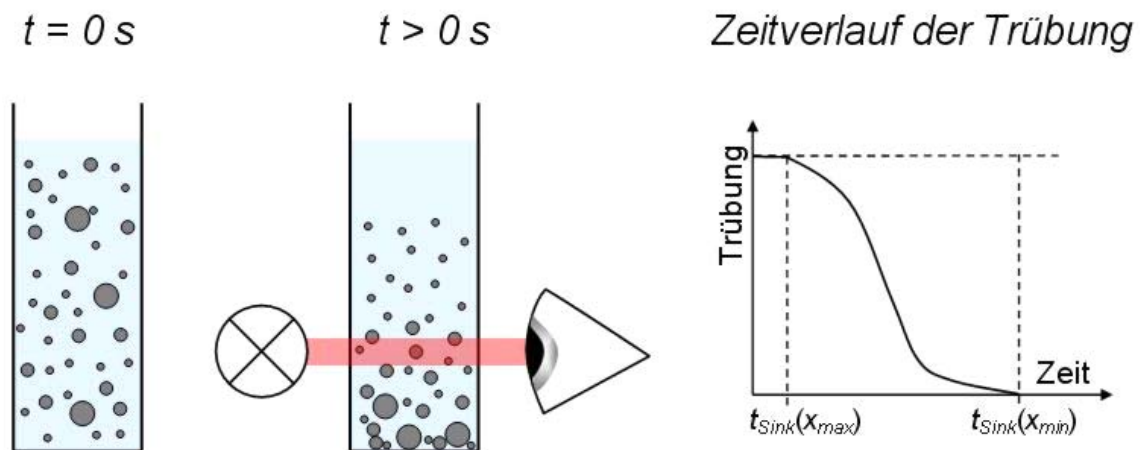


## Aufgabe 5-2 (Sedimentationsanalyse)

Welche Voraussetzungen müssen erfüllt sein, um aus dem Sedimentationsverhalten einer Suspension auf die Partikelgrößenverteilung schließen zu können?

Ein häufiges Prinzip zur Bestimmung der Partikelgrößenverteilungen aus Sedimentationsexperimenten besteht darin, die Abnahme der Partikelkonzentrationsabnahme in einer bestimmten Höhe unter dem Flüssigkeitsspiegel zu messen (s. Abbildung). Die Partikelkonzentration kann z.B. aus der Schwächung (Trübung) von Licht oder von Röntgenstrahlen berechnet werden.



Für ein SiN-Pulver ( $\rho_S = 3200 \text{ kg/m}^3$ ,  $\Psi = 0.68$ ) wurden in einem solchen Experiment (Sedimentationshöhe = 1000 mm,  $\varphi = 5 \text{ Vol.}\%$ ) folgende charakteristische Sinkzeiten bestimmt:

- $t_{S,\text{min}} = 25 \text{ s}$
- $t_{S,\text{max}} = 3260 \text{ s}$

Als Suspensionsmittel wurde destilliertes Wasser eingesetzt ( $\theta = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\rho_L = 997.2 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta_L = 0.9 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ).

Berechnen Sie die minimale und maximale Partikelgröße des SiN-Pulvers!

## Aufgabe 5-2 (Sedimentationsanalyse)

**Definition:**  $\mu\text{m} := 10^{-6} \text{ m}$

### Vorgegebene Werte:

flüssige Phase:  $\rho_L := 997.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$   $\eta_L := 0.0009 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

disperse Phase:  $\rho_S := 3200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$   $\Psi := 0.68$   $\varphi := 0.05$

Sinkzeiten:  $t_{S,\text{min}} := 25 \text{ s}$   $t_{S,\text{max}} := 3260 \text{ s}$

Sedimentationshöhe:  $h_{\text{Sed}} := 1000 \text{ mm}$

### Lösung:

#### 1. Ermittlung der experimentellen Sinkgeschwindigkeit

Sinkgeschwindigkeit:  $v_{S,\text{max}} := \frac{h_{\text{Sed}}}{t_{S,\text{min}}}$   $v_{S,\text{max}} = 40 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

$v_{S,\text{min}} := \frac{h_{\text{Sed}}}{t_{S,\text{max}}}$   $v_{S,\text{min}} = 0.307 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

#### 2. Abschätzung des Strömungsregimes

Dichtedifferenz:  $\Delta\rho := \rho_S - \rho_L$   $\Delta\rho = 2203 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Omega-Zahl für  $x_{\text{min}}$ :  $\Omega_{\text{min}} := \frac{\rho_L^2 \cdot v_{S,\text{min}}^3}{g \cdot \Delta\rho \cdot \eta_L}$   $\Omega_{\text{min}} = 1.476 \cdot 10^{-6}$

$\Rightarrow$  Stokes-Regime ( $\Omega < 0.017$ )

Omega-Zahl für  $x_{\text{max}}$ :  $\Omega_{\text{max}} := \frac{\rho_L^2 \cdot v_{S,\text{max}}^3}{g \cdot \Delta\rho \cdot \eta_L}$   $\Omega_{\text{max}} = 3.273$

$\Rightarrow$  Übergangsregime, beginnende Ablösung ( $3.18 < \Omega < 172$ )

#### 3. Konzentrationskorrektur

nur notwendig für die groben Partikel (bei  $t_{S,\text{min}}$  besitzt die Suspension am Messpunkt noch ihre Originalkonzentration, bei  $t_{S,\text{max}}$  ist die Konzentration auf  $\varphi = 0$  abgesunken)

*Sinkgeschwindigkeit der Einzelpartikel:*

kleinste Partikel:  $v_{SP.min} := v_{S.min}$

$$v_{SP.min} = 0.307 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

größte Partikel:  $K_{\phi.max} = (1 - \phi)^{n(Re_{max})}$

Die Reynoldszahl ist (noch) nicht bekannt; aber  $Re_{max}$  liegt gerade an der Grenze zwischen zwei Strömungsregimen (Ü-Regime, ablösefrei & mit beginnender Ablösung), an diesem Punkt gilt  $Re = 10$  und  $Ar = 325$ .

$\Rightarrow Re_{max} := 10$

$Ar_{max} := 325$

R-Z-Exponent:  $n_{max} := 4.45 \cdot Re_{max}^{-0.1}$

$$n_{max} = 3.535$$

R-Z-Korrektur:  $K_{\phi.max} := (1 - \phi)^{n_{max}}$

$$K_{\phi.max} = 0.834$$

$$v_{SP.max} := \frac{v_{S.max}}{K_{\phi.max}}$$

$$v_{SP.max} = 48.0 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

#### 4. Formkorrektur

*Sinkgeschwindigkeit der volumengleichen Einzelkugeln:*

allgemein:  $v_{SK} = \frac{v_{SP}}{K_{\Psi}}$

Formkorrektur:  
(nach Formelsammlung)

$$K_{\Psi}(Ar, \Psi) := \begin{cases} KSt \leftarrow 0.843 \cdot \log\left(\frac{\Psi}{0.065}\right) \\ KN \leftarrow (1 + 11.1 \cdot (1 - \Psi))^{-0.5} & \text{if } \Psi > 0.65 \\ KN \leftarrow 10^{-0.9074 \cdot (-\log(\Psi))^{0.5743}} & \text{if } \Psi \leq 0.65 \\ \alpha \leftarrow \left(1 + \sqrt{\frac{185.5}{Ar}}\right)^{-1} \\ KSt & \text{if } Ar < 10 \\ KSt^{1-\alpha} \cdot KN^{\alpha} & \text{if } 10 \leq Ar < 2.23 \cdot 10^5 \\ KN & \text{if } 2.23 \cdot 10^5 < Ar \leq 3 \cdot 10^9 \end{cases}$$

kleinste Partikel  
(Stokes-Regime):

$$K_{\Psi.min} := 0.843 \cdot \log\left(\frac{\Psi}{0.065}\right)$$

$$K_{\Psi.min} = 0.860$$

$$v_{SK.min} := \frac{v_{SP.min}}{K_{\Psi.min}}$$

$$v_{SK.min} = 0.357 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

größte Partikel:  
(Übergangsbereich)

$$K_{\Psi.max} := K_{\Psi}(Ar_{max}, \Psi)$$

$$K_{\Psi.max} = 0.608$$

$$v_{SK.max} := \frac{v_{SP.max}}{K_{\Psi.max}}$$

$$v_{SK.max} = 78.81 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

## 5. Berechnung des volumenäquivalenten Durchmessers

Hinweis: Wird die Sinkgeschwindigkeit einer Formkorrektur unterzogen, bestimmt man nicht den sinkgeschwindigkeitsäquivalenten Durchmesser sondern den volumenäquivalent Durchmesser

*kleinste Partikel, Stokes-Regime:*

Sinkgeschwindigkeit (Stokes):  $v_S = \frac{g \cdot \Delta\rho}{18 \cdot \eta_L} \cdot x^2$

Größe der kleinsten Partikel:  $x_{\min} := \sqrt{\frac{18 \cdot \eta_L}{g \cdot \Delta\rho} \cdot v_{SK.\min}}$

$x_{\min} = 16.4 \mu\text{m}$

*größte Partikel, Übergangsregime:*

Omega-Zahl für  $x_{\max}$ :  $\Omega_{K.\max} := \frac{\rho_L^2 \cdot v_{SK.\max}^3}{g \cdot \Delta\rho \cdot \eta_L}$

$\Omega_{K.\max} = 25.033$

Koeffizienten für  $c_W$ :

$$A(\Omega) := \begin{cases} 1 & \text{if } \Omega < 0.017 \\ 0.8 & \text{if } 0.017 \leq \Omega < 3.18 \\ 0.6 & \text{if } 3.18 \leq \Omega < 172 \\ 0.4 & \text{if } 172 \leq \Omega < 2542 \\ 0 & \text{if } 2542 \leq \Omega < 3.3 \cdot 10^5 \end{cases}$$

$$B(\Omega) := \begin{cases} 24 & \text{if } \Omega < 0.017 \\ 27 & \text{if } 0.017 \leq \Omega < 3.18 \\ 17 & \text{if } 3.18 \leq \Omega < 172 \\ 6.5 & \text{if } 172 \leq \Omega < 2542 \\ 0.44 & \text{if } 2542 \leq \Omega < 3.3 \cdot 10^5 \end{cases}$$

$A_{\max} := A(\Omega_{K.\max})$

$B_{\max} := B(\Omega_{K.\max})$

$A_{\max} = 0.6$

$B_{\max} = 17$

maximale Partikegröße:  $x_{\max} := \frac{\eta_L}{\rho_L \cdot v_{SK.\max}} \cdot \left( \frac{3}{4} \cdot B_{\max} \cdot \Omega_{K.\max} \right)^{\frac{1}{1+A_{\max}}}$   $x_{\max} = 420.6 \mu\text{m}$

## 6. Abschließender Kommentar

Für die Berechnung der Korrekturfaktoren  $K_\psi$  und  $K_\phi$  müssen eigentlich die Ar-Zahl bzw. Re-Zahl der kugelförmigen Einzelpartikel herangezogen werden. Das heißt, dass streng genommen ein iterativer Lösungsansatz verfolgt werden müsste, bei dem die in 5. berechnete Größe zur erneuten Abschätzung der Korrekturfaktoren herangezogen wird. Da jedoch die genutzten Korrekturfunktionen ohnehin nur empirische Abschätzungen darstellen, kann auf diese Vorgehensweise verzichtet werden. Nachfolgend wird gezeigt, welche Änderungen in  $K_\psi$  und  $K_\phi$  in einem ersten Iterationsschritt eintraten.

neue Ar-Zahl:  $Ar_{\max.\text{neu}} := \frac{g \cdot \Delta\rho \cdot \rho_L \cdot x_{\max}^3}{\eta_L^2}$

$Ar_{\max.\text{neu}} = 1979.4$

neue Re-Zahl: 
$$\text{Re}_{\text{max.neu}} := \left( \frac{4}{3} \cdot \frac{\text{Ar}_{\text{max.neu}}}{\text{B}_{\text{max}}} \right)^{\frac{1}{2 - A_{\text{max}}}}$$
 
$$\text{Re}_{\text{max.neu}} = 36.73$$

neues  $K_{\Psi}$ : 
$$K_{\Psi,\text{max.neu}} := K_{\Psi}(\text{Ar}_{\text{max.neu}}, \Psi)$$
 
$$K_{\Psi,\text{max.neu}} = 0.54$$

$$\frac{K_{\Psi,\text{max.neu}}}{K_{\Psi,\text{max}}} = 0.888$$

neues  $K_{\varphi}$ : 
$$n_{\text{max.neu}} := 4.45 \cdot \text{Re}_{\text{max.neu}}^{-0.1}$$

$$K_{\varphi,\text{max.neu}} := (1 - \varphi)^{n_{\text{max.neu}}}$$

$$\frac{K_{\varphi,\text{max.neu}}}{K_{\varphi,\text{max}}} = 1.022$$