

# 11 Aufgaben des kostenminimalen Transports auf Graphen

Optimierung für Nichtmathematiker  
WS 2020/21

# Prüfung

- ▶ Die Prüfungen werden mündlich per BBB-Videokonferenz stattfinden.
- ▶ Prüfungszeitraum 19.01.2021 bis einschließlich 23.03.2021
- ▶ Prüfungsinhalte: Skript, Konsultation, Übungen, zu **Kapitel 1–3**
- ▶ siehe auch Ordner „Prüfung“ im OPAL

*Termine bei Frau Glanzberg  
Di und Fr vormittag*

# Quizfrage

*einfache gerichtete Graphen  
keine Doppelkanten, keine Schleife*

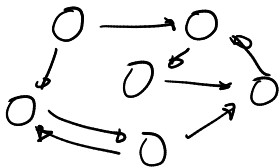
Woraus besteht ein gerichteter Graph?

→ Umfrage

2 A aus zwei Sorten von Knoten (Startknoten und Endknoten)

7 C aus einer Menge von Knoten und allen Kanten zwischen diesen, die möglich sind  
 $\frac{1}{2} m(m-1) \cdot 2$

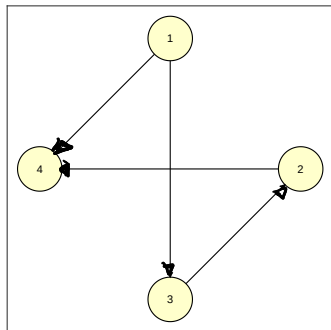
0 B aus einer Funktion  
12 D aus einer Menge von Knoten und einer Menge gerichteten Kanten



# Quizfrage

vertices, nodes

Was können die **Knoten** in einem Transportgraphen bedeuten?



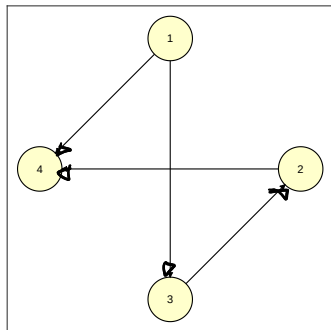
→ Umfrage

- A Herstellungskosten
- B Lager, Verkaufsstellen, Produktionsstätten
- C Verkaufspreise
- D Lastwagen, Züge, Flugzeuge

# Quizfrage

edges, arcs

Was können die **Kanten** in einem Transportgraphen bedeuten?



→ Umfrage

1 A Herstellungskosten

1 C Verkaufspreise

0 B Lager, Verkaufsstellen, Produktionsstätten

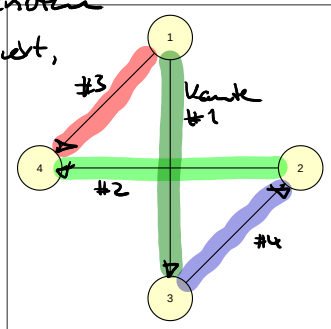
18 D Lastwagen, Züge, Flugzeuge

# Quizfrage

Spalten  $\hat{=}$  Kanten  
 Zeilen  $\hat{=}$  Knoten

Achtung: manchmal transponiert,  
 manchmal  $\neq 1$

Welche der Matrizen ist eine  
 Inzidenzmatrix für diesen  
 Graphen?



$0 \hat{=}$  Startknoten  
 $-1 \hat{=}$  Endknoten

→ Umfrage

5 A  $\begin{bmatrix} -1 & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & 1 & -1 & \cdot \\ \cdot & -1 & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$

0 C  $\begin{bmatrix} 1 & \cdot & 1 & \cdot \\ -1 & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & -1 & -1 & \cdot \end{bmatrix}$

C = -B

6 (B)  $\begin{matrix} \text{Kanten } n \\ \rightarrow \\ \begin{bmatrix} -1 & \cdot & -1 & \cdot \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ \cdot & 1 & 1 & -1 \\ -1 & \cdot & -1 & 1 \\ 1 & 1 & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \\ \downarrow \\ \text{Knoten } m \end{matrix}$

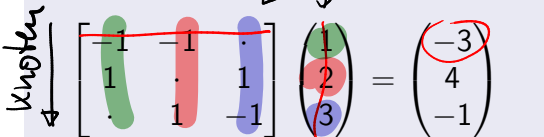
9 (D)  $\begin{bmatrix} -1 & \cdot & -1 & \cdot \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ \cdot & 1 & 1 & -1 \\ -1 & \cdot & -1 & 1 \\ 1 & 1 & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$

# Quizfrage

„lebt auf Kanten“  
jeder Eintrag gehört  
zu einer Kante

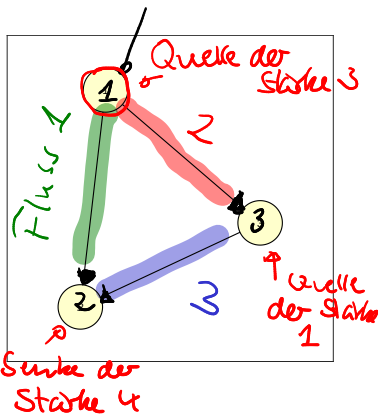
„Name“ des Knotens

Wie kann man die Beziehung



Inzidenzmatrix  $\cdot$  Flussvektor = Knotenbilanz

für dieses Netzwerk interpretieren!



→ Umfrage

1 A Die Knoten haben die „Namen“ 1, 2 und 3.

11 C Knoten 1 und 3 sind Quellen.

3 B Knoten 2 ist eine Senke der Stärke 4.

6 D Der Flussvektor ist  $(1, 2, 3)^T$ .

# Aufgabe des kostenmin. Flusses

Kostenvektor (1 Eintrag pro Kante)

Minimiere  $c^T x$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$

unter  $Ax = b$  Bilanzgleichung

sowie  $0 \leq x \leq u$  Kantenkapazitäten

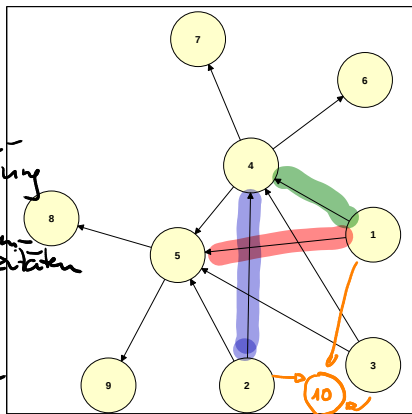
gesuchter Flussvektor

$A =$  Inzidenzmatrix  $m \times n$

$b =$  Knotenbilanzen  $m$

$u =$  Kantenkapazitäten  $n$

$c =$  Kostenvektor  $n$



$m = 9$  Knoten

$n = 11$  Kanten

$$\mathbf{1}^T b = 0$$

# Matlab-Demonstration

Transportproblem.m

# Zeit für Ihre Fragen

Was sind Ihre Fragen zu den Themen der Woche?

→ Benutzen Sie den **Chat**.

# Fragen und Antworten 1

# Fragen und Antworten 2