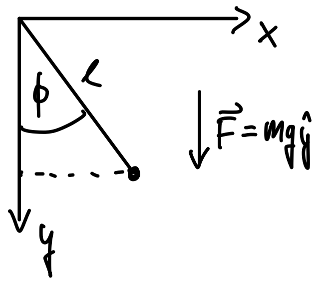
Aufgabe 2:

Betrachten Sie ein ebenes Fadenpendel mit Stokesscher Reibung. Wie lautet die Rayleighsche Dissipationsfunktion in geeigneten generalisierten Koordinaten? Stellen Sie die Lagrange-Gleichung 2. Art auf. Die Gleichung soll nicht gelöst werden.

Ebenes Pendel

Zwangsbedingungen : $z = 0$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = l$$



$\Rightarrow$ $3 - 2 = 1$ Freiheitsgrad

$\Rightarrow$ Wähle Auslenkungswinkel ϕ

$$x = l \sin\phi \Rightarrow \dot{x} = l\dot{\phi}\cos\phi$$

$$y = l\cos\phi \Rightarrow \dot{y} = -l\dot{\phi}\sin\phi$$

kinetische Energie

$$T = \frac{m}{2}\dot{\vec{r}}^2 = \frac{m}{2} l^2 \dot{\phi}^2$$

Potenzielle Energie

$$V = -mgy = -mgl\cos\phi$$

$$\Rightarrow L = T - V = \frac{m}{2} l^2 \dot{\phi}^2 + mgl\cos\phi$$

hier: mit Stokesscher Reibung $\rightarrow$ modifizierte Lagrange-Glg. 2. Art

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial L}{\partial \phi} + \frac{\partial P}{\partial \dot{\phi}} = 0$$

mit Rayleighscher Dissipationsfunktion

$$P = \frac{1}{2}\alpha \dot{\vec{r}}^2 = \frac{\alpha}{2} l^2 \dot{\phi}^2$$

Stokessche Reibung

$$\Rightarrow \quad m l^2 \ddot{\phi} + m g l \sin\phi + \alpha l^2 \dot{\phi} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \ddot{\phi} + \frac{g}{l}\sin\phi + \frac{\alpha}{m}\dot{\phi} = 0$$