

Versuch_1_1 Widerstände

Datum: 25.01.2023
Mitarbeiter: Lennard Stubbe, Jannis Kellners
Seminargruppe: CS22-2

Thema: Messung linearer Widerstände

Aufgabe:

Ermitteln Sie die Werte zweier an Ihrem Versuchsplatz vorhandenen Widerstände durch die Messung ihrer I-U-Kennlinien!

1. Skizzieren Sie alle zu verwendenden Messschaltungen! Als Messobjekte verwenden Sie den unbekanntem Widerstand R sowie die Spule $L = 10 \text{ mH}$.
2. Führen Sie sowohl mit stromrichtiger als auch mit spannungsrichtiger Schaltung jeweils fünf Strom-Spannungs-Messungen mit den am Arbeitsplatz ausliegenden Digitalmultimetern durch. Als Richtgrößen für die Einstellung der DC-Spannungsquelle werden empfohlen: $U_b = 0,4 \text{ V}; 0,8 \text{ V}; 1,2 \text{ V}; 1,6 \text{ V}; 2,0 \text{ V}$.
3. Tragen Sie die Messwerte, die verwendeten Messbereiche der Messgeräte, die ermittelten ohmschen Widerstände sowie die ermittelten Messungenauigkeiten und Fehler für jede Messung in eine Tabelle ein! Stellen Sie die Ergebnisse zusätzlich grafisch in Form von I-U-Kennlinien dar (Fehlerbalken!)
4. Realisieren Sie mit dem Widerstand R und der Spule L zunächst eine Reihenschaltung mit einer Betriebsspannung von $U_b = 5 \text{ V}$. Messen Sie die an den Bauteilen auftretenden Spannungen und überprüfen Sie anhand dieser Messwerte die Gültigkeit der Spannungsteilerregel! Entwerfen Sie danach eine Parallelschaltung mit $U_b = 2 \text{ V}$ und messen Sie die an den Bauteilen auftretenden Ströme gemäß der Stromteilerregel!
5. Diskutieren Sie die Fehlereinflüsse!

Vorbereitung:

Ohm'sches Gesetz

Die allgemeine Form des Ohm'schen Gesetzes lautet:

$$\vec{j} = \kappa \cdot \vec{E} = \frac{\vec{E}}{\rho}$$

Und die abgewandelte Form ohne Vektoren:

$$j = \frac{I}{A} = \frac{U}{R \cdot A} = \frac{U}{\frac{l}{\kappa}} = \kappa \cdot \frac{U}{l} = \kappa E$$

κ ...spezifischer elektrischer Leitwert

l ...Leiterlänge

A ...Leiterquerschnitt

Der Ohm'sche Leitwert (Kehrwert des Widerstandes) berechnet sich folgendermaßen:

$$G = \frac{I}{U} = \frac{1}{R}$$

Dieser wird in Siemens angegeben.

Elektrischer Widerstand

Der elektrische Widerstand ist in der Elektrotechnik ein Maß dafür, welche elektrische Spannung erforderlich ist, um eine bestimmte elektrische Stromstärke durch einen elektrischen Leiter (Bauelement, Stromkreis) fließen zu lassen.

Allgemein gilt für einen Ohm'schen Widerstand:

$$R = \frac{U}{I}$$

Für Metallische Leiter gilt das Widerstandsgesetz:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

ρ ...spezifische Elektrischer-Widerstand

I... Länge des Leiters

Die Querschnittsfläche berechnet sich dabei wie folgt:

$$A = \frac{\pi}{4} * d^2$$

Es existieren mehrere Arten von Widerständen.

- Für den kapazitiven Widerstand, welcher z.B. in einem Kondensator erzeugt wird gilt:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

- Für einen induktiven Widerstand, z.B. von einer Spule im Wechselstromkreis, gilt:

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L$$

Reihenschaltung:

$$R_{rei} = \sum_{k=1}^n R_k = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_n}$$

Parallelschaltung:

Die folgende Formel ist für genau 2 Widerstände geeignet:

$$R_{par} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Diese lässt sich hingegen auch auf mehr als zwei Widerstände anwenden:

$$\frac{1}{R_{par}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Innenwiderstand

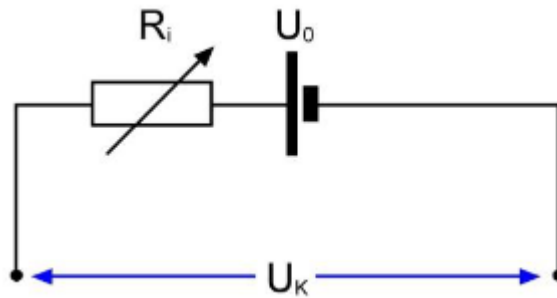
- Tritt bei Bauteilen wie Lampen auf, welche einen eigenen inneren Widerstand besitzen
- Somit ergibt sich beim Messen der Spannung an dem Bauteil nicht die gleiche Spannung wie die Spannungsquelle ausstrahlt
- Die Ursache für den Innenwiderstand R_i liegt dabei in der Beschaffenheit der Spannungsquelle

- Nach dem Ohm'schen Gesetz gilt zwischen Spannung (U), Stromstärke (I) und Widerstand (R) folgender Zusammenhang:

$$U = R \cdot I$$

- Zusammen mit der Kirchhoff'schen Maschenregel folgt daraus für die Klemmspannung (siehe Abb.):

$$U_0 = U_K + R_i \cdot I$$



- Der Innenwiderstand kann folgende Eigenschaften einer Spannungsquelle erklären:
 - Je höher der fließende Strom bzw. der Innenwiderstand der Stromquelle ist, desto niedriger wird die Klemmspannung.
 - Fließt kein Strom (es liegt kein Verbraucher an, man spricht vom sog. Leerlauf), so ist die Klemmspannung gleich der idealen Spannung, man spricht von der Leerlaufspannung.
 - Der maximal aus einer Batterie entnehmbare Strom, der sog. Kurzschlussstrom, ist durch den Innenwiderstand beschränkt. Es kann also kein unendlich hoher Strom fließen.

Kirchhoffsche Gesetze

1. Knotenregel

$$\sum_{n=1}^N I_n = 0$$

- Die Summe aller Ströme, welche in einen Knoten eingehen und ausgehen ist null.
- Die eingehenden Ströme haben ein positives Vorzeichen, die ausgehenden ein negatives.
- Für die Berechnung wird von einem verlustfreiem Stromkreislauf ausgegangen.

➔ Folgerung für die Reihenschaltung

- Der Strom I , der durch die verschiedenen Widerstände fließt ist überall gleichgroß.
 - $I_1 = I_2 = I_3 \dots I_{Ges}$
- Die Widerstände addieren sich zum Gesamtwiderstand.
 - $R_1 + R_2 + R_3 \dots = R_{Ges}$
- Die Spannung fällt von Widerstand zu Widerstand ab und addiert sich zur Gesamtspannung.
 - $U_1 + U_2 + U_3 \dots = U_{Ges}$

2. Maschenregel

$$\sum_{n=1}^N U_n = 0$$

- Die Summe aller Spannungen in einer Masche ergibt null.
- In einem geschlossenen Umlauf muss genau so viel Energie hineingesteckt werden, wie auch wieder herausgeholt wird.

➔ Folgerung für die Reihenschaltung

- Der Gesamtstrom wird in mehrere Teilströme aufgeteilt.
 - $I_1 + I_2 + I_3 \dots = I_{Ges}$
- An jedem Widerstand liegt die volle Batteriespannung.
 - $U_1 = U_2 = U_3 \dots = U_{Ges}$
- Die Leitwerte der Widerstände addieren sich zum Gesamtleitwert.
 - $G_1 + G_2 + G_3 \dots = G_{Ges}$

Stromteilerregel

Die Stromteilerregel beschreibt, wie du bei gegebenem Gesamtstrom die Teilströme einer Parallelschaltung von Widerständen beschreiben kannst. Es wird das Verhältnis zwischen Teilstrom und Gesamtstrom beschrieben.

$$I_n = I_{gesamt} \cdot \frac{G_n}{G_{gesamt}}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{G_1}{G_2}$$

Dabei entspricht G_n dem Leitwert des vom Teilstrom I_n durchflossenen Widerstands.

G_{gesamt} ist hier die Summe der Leitwerte aller Widerstände in der Parallelschaltung.

Der Leitwert G_n entspricht dem Kehrwert des von I_n durchflossenen Widerstands.

$$G_n = \frac{1}{R_n}$$

Spannungsteilerregel

Bei der Reihenschaltung von Widerständen gilt:

$$I_1 = I_2 = \dots = I_M = I$$

Damit gilt nach dem Ohm'schen Gesetz:

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \dots = \frac{U_M}{R_M} = I$$

Bei Reihenschaltung von zwei Widerständen gilt:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Diese Gleichung wird als Spannungsteilerregel bezeichnet. Diese besagt, dass sich die Spannungen bei zwei in Reihe liegenden Widerständen wie die entsprechenden Widerstände, an denen die Spannungen abfallen, verhalten. Diese Regel kann auch auf den Gesamtwiderstand R_G der Schaltung angewendet werden, und es ergibt sich die Gleichung:

$$\frac{U_M}{U_{AB}} = \frac{R_M}{R_G}$$

Daraus folgt die alternative Formulierung der Spannungsteilerregel: Jede Teilspannung in einer Reihenschaltung verhält sich zur Gesamtspannung wie der entsprechende Teilwiderstand zum Gesamtwiderstand der Reihenschaltung. Aus der Aufteilung der Gesamtspannung auf Teilspannungen ergibt sich der Name Spannungsteiler.

Strom-Spannungs-Kennlinien

Die U-I-Kennlinie stellt den Zusammenhang zwischen Spannung und Stromstärke dar.

Die Kennlinien von ohmschen Widerständen sind Ursprungshalbgeraden.

Wird die U-I -Kennlinie eines Leiters mit zunehmender Spannung flacher, so nimmt der Widerstand des Leiters zu, wird sie steiler, so nimmt sein Widerstand ab.

Gleichstromkreise

Ein Gleichstromkreis ist ein Stromkreis, in dem Gleichstrom fließt, welcher seine Richtung nicht ändert. Daher verändert sich auch die Polarität nicht. Die Spannung wird dabei als Gleichspannung bezeichnet.

Er kann durch Batterien, Akkumulatoren oder ein Stromversorgungsgerät mit Gleichstrom erzeugt werden. Im einfachsten Fall sind I und U konstant.

Stromrichtige und spannungsrichtige Messung

Wenn U und I gleichzeitig gemessen werden sollen, kann nur eine Größe ohne Verfälschungen ermittelt werden. Durch das Messgerät selbst wird die andere verfälscht.

Bei der stromrichtigen Messung wird nur der durch ein Bauteil fließende Strom gemessen. Dazu wird der Strom ohne Verzweigung unmittelbar vor oder hinter dem Bauteil gemessen. In dieser Schaltung wird die Stromstärke korrekt gemessen.

Verfälschung von U, richtiges messen von I (Stromrichtige Messung)

- Jedoch registriert der Spannungsmesser in dieser Schaltung nicht nur die am Bauteil abfallende Spannung U_r , sondern auch die über dem Strommessgerät abfallende Spannung U_a . Die Spannungsmessung ist also in dieser Schaltung mit einem systematischen Fehler behaftet. Um diesen möglichst gering zu halten, muss der Innenwiderstand des Strommessers möglichst gering sein. Dadurch wird auch die über dem Strommesser abfallende Spannung U_a klein.

Verfälschung von I, richtiges messen von U (Spannungsrichtige Messung)

- Möchte man diesen systematischen Fehler bei der Spannungsmessung vermeiden, so wählt man die spannungsrichtige Schaltung. Bei der spannungsrichtigen Messung, wird nur die über dem Bauteil abfallende Spannung gemessen. Da kein weiteres Bauteil die Messung beeinflusst, wird hier die Spannung korrekt gemessen.
- Jedoch registriert das Strommessgerät in dieser Schaltung nicht nur den Strom, der nicht nur durch den Widerstand fließt, sondern auch den durch das Messgerät fließenden Strom. Die Strommessung ist also in dieser Schaltung mit einem systematischen Fehler behaftet. Dieser kann durch einen hohen Eingangswiderstand des Messgerätes jedoch gering gehalten werden. Dadurch wird auch der durch den Spannungsmesser fließende Strom klein.

Wahl des optimalen Messbereiches

Zu Beginn des Versuchs wird an allen Messgeräten die höchstmögliche Skala eingestellt. Diese stellt man nun schrittweise kleiner ein, bis ein Messergebnis gut ablesbar ist.

Systematische-Fehlerberechnung

Um die systematisch fehlerhafte Spannungsdifferenz des Messgerätes zu berechnen gilt:

$$\Delta U = U_M \cdot p\% + d \cdot 0,001V$$

ΔU ...Fehlerhafte Spannungsdifferenz

U_M ...Gemessene Spannung

$p\%$...Prozentuale Abweichung des Messgerätes

d ...Angegebene digit anzahl des Messgerätes

Für die systematisch fehlerhafte Stromstärkendifferenz zu berechnen gilt:

$$\Delta I = I_M \cdot p\% + d \cdot 0,001V$$

ΔI ...Fehlerhafte Stromstärkendifferenz

I_M ...Gemessene Stromstärke

Um die sich daraus ergebende Widerstandsdifferenz zu berechnen gilt folgendes:

$$\Delta R = \frac{1}{I_M} \cdot \Delta U + \left| -\frac{U_M}{I_M^2} \right| \cdot \Delta I$$

Messgeräte und Hilfsmittel:

- Digitalmultimeter
- DC-Spannungsquelle
- Elektronik-Steckbrett
- Laborkabel
- Messleitungen
- Bauelemente
 - Widerstand
 - Spule

Auswertung:

Messwertbereiche / Abweichungen der Geräte

Spannungsmessgerät (Fluke):

Messbereich (6 V) Auflösung (0,001V) Abweichung (0,7% + 2)

Strommessgerät (PeakTech):

Messbereich (40 mA) Auflösung (0,000001 A) -> Abweichung (1,0% + 3)

Berechnung der Widerstände

Da U und I gemessen wurden kann zur Bestimmung der Widerstände folgende Formel verwendet werden:

$$R = \frac{U}{I}$$

Berechnung von ΔU und ΔI

Für die Bestimmung der durch das Spannungsmessgerät abweichende Spannung wird in diesem Experiment folgende Formel verwendet:

$$\Delta U = U_M \cdot 0,7\% + 2 \cdot 0,001V$$

$$\Delta U = U_M \cdot 0,7\% + 0,002 V$$

Für die Bestimmung der durch das Strommessgerät abweichende Stromstärke wird in diesem Experiment folgende Formel verwendet:

$$\Delta I = I_M \cdot 1\% + 3 \cdot 0,000001 A$$

$$\Delta I = I_M \cdot 1\% + 0,000003 A$$

$$\Delta I = I_M \cdot 1\% + 0,003 mA$$

Für die Bestimmung des durch die Spannung und Stromstärke abweichenden Widerstandes wird in diesem Experiment folgende Formel verwendet:

$$\Delta R = \frac{1}{I_M} \cdot \Delta U + \left| -\frac{U_M}{I_M^2} \right| \cdot \Delta I$$

Messwerttabellen

1. Widerstand - stromrichtig

U_0 in Volt	U_1 in V	I_1 in mA	R_1 in Ω	ΔU in V	ΔI in mA	ΔR in Ω
0,4	0,409	6,068	67,4027686	0,004863	0,06368	1,50876867
0,8	0,752	11,170	67,3231871	0,007264	0,1147	1,34162664
1,2	1,175	17,449	67,3391025	0,010225	0,17749	1,27096208
1,6	1,516	22,527	67,2970214	0,012612	0,22827	1,24179389
2,0	1,878	27,911	67,2852997	0,015146	0,28211	1,22273856

2. Widerstand – spannungsrichtig

U_0 in Volt	U_2 in V	I_2 in mA	R_2 in Ω	ΔU in V	ΔI in mA	ΔR in Ω
0,4	0,331	5,945	55,6770395	0,004317	0,06245	1,3110229
0,8	0,645	11,664	55,2983539	0,006515	0,11964	1,12576261
1,2	0,967	17,343	55,7573661	0,008769	0,17643	1,07284046
1,6	1,266	22,071	57,3603371	0,010862	0,22371	1,07353908
2,0	1,549	27,694	55,932693	0,012843	0,27994	1,02913259

3. Spule - stromrichtig

U_0 in Volt	U_3 in V	I_3 in mA	R_3 in Ω	ΔU in V	ΔI in mA	ΔR in Ω
0,4	0,380	13,253	28,6727533	0,00466	0,13553	0,64483651
0,8	0,688	23,986	28,6833986	0,006816	0,24286	0,57458727
1,2	1,027	35,835	28,6591321	0,009189	0,36135	0,54541586
1,6	1,334	46,30	28,812095	0,011338	0,466	0,53486903
2,0	1,691	58,85	28,7340697	0,013837	0,5915	0,52392867

4. Spule - spannungsrichtig

U_0 in Volt	U_4 in V	I_4 in mA	R_4 in Ω	ΔU in V	ΔI in mA	ΔR in Ω
0,4	0,153	8,865	17,2588832	0,003071	0,09165	0,5248479
0,8	0,286	16,569	17,2611503	0,004002	0,16869	0,41727222
1,2	0,446	25,838	17,2613979	0,005122	0,26138	0,37285332
1,6	0,690	39,596	17,4260026	0,00683	0,39896	0,34807248
2,0	0,952	54,72	17,3976608	0,008664	0,5502	0,33326376

Für den Durchschnitt der berechneten Widerstände bei der Stromrichtige Messung ergeben sich folgende Werte:

Widerstand: 67,329 Ω

Spule: 28,712 Ω

Für die Widerstände der Spannungsrichtigen Messung ergeben sich wiederum diese Werte:

Widerstand: 56,005 Ω

Spule: 17,321 Ω

Gültigkeitsüberprüfung der Spannungsteiler-Regel

Zur Überprüfung der Gültigkeit der Spannungsteiler-Regel wurde in diesem Experiment die Spule und der Elektrische Widerstand in Reihe geschaltet und deren Spannungen gemessen. Dabei ergaben sich folgende Messwerte:

Widerstand: 3,602 V

Spule: 1,128 V

Für die Spannungsteiler-Regel gilt dabei:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Setzt man die Berechneten Werte in die Formel ein ergibt sich folgendes Ergebnis:

$$\frac{3,602 \text{ V}}{1,128 \text{ V}} \approx \frac{56,005 \text{ } \Omega}{17,321 \text{ } \Omega}$$

$$3,193 \text{ V} \approx 3,233 \text{ } \Omega$$

Man kann erkennen, dass die Werte ungefähr gleich sind. Vernachlässigt man die aufgetretenen Messfehler, kann man daraus schließen, dass die Spannungsteiler-Regel in der Reihenschaltung der in diesem Experiment aufgebauten Schaltung gültig ist.

Gültigkeitsüberprüfung der Stromteiler-Regel

Zur Überprüfung der Gültigkeit der Stromteiler Regel wurde in diesem Experiment die Spule und der Elektrische Widerstand Parallel geschaltet und deren Stromstärke gemessen. Dabei ergaben sich folgende Messwerte:

Widerstand: 0,02556 A

Spule: 0,093 A

Für die Stromteiler-Regel gilt dabei:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Setzt man die Berechneten Werte in die Formel ein ergibt sich folgendes Ergebnis:

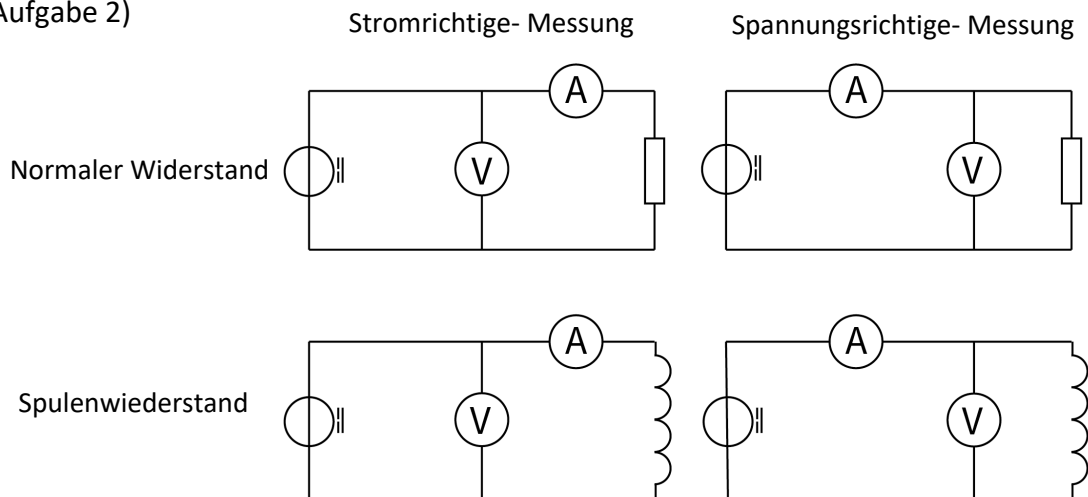
$$\frac{0,02556 \text{ A}}{0,093 \text{ A}} = \frac{17,321 \ \Omega}{56,005 \ \Omega}$$

$$0,274 \text{ V} \approx 0,309 \ \Omega$$

Man kann hier erkennen, dass die Werte ebenfalls ungefähr gleich sind. Vernachlässigt man auch hier die aufgetretenen Messfehler, kann man daraus schließen, dass die Stromteiler-Regel in der Parallelschaltung der in diesem Experiment aufgebauten Schaltung gültig ist.

Schaltpläne:

Aufgabe 2)



Aufgabe 4)

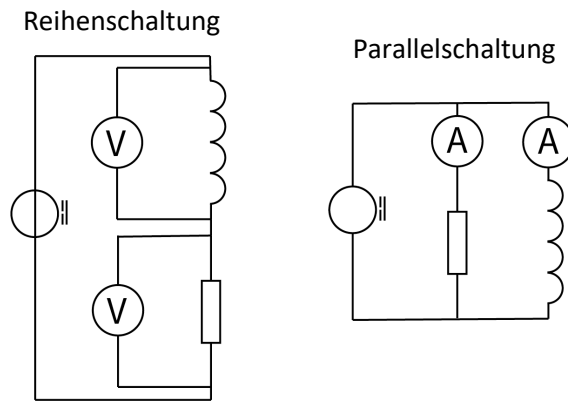
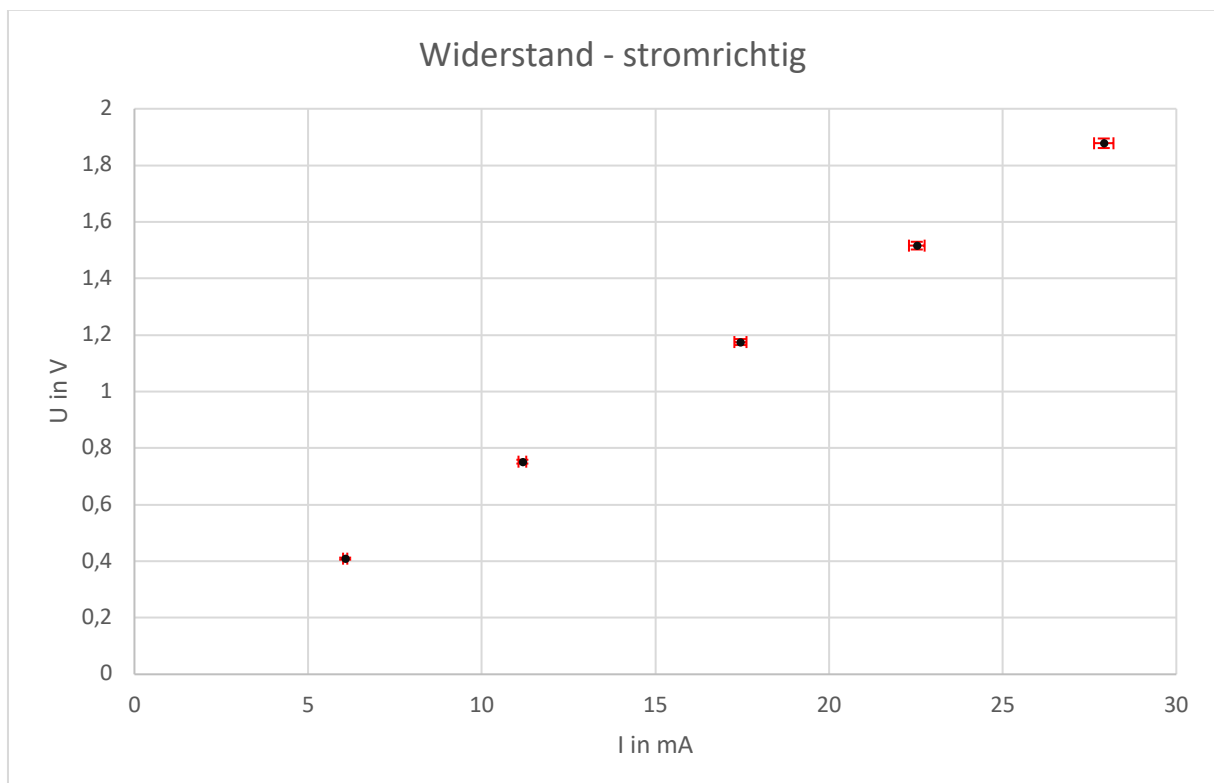
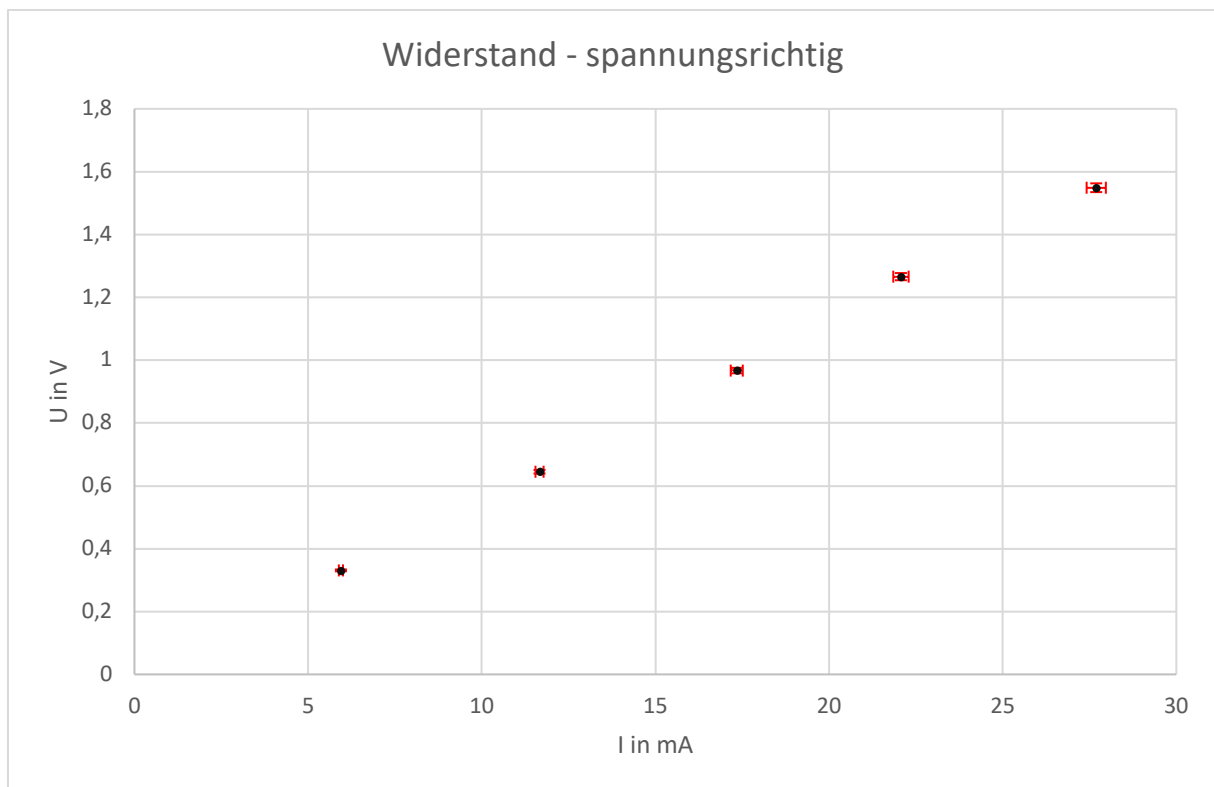


Diagramme:

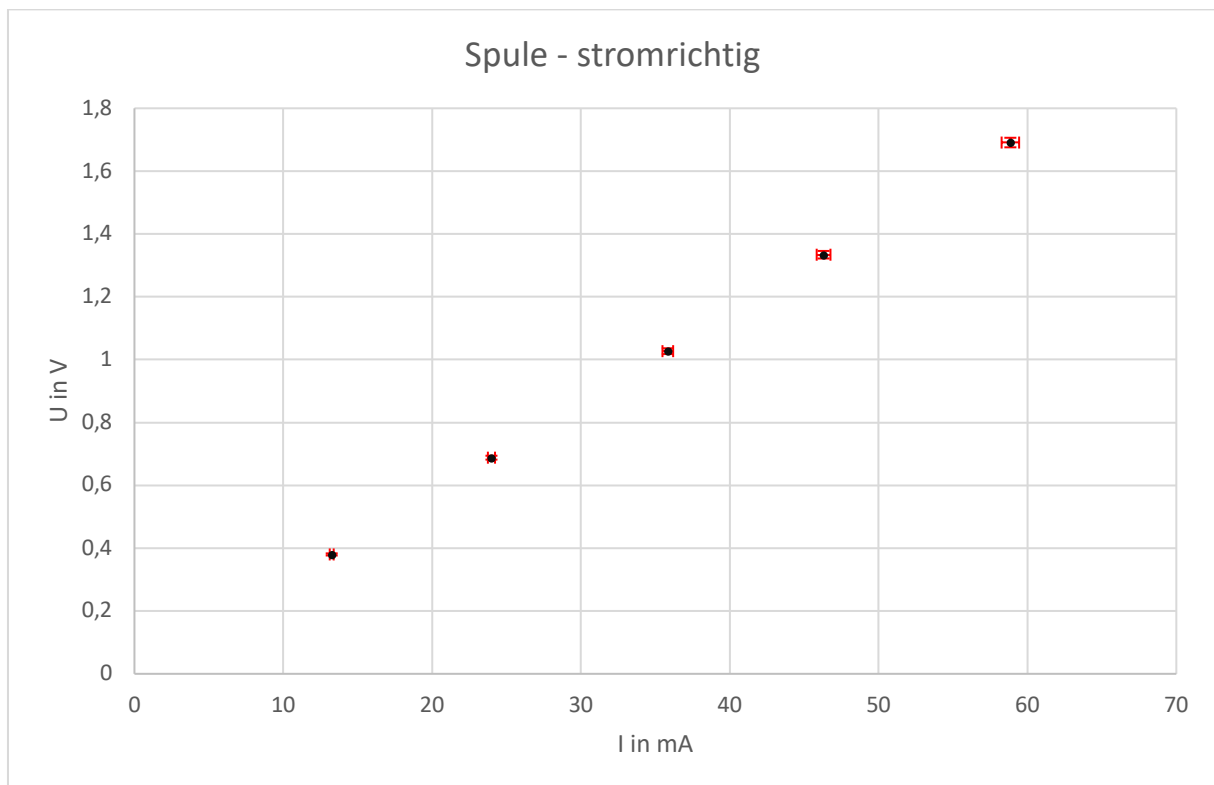
1. Widerstand – stromrichtig



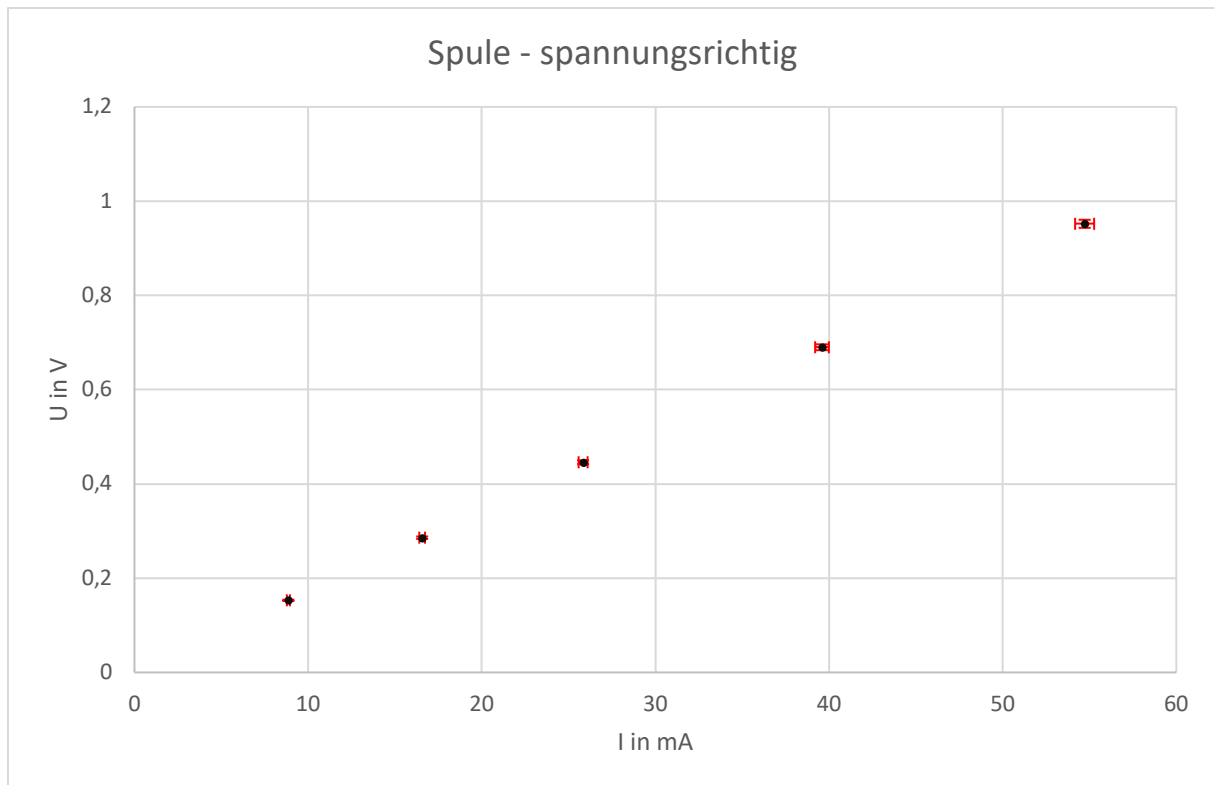
2. Widerstand - spannungsrichtig



3. Spule – stromrichtig



Spule – spannungsrichtig



Fehlereinflüsse:

Bei der Auswertung der Messwerte ist zu beachten, dass geringe Abweichungen von den reellen Werten auftreten können. Dabei spricht man von zufälligen und systematischen Abweichungen.

Zufällige Fehler sind grundsätzlich nicht vermeidbar. Dazu zählen menschliche Fehler, wie zum Beispiel ungenaues Ablesen der Messgeräte, oder Umwelteinflüsse wie die Umgebungstemperatur. Auch bei der hier verwendeten Spule spielt die Temperatur eine Rolle. Je nach Dauer, die an der Spule eine Spannung angelegt ist, verändert sich die Temperatur des Bauteils, und somit weicht ihr Widerstandswert ab.

Die systematischen Abweichungen treten durch den Versuchsaufbau oder die Messgeräte auf. Für den Versuchsaufbau ist entscheidend, ob die stromrichtige oder spannungsrichtige Messung angewendet wird. Je nachdem, wo gemessen wird, verfälschen die Innenwiderstände der Messgeräte die Ergebnisse. Für diesen Versuch erwies sich die spannungsrichtige Messung als brauchbar. Der gemessene Widerstandswert mit der

spannungsrichtigen Messung lag weniger als ein Ohm neben dem erwarteten Widerstandswert von 56 Ohm für den Widerstand, und 17 Ohm für die Spule. Mit der stromrichtigen Messung war eine Abweichung von über elf Ohm zu verzeichnen, wodurch das Messergebnis unbrauchbar ist. Des Weiteren entstehen geringfügige Abweichungen durch die verwendeten Messgeräte von bis zu einem Prozent auf die gemessenen Spannungs- und Stromstärkewerte. Diese wirken sich auch auf die Berechnung des Widerstandswertes aus.

Links & Quellen:

<https://studyflix.de/elektrotechnik/kirchhoffsche-gesetze-327>

<https://www.eit.hs-karlsruhe.de/hertz/teil-b-gleichstromtechnik/strom-und-spannungsteilung/spannungsteilerregel.html>

<https://www.elektrikervergleich.ch/ratgeber/spezifischer-widerstand-kupfer-informationen-und-berechnung-c:220906>

https://de.wikipedia.org/wiki/Elektrischer_Widerstand

<https://www.falstad.com/circuit/circuitjs.html>