwagen ($c_{w,Wn}$) | 0,452 |
| Güterwagen allg. | 0,092...0,300 |

2.3.3 Der aerodynamische Widerstand im Tunnel

- $l_{Tu} > 500m$ und $l_{Tu} > l_z$
- Berücksichtigung durch Einführung eines Tunnelfaktors θ_{Tu} :

$$F_{WLZ} = \frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot \theta_{Tu} \cdot (c_{w,T} + c_{w,W1} + (n - 2) \cdot c_{w,Wm} + c_{w,Wn}) \cdot A_{norm} \cdot (v + \Delta v)^2 \quad (2.18)$$

- Richtwerte für θ_{Tu} : 1,4...2,9

2.3.4 Fahrzeugwiderstandskraft lokbespannter Züge (allg.)

$$F_{WFZ} = F_{WFT} + m_W \cdot g \cdot f_{WFW} \quad (2.19)$$

2.3.5 Fahrzeugwiderstandskraft der Lokomotiven

allgemeine Formel

$$F_{WFT} = A \cdot m_T \cdot g + C \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (2.20)$$

| | | |
|-----------|--------|-------------------------------|
| F_{WFT} | [kN] | Triebfahrzeugwiderstandskraft |
| m_T | [t] | Triebfahrzeugmasse |
| v | [km/h] | Fahrgeschwindigkeit |

- einzusetzende Werte Faktor A:

| Tfz-Typ | A |
|-------------------|---------------|
| 4-achs. Diesellok | 0,0022-0,0035 |
| 6-achs. Diesellok | 0,0035-0,0045 |
| 4-achs. E-Lok | 0,0030-0,0040 |
| 6-achs. E-Lok | 0,0035-0,0050 |

- einzusetzende Werte Faktor C:

| Merkmal | C |
|--------------------------|------------|
| 4-achs., eckige Kopfform | 3,5-4,5 kN |
| 4-achs., runde Kopfform | 2,5-3,5 kN |
| 6-achs., eckige Kopfform | 4,0-5,0 kN |
| 6-achs., runde Kopfform | 3,0-4,0 kN |
| Stromlinienform | 2,0-2,5 kN |
| Mittelführerstand | 5-10 kN |
| Zuschlag Stromabnehmer | 1 kN |

- einzusetzende Werte Δv : 10-20km/h

baureihenspezifische Formeln:

- BR 111

$$F_{WFT} = 1,50 + 0,84 \cdot \frac{v}{100} + 2,80 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (2.21)$$

- BR 143

$$F_{WFT} = 3,62 + 0,95 \cdot \frac{v}{100} + 4,45 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (2.22)$$

- BR 145

$$F_{WFT} = 1,42 + 0,84 \cdot \frac{v}{100} + 2,80 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (2.23)$$

- BR 232

$$F_{WFT} = 4,56 + 3,53 \cdot \left(\frac{v + 12}{100} \right)^2 \quad (2.24)$$

- BR 290

$$F_{WFT} = 1,75 + 4,95 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (2.25)$$

2.3.6 Fahrzeugwiderstand für Fahrzeuge des HGV

- Formel nach Peters für **ICE**:

$$F_{WFZ} = A + B \cdot \frac{v}{100} + (C + C_{Tu}) \cdot \left(\frac{v + 15}{100} \right)^2 \quad (2.26)$$

| | | |
|----------|--------|----------------------------|
| A | [kN] | Grundwiderstandskonstante |
| B | [kN] | Linearkraftkonstante |
| C | [kN] | Luftwiderstandskonstante |
| C_{Tu} | [kN] | Tunnelwiderstandskonstante |
| v | [km/h] | Fahrgeschwindigkeit |

– einzusetzende Werte:

| | A | B | C | C_{Tu} |
|------------------------|------|------|-------|----------|
| ICE 1 (12 Mittelwagen) | 5,77 | 3,62 | 8,94 | 1,72 |
| ICE 1 (11 Mittelwagen) | 5,46 | 3,51 | 8,42 | 1,67 |
| ICE 2 | 3,13 | 1,96 | 5,81 | k.A. |
| 2 x ICE 2 | 6,26 | 3,92 | 11,00 | k.A. |
| ICE 3 | 3,30 | 2,42 | 5,52 | k.A. |
| 2 x ICE 3 | 6,60 | 4,84 | 10,63 | k.A. |
| ICE 3 (Mehrsystem) | 3,45 | 2,75 | 5,89 | k.A. |
| 2 x ICE 3 (Mehrsystem) | 6,90 | 5,49 | 11,34 | k.A. |

- Formel für **TGV Atlantique** ($m_z=490$ t, LüP = 238 m, $v_{\max}=300$ km/h)

$$F_{WFZ} = 2,94 + 3,82 \cdot \frac{v}{100} + 6,37 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (2.27)$$

- Formel für **Shinkansen 200** ($v_{\max}=240$ km/h)

$$F_{WFZ} = 8,2 + 2,96 \frac{v}{100} + 9,2 \cdot \left(\frac{v}{200}\right)^2 \quad (2.28)$$

- Formel für **Shinkansen 300** ($v_{\max}=270$ km/h)

$$F_{WFZ} = 9,62 + 9,67 \frac{v}{100} + 8,9 \cdot \left(\frac{v}{200}\right)^2 \quad (2.29)$$

2.3.7 Wagenzugwiderstand

- Formel von **Strahl**

$$f_{WFW} = \alpha + \gamma \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (2.30)$$

α [-] Grundwiderstandskonstante

γ [-] Luftwiderstandskonstante

- Grundwiderstandskonstante α

| | |
|---------------------|---------------|
| Wagenzüge allgemein | 0,0014-0,0016 |
| Leerwagenzüge | 0,0020 |
| Güter-Ganzzüge | 0,0012 |

- Luftwiderstandskonstante γ

| | |
|-------------------------|--|
| Reisezüge | 0,0028 |
| Leerwagen-Güterzüge | 0,0107 |
| gemischte Güterzüge | 0,0057 |
| voll beladene Güterzüge | 0,0032 |
| Güter-Ganzzüge allg. | $\gamma = 0,010 \cdot \frac{l_W}{m_W}$ |

l_W - Wagenzuglänge [m], m_W - Wagenzugmasse [t]

- Formel der Deutschen Bundesbahn (DB) für Reisezüge

$$f_{WFW} = 0,0019 + 0,00025 \cdot \frac{v}{100} + 0,0696 \cdot \left(0,02 + \frac{2,7}{m_W}\right) \cdot \left(\frac{v+15}{100}\right)^2 \quad (2.31)$$

m_W - Wagenzugmasse des Wagenzuges [t]

- Formel der SNCF (frz. Staatsbahn) für Reisezüge allg.

$$f_{WFW} = 0,0015 + 0,0022 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (2.32)$$

- Formel der Deutschen Reichsbahn (DDR) für Güterzüge aus beladenen zwei- und mehrachsigen Wagen unterschiedlicher Bauart:

$$f_{WFW} = 0,0016 + 0,0032 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (2.33)$$

- Formel der Deutschen Reichsbahn (DDR) für Güterzüge aus leeren Wagen unterschiedlicher Bauart:

$$f_{WFW} = 0,0016 + 0,0107 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (2.34)$$

- Formel der Deutschen Reichsbahn (DDR) für Güter-Ganzzüge aus voll beladenen 4- oder 6-achsigen Wagen gleicher Bauart:

$$f_{WFW} = 0,0012 + 0,0022 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (2.35)$$

- Formel der SNCF für 25 *beladene* Schüttgutwagen (Typ: Facs):

$$f_{WFW} = 0,00091 + 0,000938 \cdot \frac{v}{100} + 0,00147 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (2.36)$$

- Formel der SNCF für 25 *leere* Schüttgutwagen (Typ: Facs):

$$f_{WFW} = 0,00154 + 0,001 \cdot \frac{v}{100} + 0,00548 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (2.37)$$

2.3.8 Anfahrwiderstand

- Formel der DR (Wende) für $i \geq 0,003$:

$$f_{WFA} = 0,006 + 0,3i \quad (2.38)$$

2.4 FAHRZEUGWIDERSTANDSKRÄFTE DER STRASSENFAHRZEUGE

2.4.1 Roll- und Walkwiderstand

$$F_{WR} = f_{WR} \cdot m_F \cdot g \cdot \cos\alpha \quad (2.39)$$

- in guter Näherung gilt:

$$F_{WR} = f_{WR} \cdot m_F \cdot g \quad (2.40)$$

| | | |
|----------|------|------------------------------------|
| F_{WR} | [kN] | Roll- und Walkwiderstandskraft |
| f_{WR} | [-] | Roll- und Walkwiderstandskonstante |
| m_F | [t] | Fahrzeugmasse |
| α | [°] | Steigungswinkel des Fahrweges |

- Anhaltswerte Fahrzeugmassen [t]

| Klasse | leer | beladen |
|------------------|-----------|-----------|
| Kleinwagen | 1,1 | 1,5 |
| Mittelklasse | 1,5 | 2,1 |
| Luxus | 2,1 | 2,6 |
| Kleintransporter | 1,8...2,3 | 2,8...5,0 |
| Lkw | - | 15-41 |

- Roll- und Walkwiderstandskonstante für Straßenfahrzeuge

$f_{WR,Kfz}(v \leq 100 \text{ km/h}, f_{WR} \approx \text{const.}, \text{Zuschlag bei ausgefahrener Straße: } 50...100 \text{ \%})$:

| | |
|--------------------------|-------------|
| Asphaltstraße | 0,010 |
| Betonfahrbahn | 0,011 |
| gutes Steinpflaster | 0,020 |
| schlechtes Steinpflaster | 0,030 |
| Erdwege | 0,080 |
| loser Sand | 0,150-0,300 |

- lineare Näherung nach Wong für $v \leq 128 \text{ km/h}$ auf Betonfahrbahn:

$$f_{WR} = 0,01 \cdot \left(1 + \frac{v}{100}\right) \quad (2.41)$$

2.4.2 Luftwiderstand

$$F_{WL} = c_W \cdot \frac{\rho_L}{2} \cdot A \cdot (v + v_W)^2 \quad (2.42)$$

- näherungsweise:

$$A = 0,9 \cdot H \cdot b_F \quad (2.43)$$

| | | |
|----------|----------------------|--|
| F_{WL} | [N] | Luftwiderstandskraft |
| c_W | [-] | Luftwiderstandsbeiwert (0,2...0,5) |
| ρ_L | [kg/m ³] | Luftdichte ($\rho_L \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$) |
| A | [m ²] | Fahrzeugquerschnittsfläche |
| v | [m/s] | Fahrzeuggeschwindigkeit |
| v_W | [m/s] | Windgeschwindigkeit |
| H | [m] | Fahrzeughöhe |
| b_F | [m] | Fahrzeugbreite |

zur Abhängigkeit der Luftdichte von Temperatur und Druck: siehe Gl. 2.17

- Anhaltswerte Fahrzeugquerschnittsflächen

| | |
|-----|--------------------------|
| Pkw | 1,5...2,5 m ² |
| Lkw | 4...9 m ² |

- Anhaltswerte c_W -Werte

| | |
|-----|-------------|
| Pkw | 0,25...0,40 |
| Bus | 0,35...0,60 |
| Lkw | 0,45...0,90 |

3 ANTRIEBSKRÄFTE

- für Schienenfahrzeuge gilt:

$$F_z = F_T - F_{WFT} \tag{3.1}$$

F_z [kN] Zugkraft am Zughaken
 F_T [kN] Zugkraft an den Treibrädern
 F_{WFT} [kN] Triebfahrzeugwiderstandskraft

3.1 KRAFTSCHLUSS

- Zugkraft an der Kraftschlussgrenze - mit Gleichung ?? gilt:

$$F_{T,max} = m_R \cdot g \cdot \tau \tag{3.2}$$

- Kraftschluss **Rad-Schiene** nach Curtius-Kniffler

$$\tau = 0,161 + \frac{7,5}{44 + v[km/h]} \tag{3.3}$$

- Anhaltswerte für Kraftschlussbeiwerte Rad-Schiene im Anfahrpunkt

| | τ |
|-------------------------------------|-------------|
| ideale Bedingungen | 0,42 |
| „Standardwert“ | 0,33 |
| sicher erreichbar (Streckenbetrieb) | 0,25...0,30 |
| Rangieren/Grubenbahn/Werkbahn | 0,15...0,20 |
| Bremsen | 0,12...0,15 |

3.2 ÜBERSETZUNGSVERHÄLTNIS

- Übersetzungsverhältnis Zahnradgetriebe:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_{an}}{n_{ab}} = \frac{z_2}{z_1} \quad (3.4)$$

- Drehmomentübersetzung Zahnradgetriebe:

$$i = \frac{M_2}{M_1} = \frac{M_{ab}}{M_{an}} \quad (3.5)$$

3.3 MECHANISCHER ANTRIEBSSTRANG

- Treibkraft am Rad(satz)

$$F_T = \frac{1}{r_T} \cdot \eta_{SG} \cdot \eta_{RG} \cdot i_{SG} \cdot i_{RG} \cdot M_M \cdot (1 - \psi) \quad (3.6)$$

- Motorbremskraft am Rad(satz)

$$F_{B,R} = \frac{i_{SG} \cdot i_{RG} \cdot M_{MS}}{\eta_{SG} \cdot \eta_{RG} \cdot r_T} \quad (3.7)$$

- Fahrzeuggeschwindigkeit

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_T}{i_{SG} \cdot i_{RG}} \cdot n_M \quad (3.8)$$

| | | |
|-------------|-------------------------|---|
| v | [m/s] | Fahrzeuggeschwindigkeit |
| η_{SG} | [-] | Wirkungsgrad des Schaltgetriebes |
| η_{RG} | [-] | Wirkungsgrad des Radsatzgetriebes |
| i_{SG} | [-] | Übersetzung des Schaltgetriebes |
| i_{RG} | [-] | Übersetzung des Radsatzgetriebes |
| ψ | [-] | Hilfsleistungsfaktor ($\psi = 0,03 \dots 0,07$) |
| M_M | [Nm] | Motordrehmoment |
| M_{MS} | [Nm] | Motorschleppmoment |
| n_M | [s⁻¹] | Motordrehzahl |
| r_T | [m] | Treibrad-Radius |

- Fahrzeuggeschwindigkeit (zugeschnittene Größengleichung):

$$v = \frac{3 \cdot \pi \cdot r_T}{25 \cdot i_{SG} \cdot i_{RG}} \cdot n_M \quad (3.9)$$

– mit:

| | | |
|-------|---------------------------|-------------------------|
| v | [km/h] | Fahrzeuggeschwindigkeit |
| n_M | [min⁻¹] | Motordrehzahl |

3.4 DIESELHYDRAULISCHER ANTRIEB

- Drehmomentenverhältnis

$$\mu = \frac{M_{Tu}}{M_P} \quad (3.10)$$

- Drehzahlverhältnis

$$\nu = \frac{n_{Tu}}{n_P} \quad (3.11)$$

- hydraulischer Wirkungsgrad

- Wandler:

$$\eta_h = \frac{P_{Tu}}{P_P} = \frac{M_{Tu}}{M_P} \cdot \frac{n_{Tu}}{n_P} \cdot \frac{2\pi}{2\pi} = \mu \cdot \nu \quad (3.12)$$

- Kupplung ($M_P = M_{Tu}$):

$$\eta_h = \frac{P_{Tu}}{P_P} = \frac{M_{Tu}}{M_P} \cdot \frac{n_{Tu}}{n_P} \cdot \frac{2\pi}{2\pi} = \nu \quad (3.13)$$

- Leistungszahl

$$\lambda = \frac{M_P}{\rho \cdot D_P^5 \cdot 4\pi^2 n_P^2} \quad (3.14)$$

| | | |
|----------|----------------------|--|
| M_P | [Nm] | Drehmoment an der Pumpenwelle des Wandlers |
| M_{Tu} | [Nm] | Drehmoment an der Turbinenwelle des Wandlers |
| n_P | [s ⁻¹] | Drehzahl der Pumpenwelle des Wandlers |
| n_{Tu} | [s ⁻¹] | Drehzahl der Turbinenwelle des Wandlers |
| P_P | [W] | Leistung an der Pumpenwelle des Wandlers |
| P_{Tu} | [W] | Leistung an der Turbinenwelle des Wandlers |
| D_P | [m] | Durchmesser des hydraulischen Kreislaufes |
| M_{Tu} | [kg/m ³] | Dichte des Getriebeöls |

3.5 DIESELELEKTRISCHER ANTRIEB

- Behelf nach Wende auf statistischer Basis:

$$F_T = \frac{(1 - \psi) \cdot P_M}{\nu} \cdot \eta_{Lü} \quad (3.15)$$

- für konventionelle Leistungsübertragung (Lü) mit Gleichstromtechnik gilt:

$$\eta_{Lü} = 0,94 \cdot \left(1 - e^{-7 \cdot \frac{\nu}{\nu_{max}}}\right) + 0,097 - 0,24 \cdot \frac{\nu}{\nu_{max}} \quad (3.16)$$

$$-0,077 \cdot \left[1 + 1,55 \cdot \left(1 - \frac{\nu}{\nu_{max}}\right)\right] \cdot \left(1 - \frac{P_D M}{P_{DM,max}}\right)$$

– für Leistungsübertragung (Lü) mit Drehstromantriebstechnik gilt:

$$\eta_{Lü} = 0,921 \left(1 - e^{-\frac{12 \cdot v}{v_{max}}} \right) + 0,022 - \frac{0,088 \cdot v}{v_{max}} - 0,1 \left(1 - \frac{P_{DM}}{P_{DM,max}} \right) \quad (3.17)$$

– mit:

$\eta_{Lü}$ [-] Wirkungsgrad der Leistungsübertragung
 P_{DM} [-] Dieselmotorleistung

4 FAHRZUSTANDSDIAGRAMME

KENNLINIENFELDER

- Triebfahrzeugwirkungsgrad Dieselfahrzeuge:

$$\eta_{Tfz} = \frac{1000 \cdot F_z \cdot v}{b_{DK,t} \cdot H} \quad (4.1)$$

- Triebfahrzeugwirkungsgrad Ellok:

$$\eta_{Tfz} = \frac{F_z \cdot v}{P_A \cdot 3,6} \quad (4.2)$$

| | | |
|------------|---------|--|
| F_z | [kN] | Zugkraft am Zughaken |
| $b_{DK,t}$ | [kg/h] | zeitbezogener Kraftstoffbedarf |
| H | [kJ/kg] | Heizwert des Dieselmotorkraftstoffes ($H_{DK} = 42100$ kJ/kg) |
| P_A | [kW] | aufgenommene Leistung am Stromabnehmer |

- wegbezogene elektrische Zugförderungsarbeit:

$$W_s = \frac{P_A}{v} \quad [kWh/km] \quad (4.3)$$

FAHRDYNAMISCHE CHARAKTERISTIKEN

Steigfähigkeit

$$i = \frac{F_Z(v) - F_{WFW}(v) - \xi_Z m_Z a}{m_Z g} \quad (4.4)$$

Spezifischer Zugkraftüberschuss

$$f_a [N/t] = \frac{F_Z(v)[N] - F_{WFW}(v)[N]}{m_Z [t]} - i [\%] g \quad (4.5)$$

Beschleunigungsvermögen

$$a = \frac{F_Z(v) - F_{WFW}(v) - i m_Z g}{\xi_Z m_Z} \quad (4.6)$$

Schleppvermögen

$$m_W = \frac{F_Z(v) - m_T (a \xi_Z + g i)}{a \xi_Z + g (f_{WFW} + i)} \quad (4.7)$$

5 LEISTUNGSBEDARF

- Dieseltriebfahrzeuge: Traktionsleistungsbedarf des Dieselmotors:

$$P_{DM,T} = v \cdot \frac{[F_{WFT} + m_W \cdot g \cdot f_{WFW} + (m_T + m_W) \cdot g \cdot (f_a + f_{WS})]}{3,6 \cdot \eta_{Lü} \cdot (1 - \psi)} \quad (5.1)$$

- Dieseltriebfahrzeuge: Leistungsbedarf des Dieselmotors:

$$P_{DM} = P_{DM,T} + n_A \cdot 8...20kW \quad (5.2)$$

- Elektrische Triebfahrzeuge - Leistungsbedarf je Fahrmotor:

$$P_{FM} = v \cdot \frac{[F_{WFT} + m_W \cdot g \cdot f_{WFW} + (m_T + m_W) \cdot g \cdot (f_a + f_{WS})]}{3,6 \cdot n_{FM} \cdot \eta_{RS}} \quad (5.3)$$

mit:

| | | |
|-------------|--------|---------------------------------------|
| $P_{DM,T}$ | [kW] | Traktionsleistung des Dieselmotors |
| P_{FM} | [kW] | Leistung je Fahrmotor |
| v | [km/h] | Geschwindigkeit |
| $\eta_{Lü}$ | [-] | Wirkungsgrad der Leistungsübertragung |

$$\left[\begin{array}{l} \text{Dieselhydraulik: } \eta_{Lü} \leq 0,8 \\ \text{Diselelektrik: } \eta_{Lü} \leq 0,85 \end{array} \right]$$

| | | |
|-------------|------|---|
| η_{RS} | [-] | Wirkungsgrad des Radsatzantriebes |
| ψ | [-] | Hilfsleistungsfaktor |
| n_{FM} | [-] | Anzahl der Fahrmotoren |
| F_{WFT} | [kN] | Triebfahrzeugwiderstandskraft |
| f_{WFW} | [-] | spezifische Wagenzugwiderstandskraft |
| f_a | [-] | spezifische Beschleunigungskraft/-reserve |

| | |
|-------------------------------|--------------------------------------|
| <i>Güterzüge:</i> | $f_a(v_{max}) = 0,0010$ |
| <i>Reisezüge Fernverkehr:</i> | $f_a(v_{max}) = 0,0025$ |
| <i>Reisezüge Nahverkehr:</i> | $f_a(v_{max}) = 0,0025 \dots 0,0045$ |

f_{WS} [-] spezifische Streckenwiderstandskraft
 m_T [t] Triebfahrzeugmasse
 m_W [t] Wagenzugmasse
 n_A [-] Anzahl der Wagenradsätze

6 FAHRZEITERMITTLUNG UND ZUGFAHRTSIMULATION

6.1 KINEMATISCHE GRUNDLAGEN

Grundgrößen

- Geschwindigkeit

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = \dot{s} \quad (6.1)$$

- Beschleunigung

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = \ddot{s} \quad (6.2)$$

- Ruck

$$u = \frac{da}{dt} = \dot{a} = \ddot{v} = \dddot{x} \quad (6.3)$$

- Arbeit

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F(s) ds \quad (6.4)$$

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$$\frac{dv}{dt} = a = \text{const} \quad (6.5)$$

$$v(t) = at + v_0 \quad (6.5)$$

$$s(t) = \frac{a}{2}t^2 + v_0t + s_0 \quad (6.6)$$

Zeit ohne Bedeutung oder unbekannt: → Umrechnung von $v(t)$ in $v(s)$:

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow dt = \frac{ds}{v} \quad (6.7)$$

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow dt = \frac{dv}{a} \quad (6.8)$$

$$v(s) = \sqrt{2a(s - s_0) + v_0^2} \quad (6.9)$$

Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung

- wichtigste Fälle:

1. zeitabhängige Beschleunigungsfunktion

$$a = f(t) \quad (6.10)$$

$$v = \int a dt = \int f(t) dt \quad (6.11)$$

$$s = \int v dt \quad (6.12)$$

2. geschwindigkeitsabhängige Beschleunigungsfunktion

$$a = f(v) = \frac{dv}{dt} \quad (6.13)$$

$$t = \int \frac{dv}{f(v)} \quad (6.14)$$

$$s = \int \frac{v dv}{f(v)} \quad (6.15)$$

3. wegabhängige Beschleunigungsfunktion

$$a = f(s) \quad (6.16)$$

wegen:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

und

$$v = \frac{ds}{dt}$$

gilt:

$$v dv = a ds = f(s) ds \quad (6.17)$$

$$\frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = \int f(s) ds \quad (6.18)$$

Integration führt auf eine Funktion $v(s)$, Zeit kann dann durch Umstellung und Integration ermittelt werden:

$$t = \int \frac{1}{v(s)} ds \quad (6.19)$$

Integration gebrochen rationaler Funktionen

1. Lineare Funktion $a(v) = mv + n$

$$\int \frac{dv}{a(v)} = \int \frac{dv}{mv + n}$$

$$\int \frac{dv}{mv + n} = \frac{1}{m} \ln |(mv + n)|$$

$$\int \frac{v dv}{a(v)} = \int \frac{v dv}{mv + n}$$

$$\int \frac{v dv}{mv + n} = \frac{v}{m} - \frac{n}{m^2} \ln |(mv + n)|$$

2. Polynomfunktion $a(v) = pv^2 + qv + r$

(a) Fall:

$$\int \frac{dv}{pv^2 + qv + r}$$

→ Überprüfung der Diskriminante:

$$\Delta = 4pr - q^2$$

• $\Delta > 0$:

$$\int \frac{dv}{pv^2 + qv + r} = \frac{2}{\sqrt{\Delta}} \arctan \frac{2pv + q}{\sqrt{\Delta}}$$

• $\Delta < 0$:

$$\int \frac{dv}{pv^2 + qv + r} = \frac{-2}{\sqrt{-\Delta}} \operatorname{artanh} \underbrace{\frac{2pv + q}{\sqrt{-\Delta}}}_Z$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{-\Delta}} \cdot \frac{1}{2} \ln \frac{1+Z}{1-Z} \quad \text{für } |Z| < 1$$

• $\Delta = 0$:

$$\int \frac{dv}{pv^2 + qv + r} = \frac{-2}{2pv + q}$$

(b) Fall:

$$\int \frac{v dv}{pv^2 + qv + r}$$

$$\int \frac{v dv}{pv^2 + qv + r} = \frac{1}{2p} \ln |(pv^2 + qv + r)| - \frac{q}{2p} \int \frac{dv}{pv^2 + qv + r}$$

6.2 ÜBERSCHLÄGIGE BERECHNUNGEN

$$t = \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{a(v)} dv \approx \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{a_m} dv \approx \frac{v_2 - v_1}{a_m} \quad (6.20)$$

und:

$$s = \int_{v_1}^{v_2} \frac{v}{a(v)} dv \approx \int_{v_1}^{v_2} \frac{v}{a_m} dv \approx \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_m} \quad (6.21)$$

Trapezfahrschaulinie

- Definition der Geschwindigkeiten:
 - v_1 - Geschwindigkeit zu Beginn der Beschleunigungsphase
 - v_2 - Geschwindigkeit am Ende der Beschleunigungsphase = Beharrungsgeschwindigkeit
 - v_3 - Geschwindigkeit am Ende der Beharrungsphase (ohne Auslauf: $v_2 = v_3$)
 - v_4 - Geschwindigkeit am Ende der Bremsphase

- Beschleunigung:

$$t_{12} = \frac{v_2 - v_1}{a_{m,a}} \quad (6.22)$$

$$s_{12} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_{m,a}} \quad (6.23)$$

- Beharrung:

$$t_{23} = \frac{s_{23}}{v_2} \quad (6.24)$$

$$s_{23} = s_{14} - (s_{12} - s_{34}) \quad (6.25)$$

- Bremsung:

$$t_{34} = \frac{v_4 - v_3}{a_{m,b}} \quad (6.26)$$

$$s_{34} = \frac{v_4^2 - v_3^2}{2a_{m,b}} \quad (6.27)$$

- Fahrzeit:

$$t_{14} = \frac{1}{v_2} \cdot \left[\frac{(v_2 - v_1)^2}{2a_{12}} + s_{14} - \frac{(v_4 - v_3)^2}{2a_{34}} \right] \quad (6.28)$$

Dreiecksfahrtschaulinie

- Definition der Geschwindigkeiten:
 - v_1 - Geschwindigkeit zu Beginn der Beschleunigungsphase
 - v_2 - maximal erreichbare Geschwindigkeit
 - v_3 - Geschwindigkeit am Ende der Bremsphase
- Beschleunigung:

$$t_{12} = \frac{v_2 - v_1}{a_{m,a}} \quad (6.29)$$

$$s_{12} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_{m,a}} \quad (6.30)$$

- Bremsung:

$$t_{34} = \frac{v_3 - v_2}{a_{m,b}} \quad (6.31)$$

$$s_{34} = \frac{v_3^2 - v_2^2}{2a_{m,b}} \quad (6.32)$$

- maximal erreichbare Geschwindigkeit:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot s_{13} + \frac{v_1^2}{a_{12}} - \frac{v_3^2}{a_{23}}}{\frac{1}{a_{12}} - \frac{1}{a_{23}}}} \quad (6.33)$$

- Fahrzeit:

$$t_{13} = t_{12} + t_{13} = \frac{v_2 - v_1}{a_{12}} + \frac{v_3 - v_2}{a_{23}} \quad (6.34)$$

6.3 ABSCHÄTZUNG DER LÄNGSBESCHLEUNIGUNGEN VON ZUGFAHRTEN

Erfahrungswerte/Standardwerte

- Beschleunigung:

| | |
|-------------------|-----------------------------|
| Güterzüge | 0,05...0,2 m/s ² |
| Reisezüge | 0,3...0,6 m/s ² |
| S-/U-/Straßenbahn | 0,8...1,3 m/s ² |

- Bremsung:

| Zugart | Betriebsbremsung | Schnellbremsung |
|-------------------|-------------------------------|------------------------------|
| Güterzüge | -0,25...-0,4 m/s ² | -0,45 m/s ² |
| Reisezüge | -0,5...-0,75 m/s ² | -0,6...1,0 m/s ² |
| S-/U-/Straßenbahn | -0,8...1,2 m/s ² | -2,0...-3,0 m/s ² |

Varianten der mittleren Beschleunigung

- Wende empfiehlt:

- Anfahrt und Auslauf: **zeit**bezogene mittlere Beschleunigung:

$$a_{m,t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} \quad (6.35)$$

- Bremsung: **weg**bezogene mittlere Beschleunigung:

$$a_{m,s} = \frac{(v_1^2 - v_0^2)}{2 \cdot (s_1 - s_0)} \quad (6.36)$$

Näherung der mittleren Beschleunigungen für die verschiedenen Bewegungsphasen

- Anfahren an der Kraftschlußgrenze

– mittlere Beschleunigung mit $v_m = 0,5 \cdot v_{\ddot{u}}$:

$$a_{m,a} = \frac{m_R \cdot g \cdot \tau_m - F_{WFT}(v_m) - F_{WFW}(v_m) - F_{WS}}{m_Z \cdot \xi_Z} \quad (6.37)$$

- Anfahren an der Leistungsgrenze

– mittlere Beschleunigung:

$$a_{m,a} = \frac{p_a(v_A) + p_a(v_E)}{\frac{\xi_Z \cdot (v_A - v_E)}{3,6}} \quad (6.38)$$

– mit:

$$p_a(v_A) = \frac{P_T}{m_Z} - g \cdot (f_{WFZ}(v_A) + f_{WS}) \cdot \frac{v_A}{3,6} \quad (6.39)$$

$$p_a(v_E) = \frac{P_T}{m_Z} - g \cdot (f_{WFZ}(v_E) + f_{WS}) \cdot \frac{v_E}{3,6} \quad (6.40)$$

- Auslauf

– mit v_m = mittlere Geschwindigkeit im Auslauf gilt:

$$a_m = - \frac{F_{WFT}(v_m) + F_{WFW}(v_m) + F_{WS,m}}{m_Z \cdot \xi_Z} \quad (6.41)$$

– in Trapezfahrtschaulinie:

$$t_{Ausl} = \frac{v_{Ausl,E} - v_{Ausl,A}}{a_m} \quad (6.42)$$

$$s_{Ausl} = \frac{v_{Ausl,E}^2 - v_{Ausl,A}^2}{2a_m} \quad (6.43)$$

6.4 SCHRITTVERFAHREN

Zeitschrittverfahren

$$a_i = a(v_i) = const. \quad (6.44)$$

$$v_{i+1} = v_i + a_i \cdot \Delta t \quad (6.45)$$

$$v_m = \frac{v_i + v_{i+1}}{2} \quad (6.46)$$

$$\Delta s = v_m \cdot \Delta t \quad (6.47)$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t \quad (6.48)$$

$$s_{i+1} = s_i + \Delta s \quad (6.49)$$

$$a_{i+1} = a(v_{i+1}) \quad (6.50)$$

Wegschrittverfahren

$$a_i = a(v_i) = \text{const.} \quad (6.51)$$

$$v_{i+1} = \sqrt{v_i^2 + 2 \cdot a_i \cdot \Delta s} \quad (6.52)$$

$$v_m = \frac{v_i + v_{i+1}}{2} \quad (6.53)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v_m} \quad (6.54)$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t \quad (6.55)$$

$$s_{i+1} = s_i + \Delta s \quad (6.56)$$

$$a_{i+1} = a(v_{i+1}) \quad (6.57)$$

Geschwindigkeitsschrittverfahren

$$v_{i+1} = v_i \pm \Delta v \quad (6.58)$$

$$a_m = \frac{a(v_i) + a(v_{i+1})}{2} \quad (6.59)$$

$$\Delta t = \frac{v_{i+1} - v_i}{a_m} \quad (6.60)$$

$$\Delta s = \frac{v_{i+1}^2 - v_i^2}{2a_m} \quad (6.61)$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t \quad (6.62)$$

$$s_{i+1} = s_i + \Delta s \quad (6.63)$$

6.5 BESCHLEUNIGUNGSGRUNDFUNKTION

- spezifische überschüssige Antriebskraft in der Ebene

$$\rho = \frac{F_T - F_{WFT} - F_{WFW}}{(m_T + m_W) \cdot g} = \frac{F_Z - f_{WFW} \cdot m_W \cdot g}{(m_T + m_W) \cdot g} \quad (6.64)$$

- abschnittsweise Näherung Zughakenzugkraft:

$$F_Z = K_1 \cdot v^2 + K_2 \cdot v + K_3 \quad (6.65)$$

- Berücksichtigung dreier Stützstellen ($F_{Zi}; v_i$) ergibt Koeffizienten:

$$F_{Z1} = K_1 \cdot v_1^2 + K_2 \cdot v_1 + K_3$$

$$F_{Z2} = K_1 \cdot v_2^2 + K_2 \cdot v_2 + K_3$$

$$F_{Z3} = K_1 \cdot v_3^2 + K_2 \cdot v_3 + K_3$$

- für überschüssige Antriebskraft in der Ebene ergibt sich nach Umformen und Zusammenfassen:

$$p = \kappa_1 \cdot v^2 + \kappa_2 \cdot v + \kappa_3 \quad (6.66)$$

für die einzelnen Koeffizienten κ_i ergibt sich:

$$\kappa_1 = \frac{K_1 - \frac{\gamma}{100^2} \cdot m_W \cdot g}{(m_T + m_W) \cdot g} \quad (6.67)$$

$$\kappa_2 = \frac{K_2 - \frac{\beta}{100} \cdot m_W \cdot g}{(m_T + m_W) \cdot g} \quad (6.68)$$

$$\kappa_3 = \frac{K_3 - \alpha \cdot m_W \cdot g}{(m_T + m_W) \cdot g} \quad (6.69)$$

mit:

- K_i Koeffizienten der Näherungsformel für Zughakenzugkraft
- γ quadratischer Koeffizient des spez. Wagenzugwiderstandes
- β linearer Koeffizient des spez. Wagenzugwiderstandes
- α konstanter Faktor des spez. Wagenzugwiderstandes

- die Koeffizienten der Beschleunigungsgrundfunktion für ungleichmäßig beschleunigte Bewegungen $a(v) = A \cdot v^2 + B \cdot v + C$:

$$A = \frac{12960}{\xi_Z} \cdot g \cdot \kappa_1 \quad (6.70)$$

$$B = \frac{12960}{\xi_Z} \cdot g \cdot \kappa_2 \quad (6.71)$$

$$C = \frac{12960}{\xi_Z} \cdot g \cdot (\kappa_3 - f_{WS}) \quad (6.72)$$

! Beachte: v [km/h], a [km/h^2]!

6.6 ZUGESCHNITTENER ALGORITHMUS ZUR INTEGRATION BEI UNGLEICHMÄSSIG BESCHLEUNIGTEN BEWEGUNGEN

- Fahrzeit:

$$\Delta t = \int_{v_i}^{v_{II}} \frac{1}{a(v)} dv \quad (6.73)$$

- Fahrstrecke:

$$\Delta s = \int_{v_i}^{v_{II}} \frac{v}{a(v)} dv \quad (6.74)$$

mit:

| | | |
|------------|----------------------|--|
| Δt | [h] | Fahrzeit |
| Δs | [km] | zurückgelegte Streckenlänge |
| v_i | [km/h] | Anfangsgeschwindigkeit im Bewegungsabschnitt |
| v_{II} | [km/h] | Endgeschwindigkeit im Bewegungsabschnitt |
| $a(v)$ | [km/h ²] | Beschleunigungsgrundfunktion |

- Integrationsalgorithmus für $a(v) = A \cdot v^2 + B \cdot v + C$:

- Diskriminante

$$Z = 4 \cdot A \cdot C - B^2 \quad (6.75)$$

- für $Z > 0$ gilt:

$$\Delta t = \frac{2}{\sqrt{Z}} \cdot \left(\arctan \frac{2 \cdot A \cdot v_{II} + B}{\sqrt{Z}} - \arctan \frac{2 \cdot A \cdot v_i + B}{\sqrt{Z}} \right) \quad (6.76)$$

bei gegebener Zeit:

$$v_{II} = \frac{\sqrt{Z}}{2 \cdot A} \cdot \tan \left[\left(\arctan \frac{2 \cdot A \cdot v_i + B}{\sqrt{Z}} \right) + \frac{\sqrt{Z} \cdot \Delta t}{2} \right] - \frac{B}{2 \cdot A} \quad (6.77)$$

- für $Z < 0$ gilt:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{-Z}} \cdot \ln \left(\frac{2 \cdot A \cdot v_{II} + B - \sqrt{-Z}}{2 \cdot A \cdot v_{II} + B + \sqrt{-Z}} \cdot \frac{2 \cdot A \cdot v_i + B + \sqrt{-Z}}{2 \cdot A \cdot v_i + B - \sqrt{-Z}} \right) \quad (6.78)$$

bei gegebener Zeit:

$$v_{II} = \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{\sqrt{-Z}}{1 - Y} - \frac{\sqrt{-Z} + B}{2} \right) \quad (6.79)$$

mit:

$$Y = \frac{2 \cdot A \cdot v_i + B - \sqrt{-Z}}{2 \cdot A \cdot v_i + B + \sqrt{-Z}} \cdot e^{\Delta t \cdot \sqrt{-Z}} \quad (6.80)$$

- mit Verwendung von Δt gilt für Δs :

$$\Delta s = \frac{1}{2 \cdot A} \cdot \left[\left(\ln \frac{A \cdot v_{II}^2 + B \cdot v_{II} + C}{A \cdot v_i^2 + B \cdot v_i + C} \right) - B \cdot \Delta t \right] \quad (6.81)$$