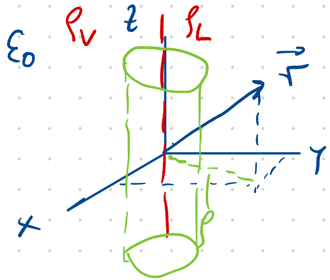
Elektrisches Skalarpotential einer unendlich ausgedehnten homogenen Linienladung
→ einfache Lösung mit Satz von Gauss



Invarianten: – Translationsinvarianz in Richtung z: $\Rightarrow \phi$ nicht von z abhängig

– Rotation um φ : ϕ nicht abhängig von φ

$$\Rightarrow \phi(\vec{r}) = \phi(\rho)$$

Ladungsdichte: ρ_L mit $\int_{-\infty}^{\infty} \rho_L \, dz = Q \qquad \rho_V = \rho_L \, \delta(x)\, \delta(y)$

$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_V$ $\quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$, $\vec{E} = -\operatorname{grad}\phi$ $\quad -\operatorname{div} \varepsilon_0 \operatorname{grad} \phi = \rho_V \;\leadsto\; -\varepsilon_0 \operatorname{div} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} = \rho_L \, \delta(x)\, \delta(y)$

$$-\varepsilon_0 \int_V \operatorname{div} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} \vec{e}_\rho \, dV = \int_V \rho_V \, \delta(x)\, \delta(y) \, dV \;\leadsto\; -\varepsilon_0 \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} \rho \, d\varphi \, dz = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_L \, dz$$

$$\leadsto -\varepsilon_0 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} \cdot \rho \, dz = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_L \, dz$$

eine Lösung:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \rho} = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\rho_L}{\rho} \;\nearrow\; \phi(\rho) = -\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0} \ln(\rho) + C$$

C z.B. $\phi(\rho_0)$

$$\Rightarrow \phi(\rho) = -\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$$