Das Urnenmodell

- Modellierung von Zufallsexperimenten-

Becky Marie Besser
Didaktik der Stochastik

17.11.2022

Inhalt

- Wiederholung:
  1. Mehrstufige Zufallsexperimente
  2. Begriffe am Baumdiagramm
  3. Erarbeitung der Pfadregeln 1 und 2
  4. Alternative: Die Vier-Felder-Tafel
- Stochastische Modelle
  1. Modellierung
  2. Urnenmodell
- Stundenentwurf zur Erarbeitung von des Themas „Wahrscheinlichkeit abhängiger und unabhängiger Ereignisse unter Nutzung des Urnenmodells“

Wiederholung:

1. Mehrstufige Zufallsexperimente
2. Begriffe am Baumdiagramm
3. Erarbeitung der Pfadregeln 1 und 2
4. Alternative: Die Vier-Felder-Tafel

Lernbereich 5: Zufällige Ereignisse — 14 Ustd.

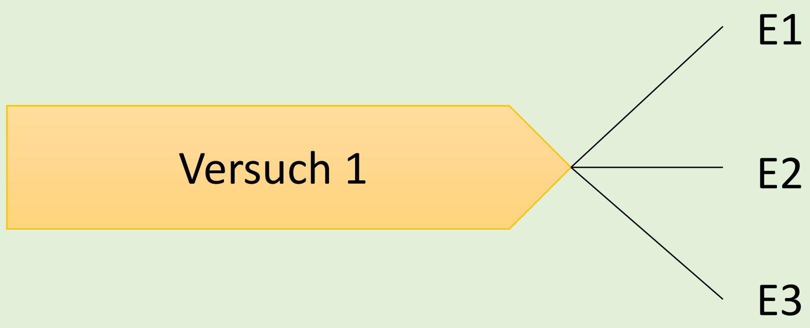
Einblick gewinnen in die Simulation von Zufallsversuchen, auch mit Taschenrechner und anderen digitalen Medien	Monte-Carlo-Methode
Kennen abhängiger und unabhängiger Ereignisse	
Übertragen des kombinatorischen Zählens auf das Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten	Schreibweise $n!$
Beherrschen des Ermittelns von Wahrscheinlichkeiten für Ergebnisse und Ereignisse bei mehrstufigen Zufallsversuchen mit Hilfe des Baumdiagramms und der Pfadregeln	⇒ Methodenkompetenz → Kl. 7, LB 2 Galtonbrett

Sächsisches Staatsministerium für Kultus, 2019, S.34

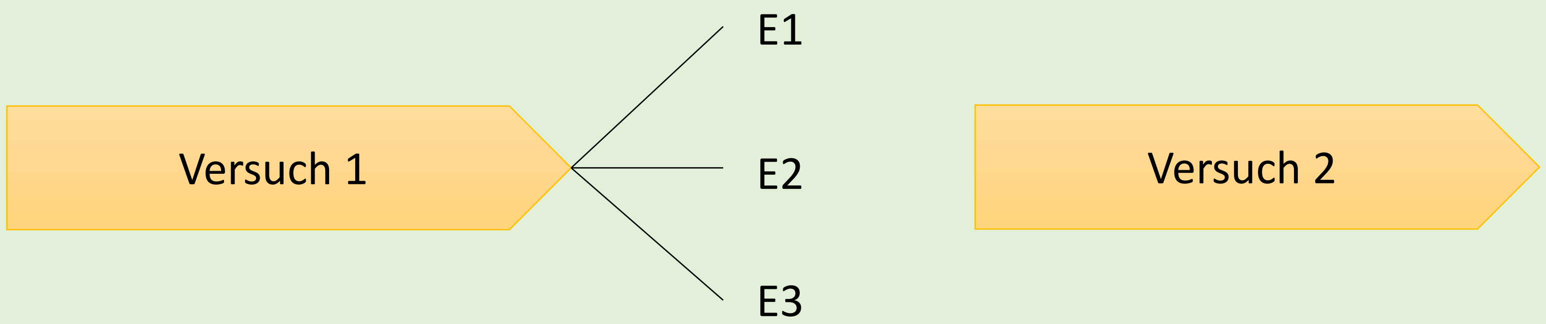
Mehrstufige Zufallsexperimente

Versuch 1

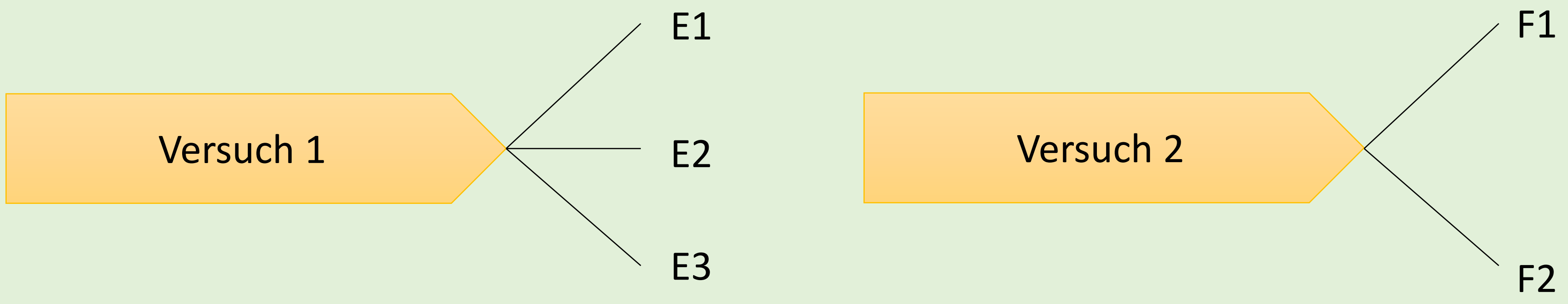
Mehrstufige Zufallsexperimente



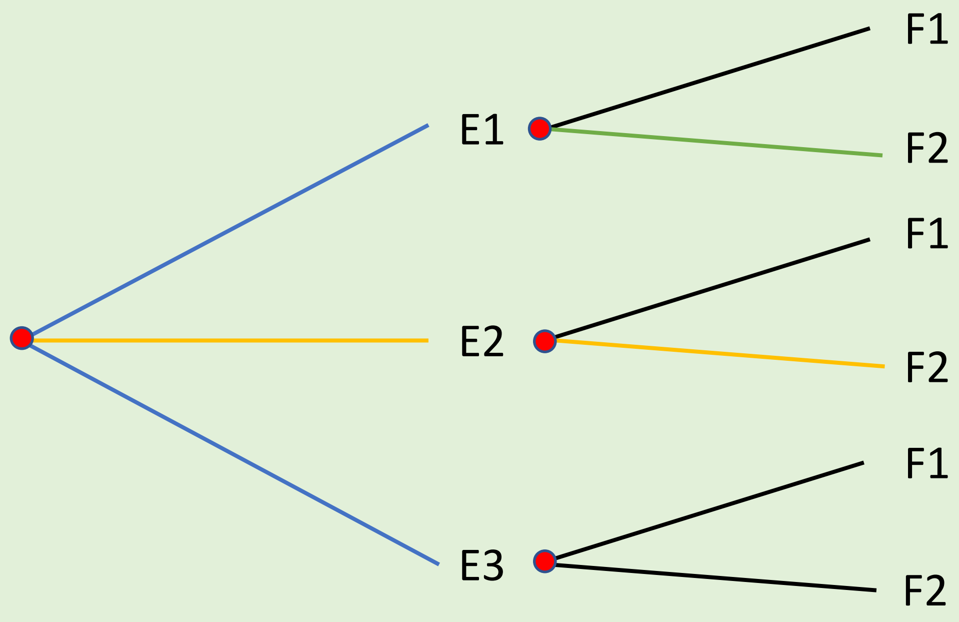
Mehrstufige Zufallsexperimente



Mehrstufige Zufallsexperimente

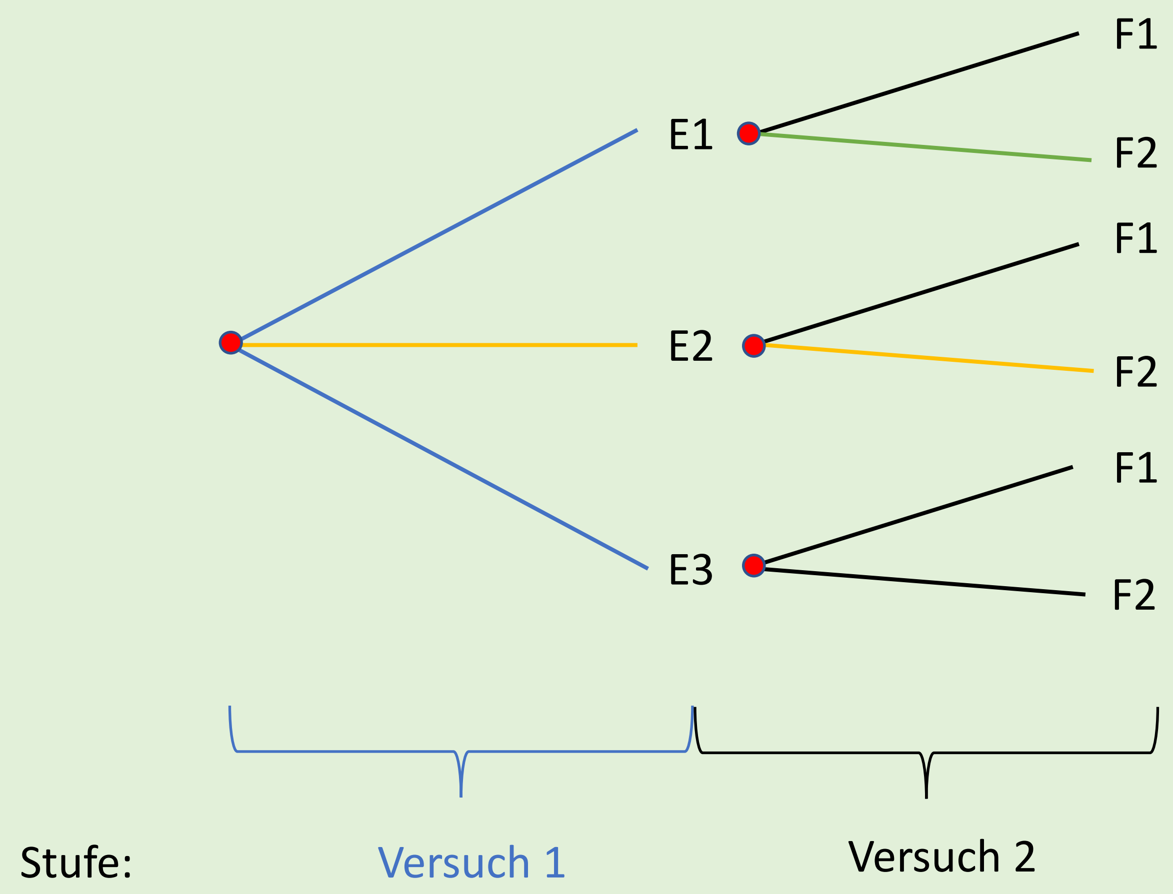


Begriffe am Baumdiagramm

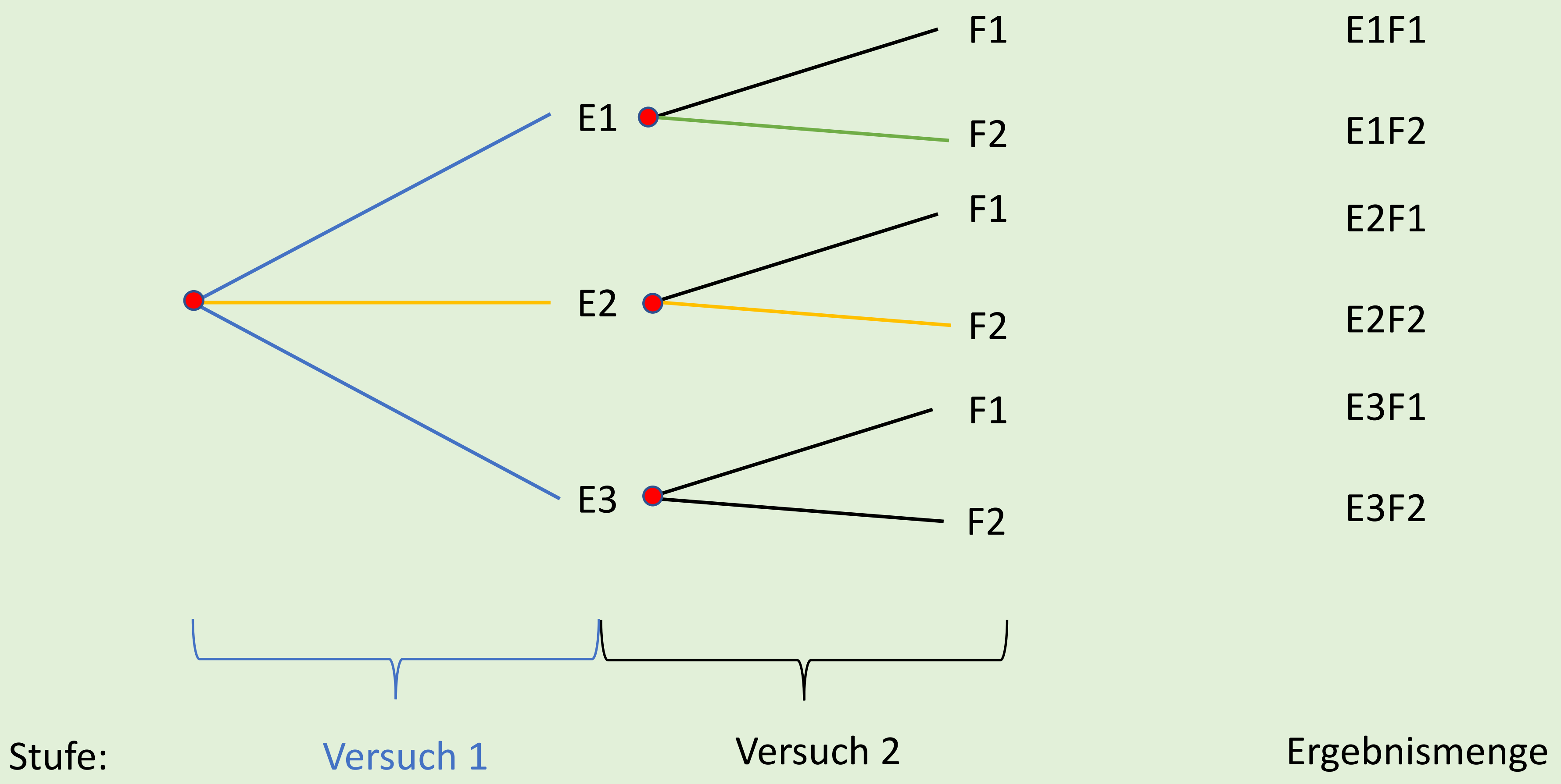


Stufe:

Begriffe am Baumdiagramm

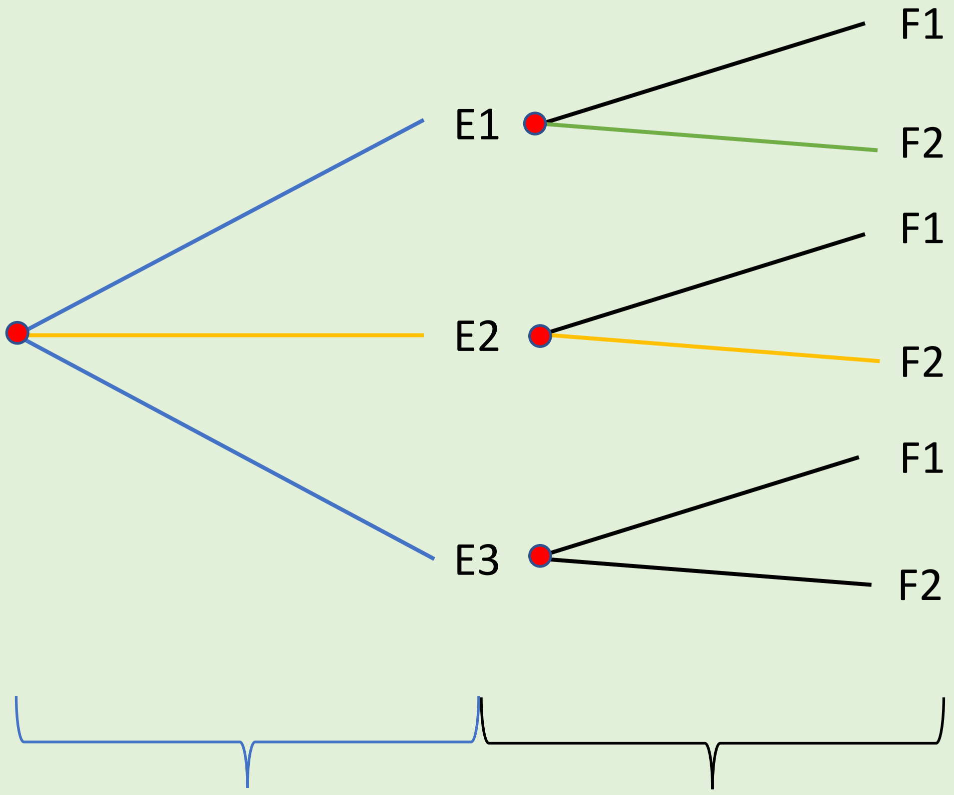


Begriffe am Baumdiagramm



Begriffe am Baumdiagramm

Knoten
Ast
Pfad

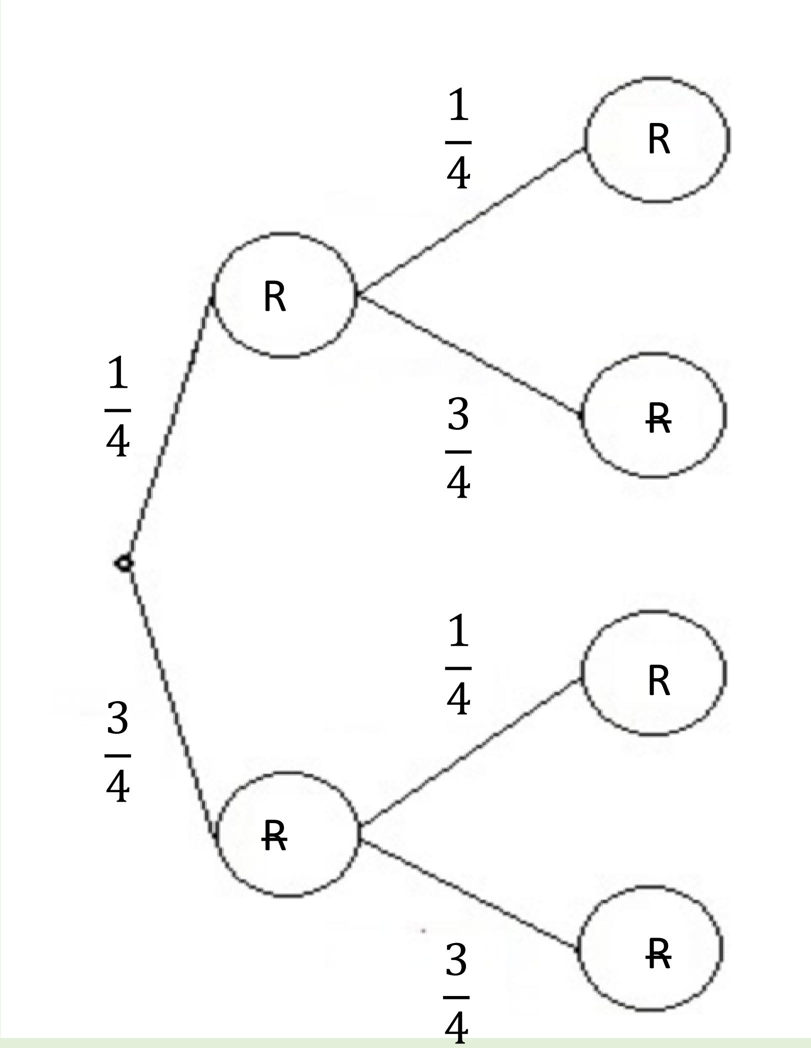


E1F1
E1F2
E2F1
E2F2
E3F1
E3F2

Stufe: Versuch 1 Versuch 2 Ergebnismenge

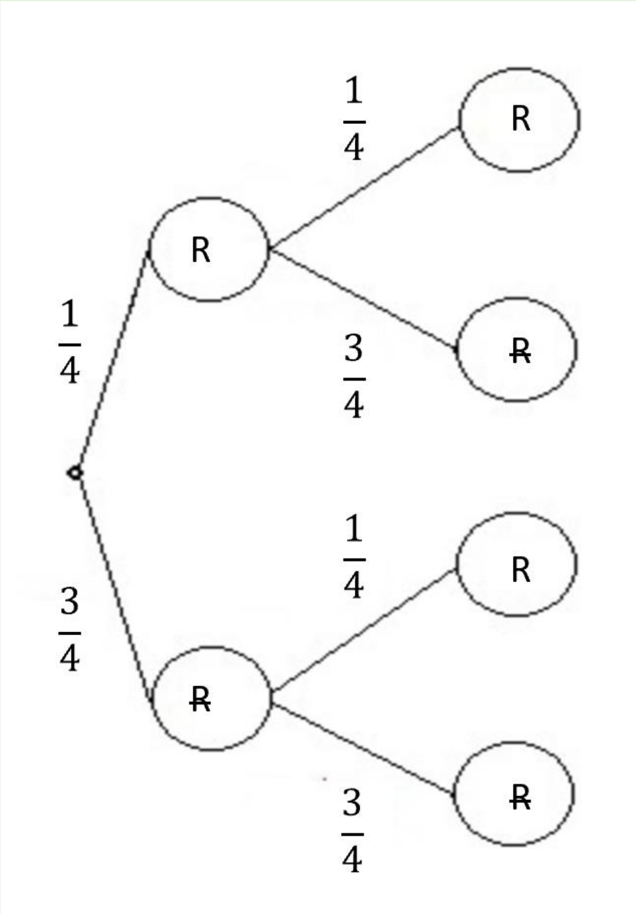
Erarbeitung der Pfadregeln

2x drehen



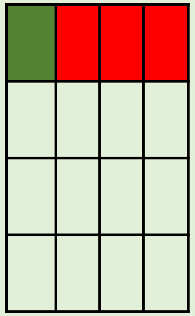
A…Hauptgewinn (2xrot)
B…Trostpreis (1xrot)

1. Pfadregel:
Die Wahrscheinlichkeit für ein **Ergebnis** eines mehrstufigen Zufallsexperiments erhält man indem man die Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Äste (Teilvorgänge) **multipliziert**.



1. Ansatz:

$\frac{1}{4}$ *von* $\frac{1}{4}$

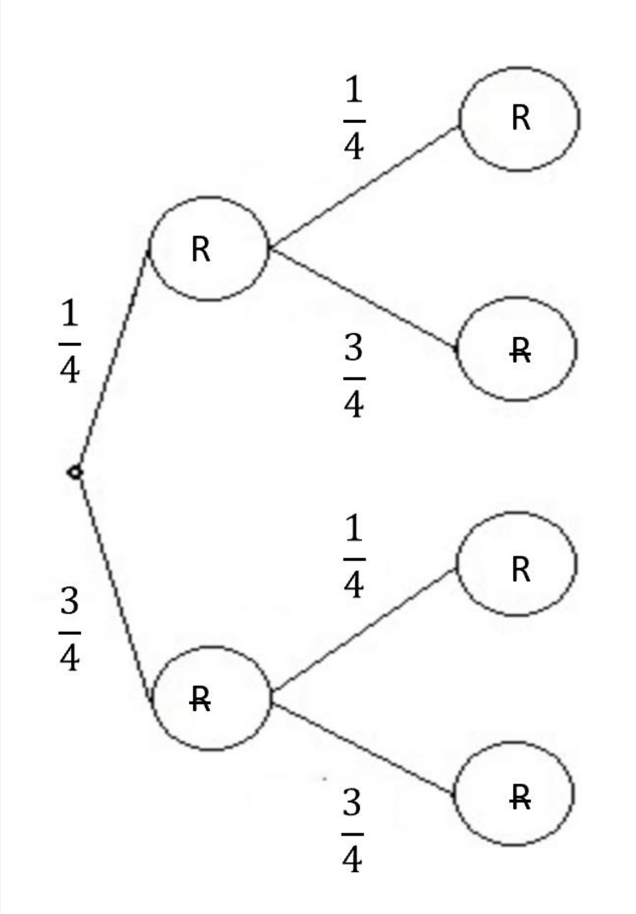


2. Ansatz:

800 Personen beim Schulfest
1.Stufe→ 200 Personen beim 1. Mal rot
2. Stufe→ 50 Personen beim 2. Mal rot

$$\frac{50}{800} = \frac{1}{16}$$

2. Pfadregel:
Die Wahrscheinlichkeit für ein **Ereignisses** eines mehrstufigen Zufallsexperiments welches aus mehreren Pfaden (Ergebnissen) besteht, erhält man indem man die Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Pfade (Ergebnisse) **addiert**.



<u>1. Ansatz:</u>

über die Summe $\frac{16}{16}$ und die Wahrscheinlichkeiten

der einzelnen Pfade

<u>2. Ansatz:</u>

Über Zerlegung in Laplace

Die Vier-Felder-Tafel

<u>Tag des Buches:</u>

Mädchen: 8 lesen, 2 nicht
Jungen: 10 von 14 lesen

	Mädchen	Jungen	Summe
Lesen	8	10	
Nicht lesen	2	4	
Summe			

Die Vier-Felder-Tafel

<u>Tag des Buches:</u>

Mädchen: 8 lesen, 2 nicht
Jungen: 10 von 14 lesen

	Mädchen	Jungen	Summe
Lesen	8	10	18
Nicht lesen	2	4	6
Summe	10	14	24

Die Vier-Felder-Tafel

Tag des Buches:

Mädchen: 8 lesen, 2 nicht
Jungen: 10 von 14 lesen

	Mädchen	Jungen	Summe
Lesen	8	10	18
Nicht lesen	2	4	6
Summe	10	14	24

P(M,L)= $\frac{8}{24}$

Inhalt

- Wiederholung:
  1. Mehrstufige Zufallsexperimente
  2. Begriffe am Baumdiagramm
  3. Erarbeitung der Pfadregeln 1 und 2
  4. Alternative: Die Vier-Felder-Tafel
- Stochastische Modelle
  1. Modellierung
  2. Urnenmodell
  3. Exkurs: Fächermodell
- Stundenentwurf

Stochastische Modelle

1. Modellierung
   - Definition
   - Modellierungskreislauf
2. Urnenmodell
   - Definition (math.) Modell
   - Definition Urnenmodell
   - Bezug zum didaktischen Prinzip
   - Arten der Ziehungen (Abhängigkeit und Unabhängigkeit)

Lernbereich 5: Zufällige Ereignisse	**14 Ustd.**
Einblick gewinnen in die Simulation von Zufallsversuchen, auch mit Taschenrechner und anderen digitalen Medien	Monte-Carlo-Methode
Kennen abhängiger und unabhängiger Ereignisse	
Übertragen des kombinatorischen Zählens auf das Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten	Schreibweise $n!$
Beherrschen des Ermittelns von Wahrscheinlichkeiten für Ergebnisse und Ereignisse bei mehrstufigen Zufallsversuchen mit Hilfe des Baumdiagramms und der Pfadregeln	⇒ Methodenkompetenz → Kl. 7, LB 2 Galtonbrett

Sächsisches Staatsministerium für Kultus, 2019, S.34

Modellierung: Definition

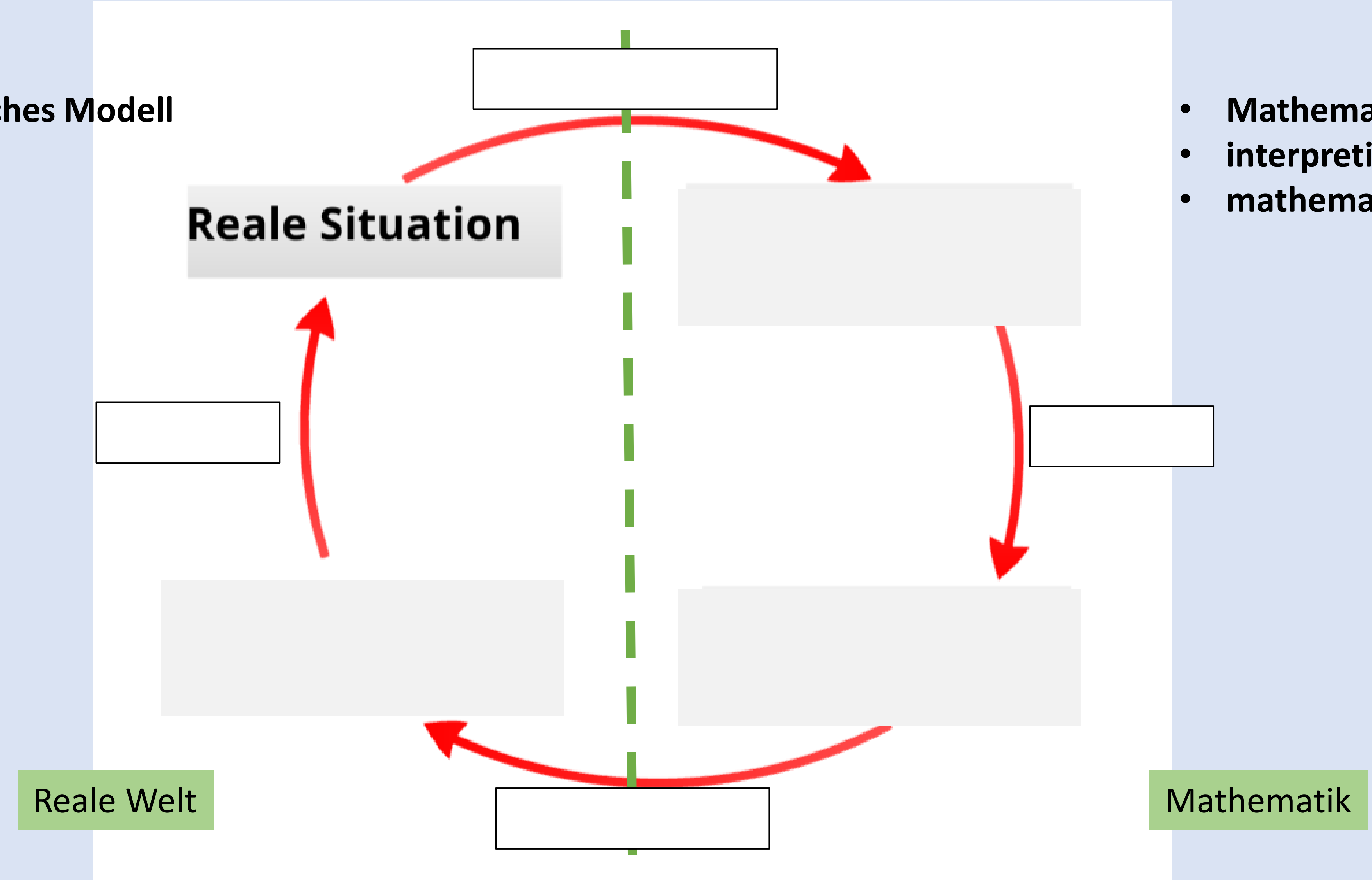
<u>Bildungsstandards für das Fach Mathematik:</u>

- Lösen eines realen Problems mit Hilfe von Mathematik
- Übersetzen zw. Realsituationen und mathematischen Begriffen
- Spektrum:
  - Standardmodelle (z. B. proportionale Zuordnung)
  - komplexere Modellierungen (z. B. geometrische Konstruktionen, Sinusfunktion, Exponentialfunktion, Zufallsexperimente)

(KMK, i.d.F. von 2022, S.11)

Modellierungskreislauf

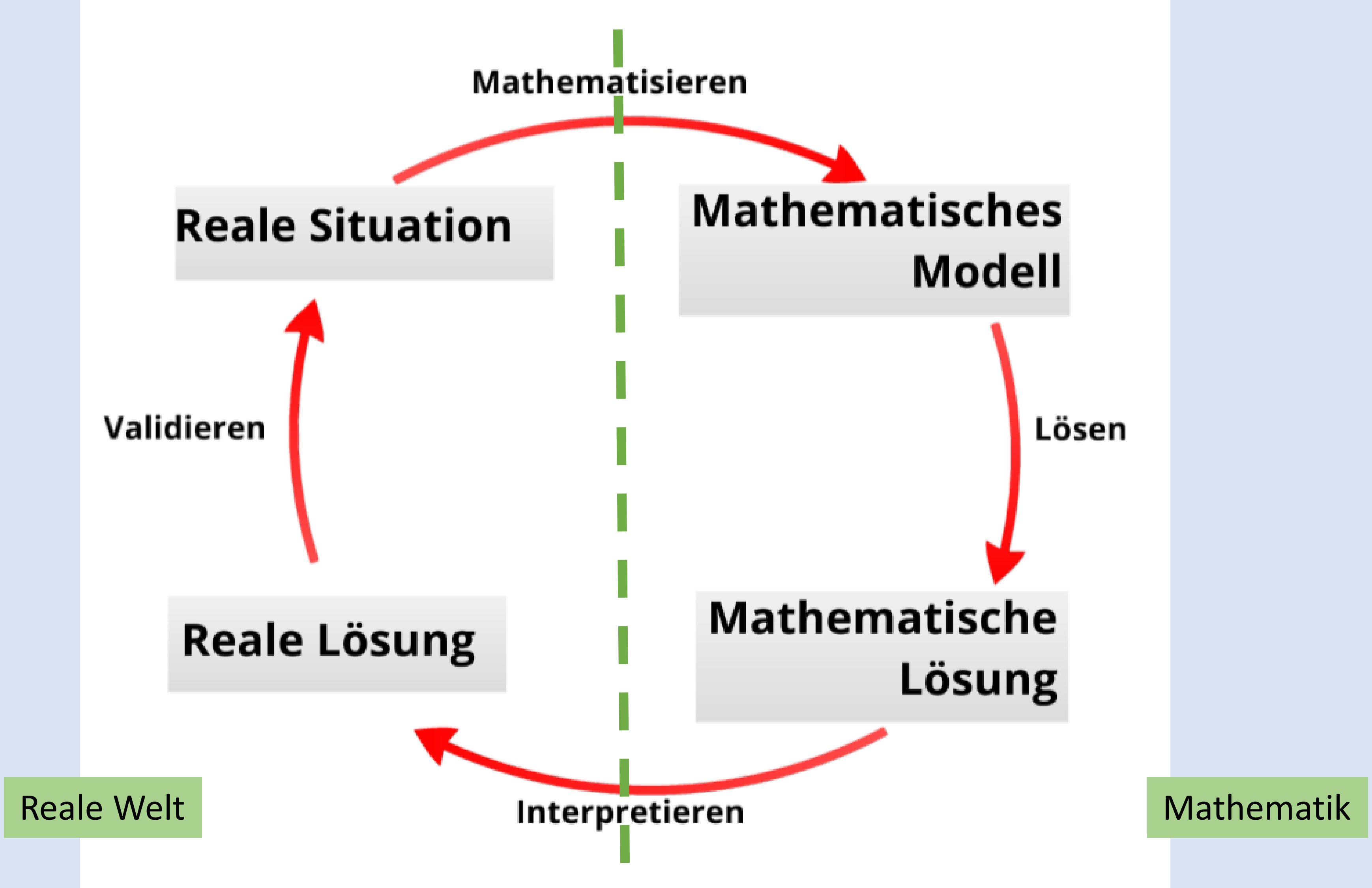
- **Mathematisches Modell**
- **lösen**
- **validieren**
- **Reale Lösung**



- **Mathematische Lösung**
- **interpretieren**
- **mathematisieren**

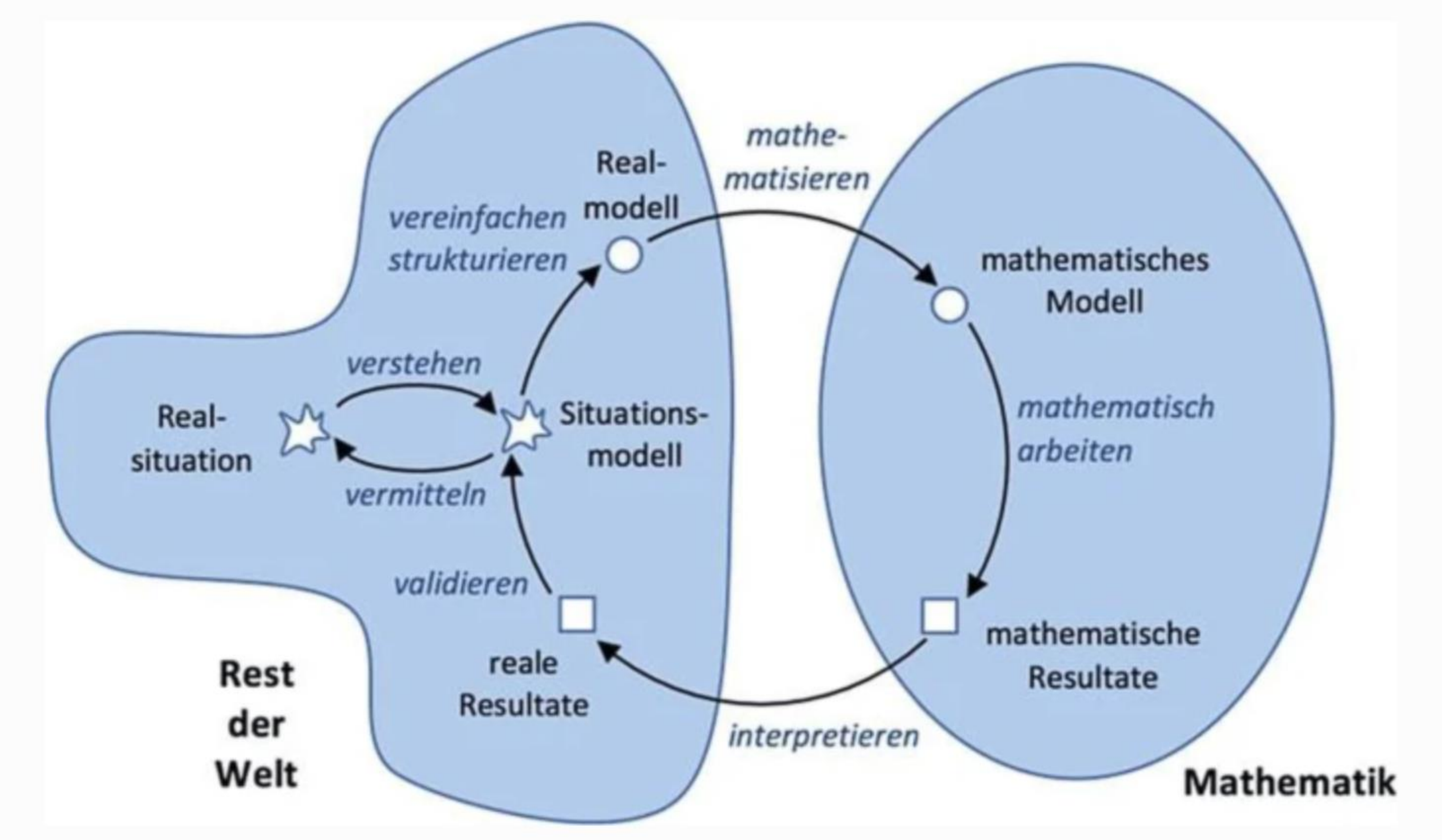
(Luther, 2012)

Modellierungskreislauf



(Luther, 2012)

Modellierungskreislauf



(Blum & Leiß, 2005, S. 19)

Das Urnenmodell

1. Definition Modell
2. Definition mathematisches Modell
3. Urnenmodell im Bezug zum didaktischen Prinzip
4. Arten der Ziehungen

Was ist ein Modell?

Wozu dient ein mathematisches Modell?

Definition: Modell

- lat.: „modulus“ : Maßstab in der Architektur
- vereinfachende Darstellung der Realität
- nur gewisse, einigermaßen objektivierbare Teilaspekte

(Morherr, 2010, S. 6)

Definition: mathematisches Modell

- mathematische Sprache zur Beschreibung eines Systems
- erfassen wesentlicher Parameter meist natürlicher Phänomene in berechenbaren Rahmen zu nutzen
- kann berechnet und wissenschaftlich beschrieben werden

(Morherr, 2010, S. 8)

Was versteht man unter dem Urnenmodell?

Welche Eigenschaften hat das Urnenmodell?

Das Urnenmodell: Definition

- Betrachten von Ziehvorgängen (z.B. ziehen eines Loses, Auswahl einer Person, …)
- Urnenmodell simuliert solche Ziehvorgänge
- aus Gefäß (Ziehungsurne) werden gleichartige, aber z.B. durch Färbung oder Nummerierung unterscheidbare Kugeln gezogen
- Eigenschaften:
  - Blickdicht (ziehen mit geschlossenen Augen)
  - Kugeln nicht haptisch unterscheidbar
  - Zwischen den Ziehungen wieder gut durchmischen

Mathematik heute 8 (S.188)

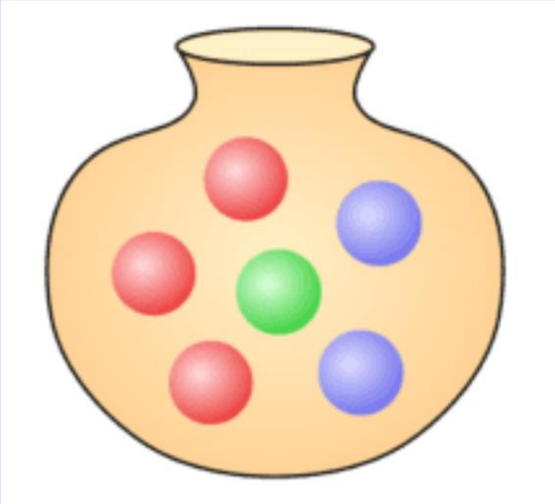
Welche Aufgaben hat das Urnenmodell in der Schule?

Welche didaktische Prinzip lässt sich erkennen?

Das Urnenmodell: Bezug zum EIS-Prinzip

E-I-S

https://c.wgr.de/f/verlage/schroedel/
efathom_schroedel/4_mod/E_1.html



https://www.geogebra.org/m/QDEdMdEM

- 1x ZmZ / ZoZ
- Auswahl einer Person aus einer Gruppe
- Ziehen eines Loses

Welche Arten der Ziehung kennt ihr?

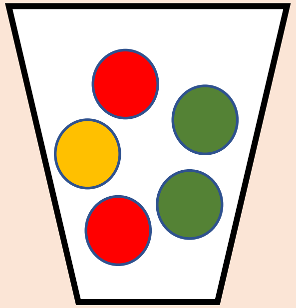
Das Urnenmodell: Arten der Ziehungen

(1) Ziehen mit Zurücklegen

(2) Ziehen ohne Zurücklegen

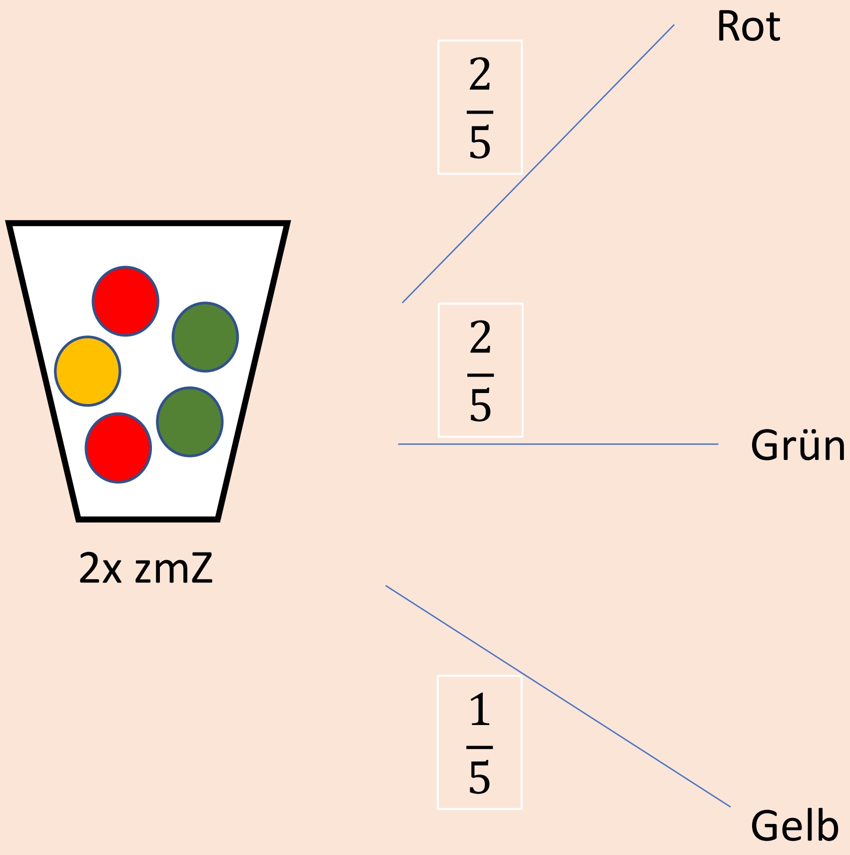
(3) Ziehen auf einen Griff

(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)

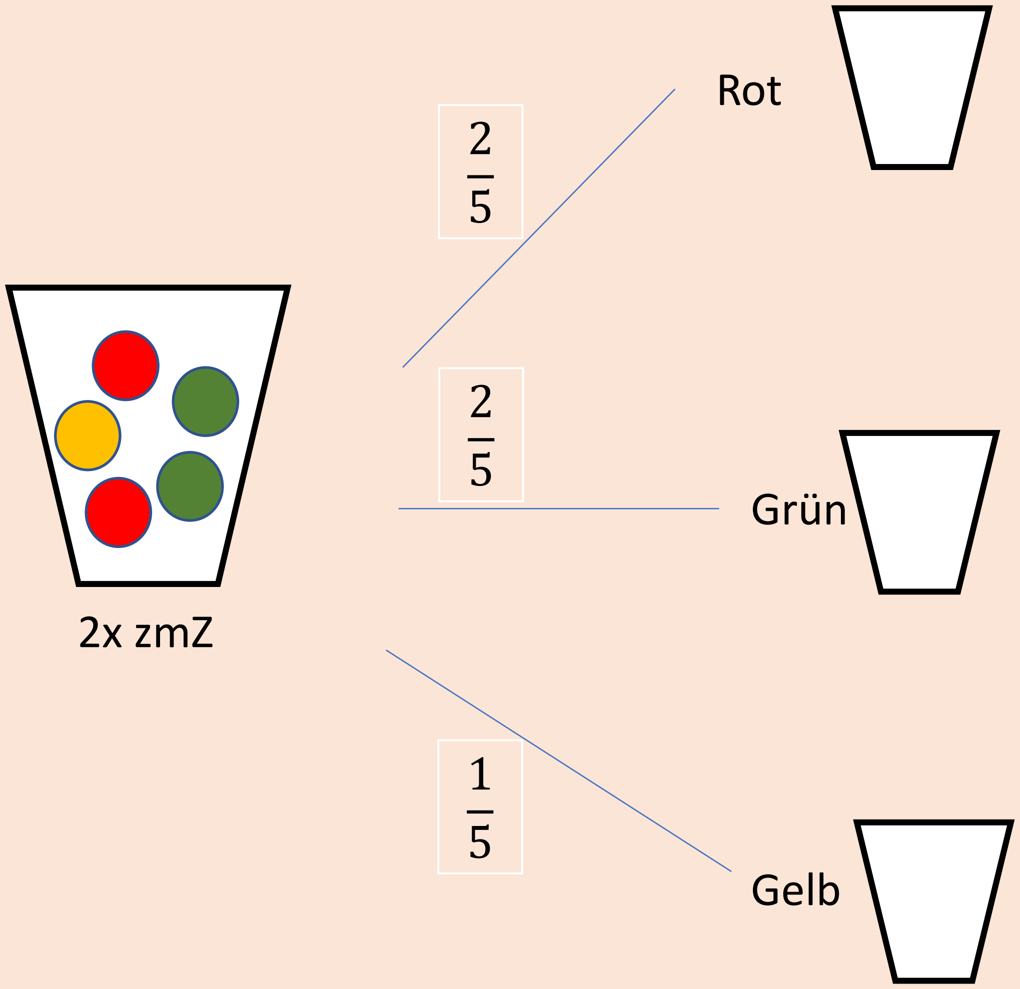


2x zmZ

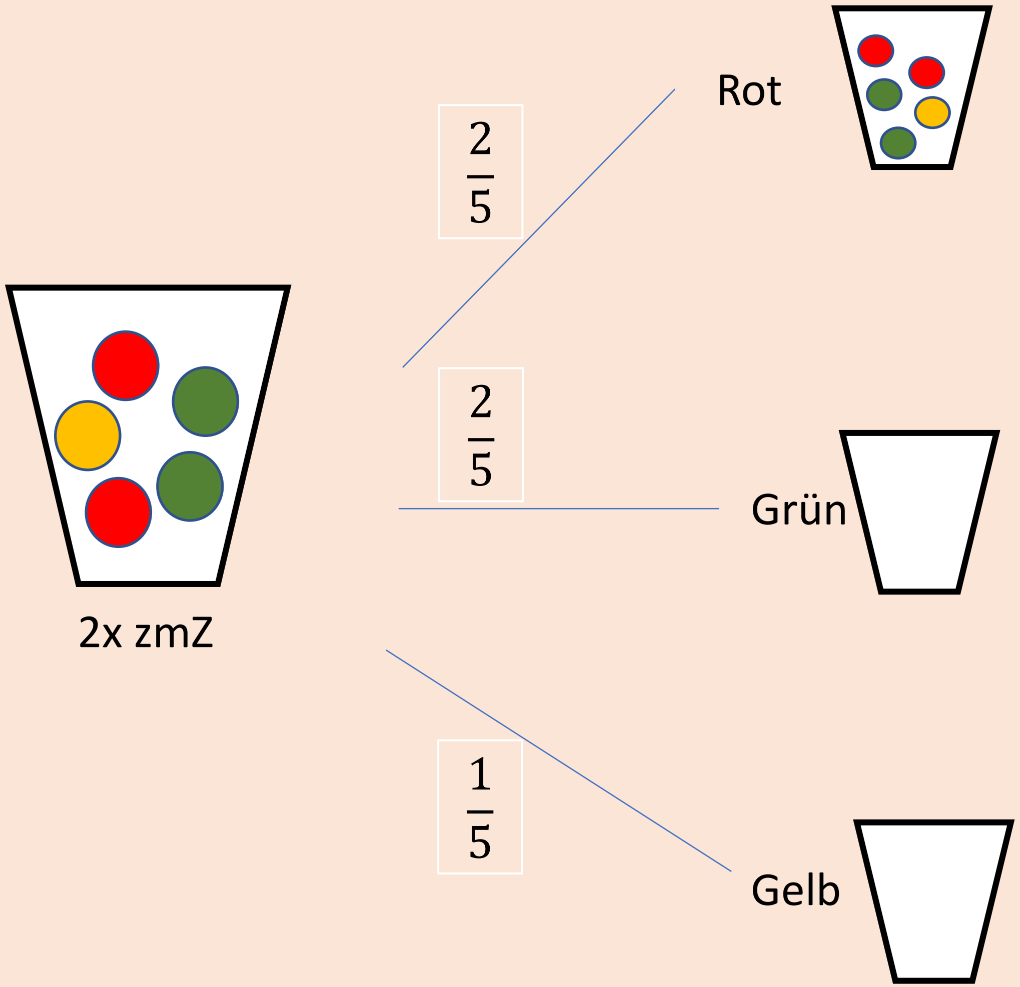
(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)



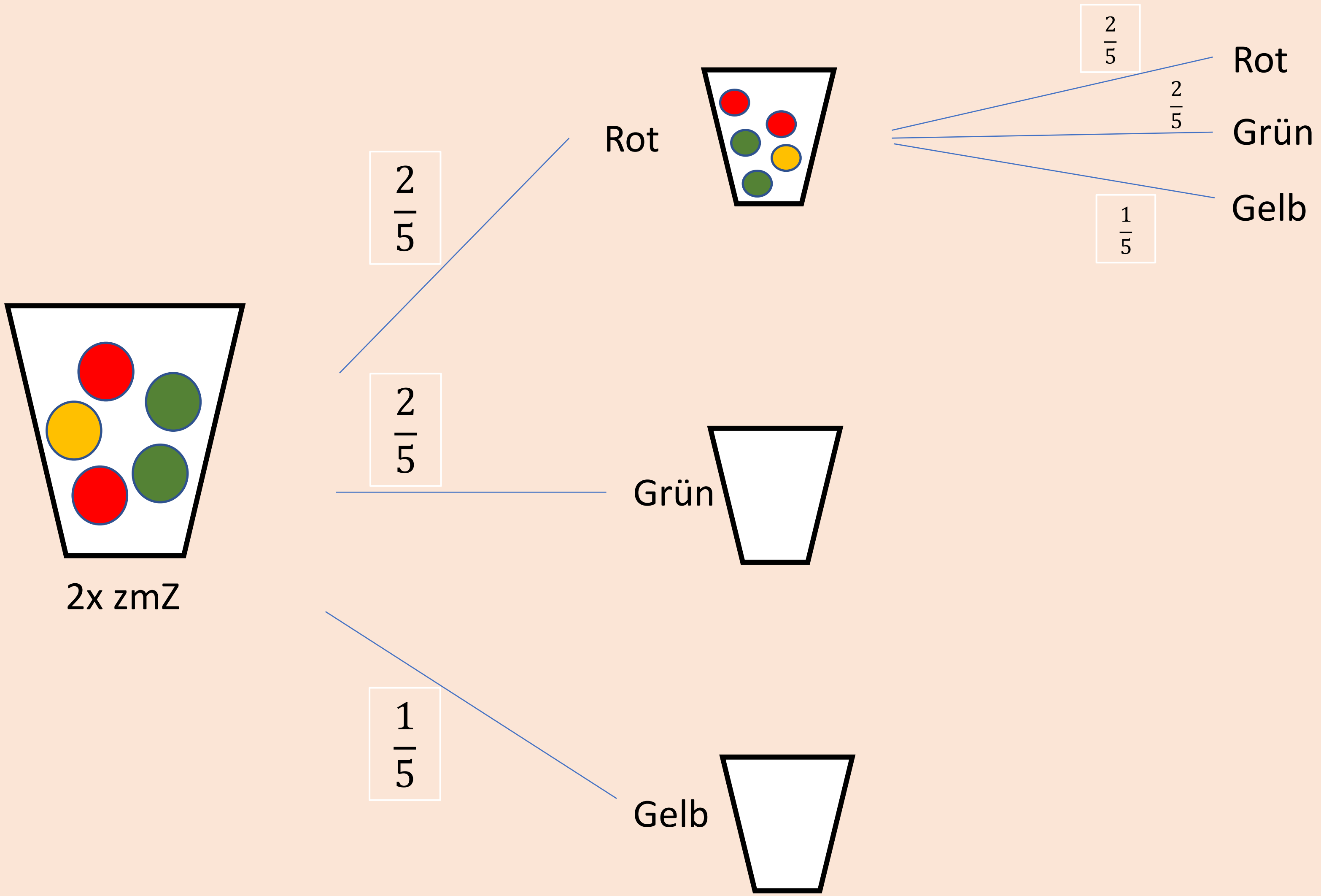
(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)



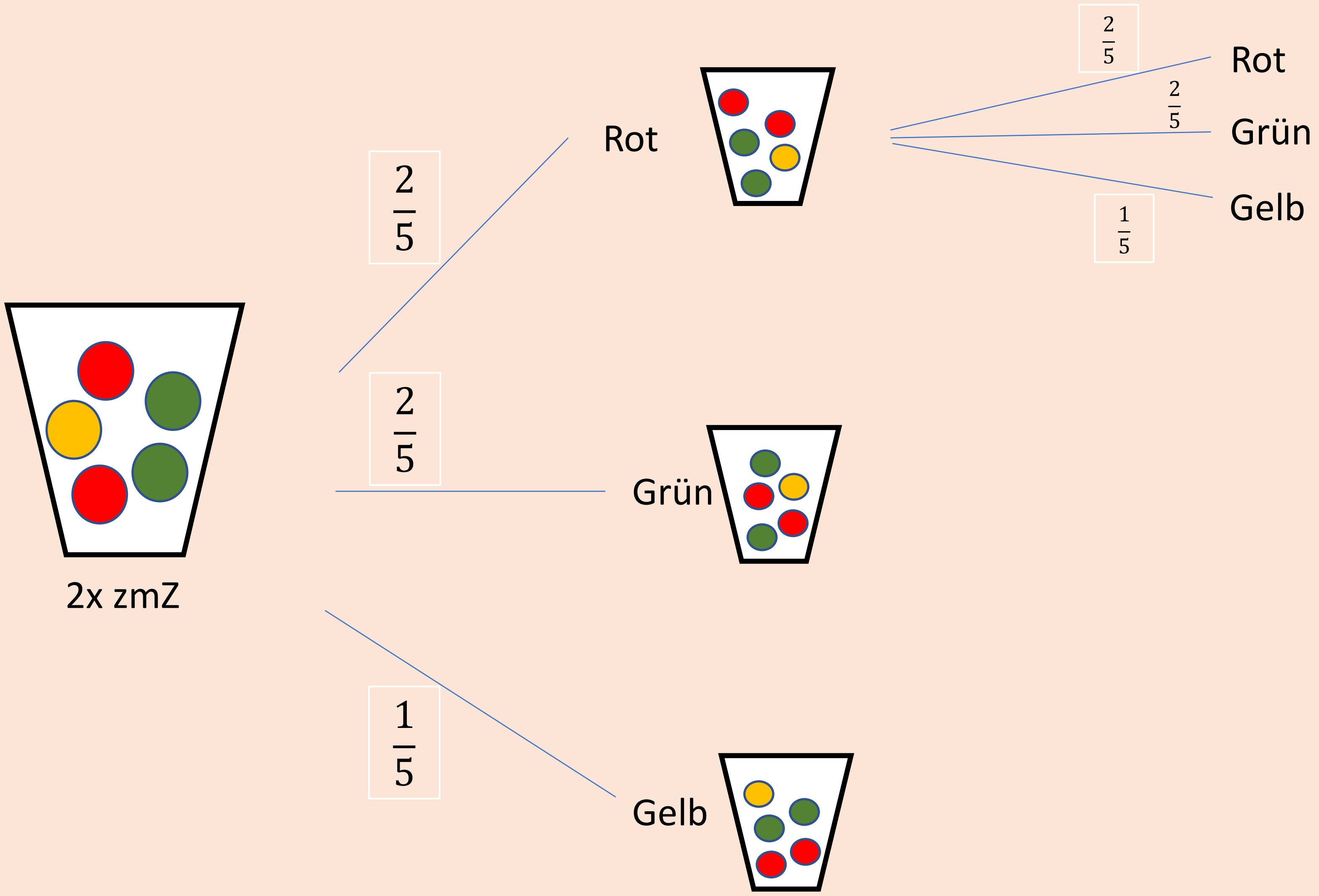
(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)



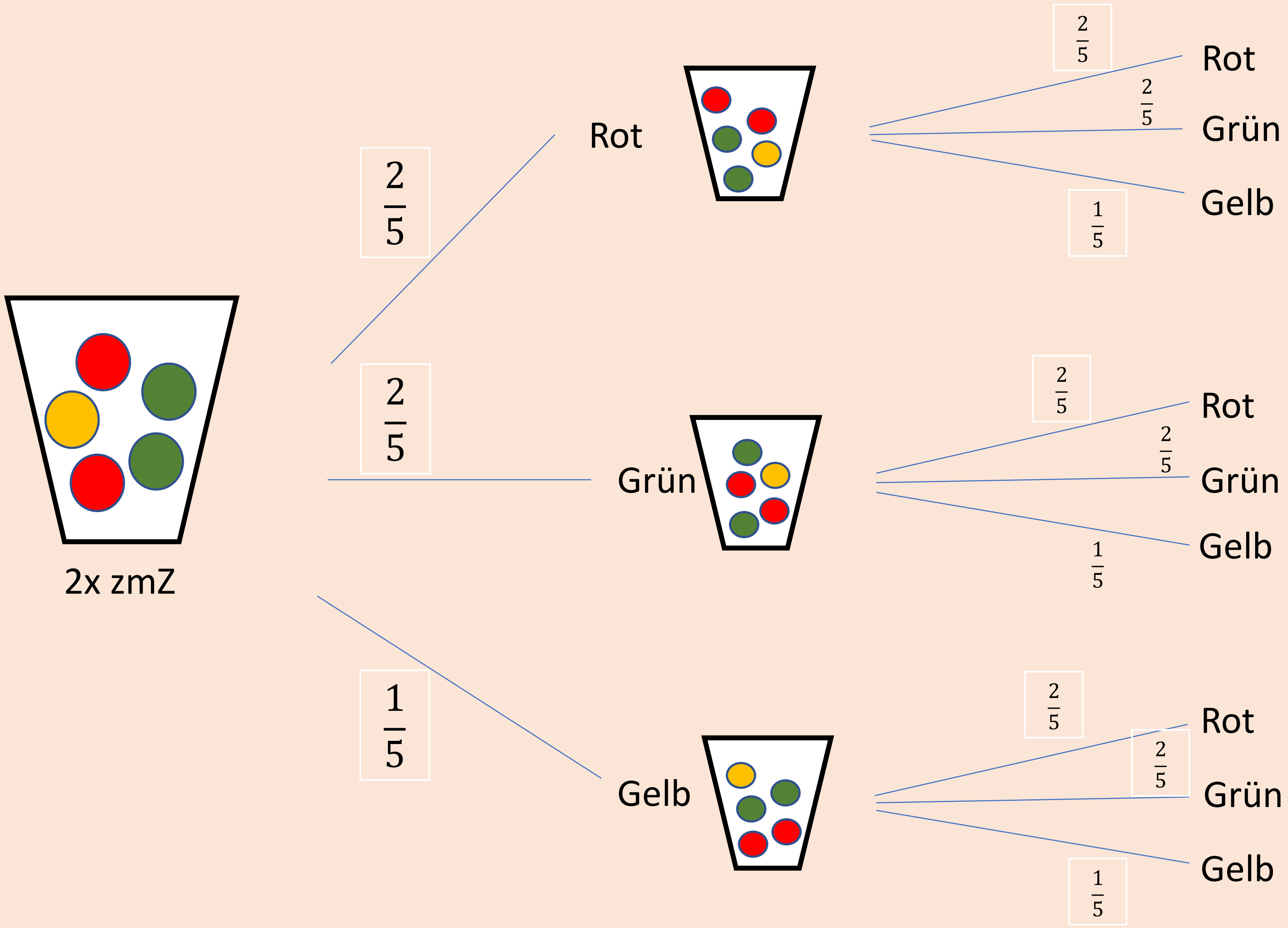
(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)



(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)



(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)

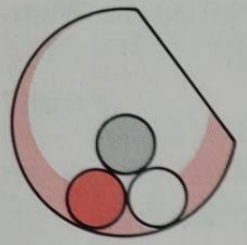


(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)

- gezogene Kugel wird vor nächstem Zug wieder ins Glas zurück gelegt
- Ursprünglicher Zustand wird wieder hergestellt
- Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Stufen stimmen wieder überein

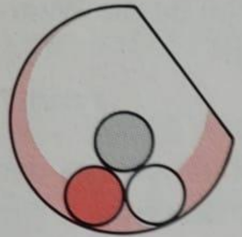
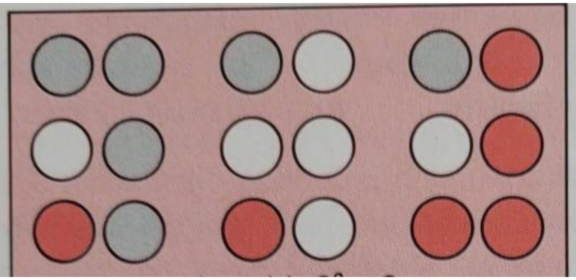
→ Wahrscheinlichkeit ist unabhängig vom Ergebnis der vorangegangen Ziehung

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten

n Kugeln k Ziehungen	mit Zurücklegen	ohne Zurücklegen
Beispiel:  $n=3$ $k=2$ Geordnete Stichprobe		
Ungeordnete Stichprobe		

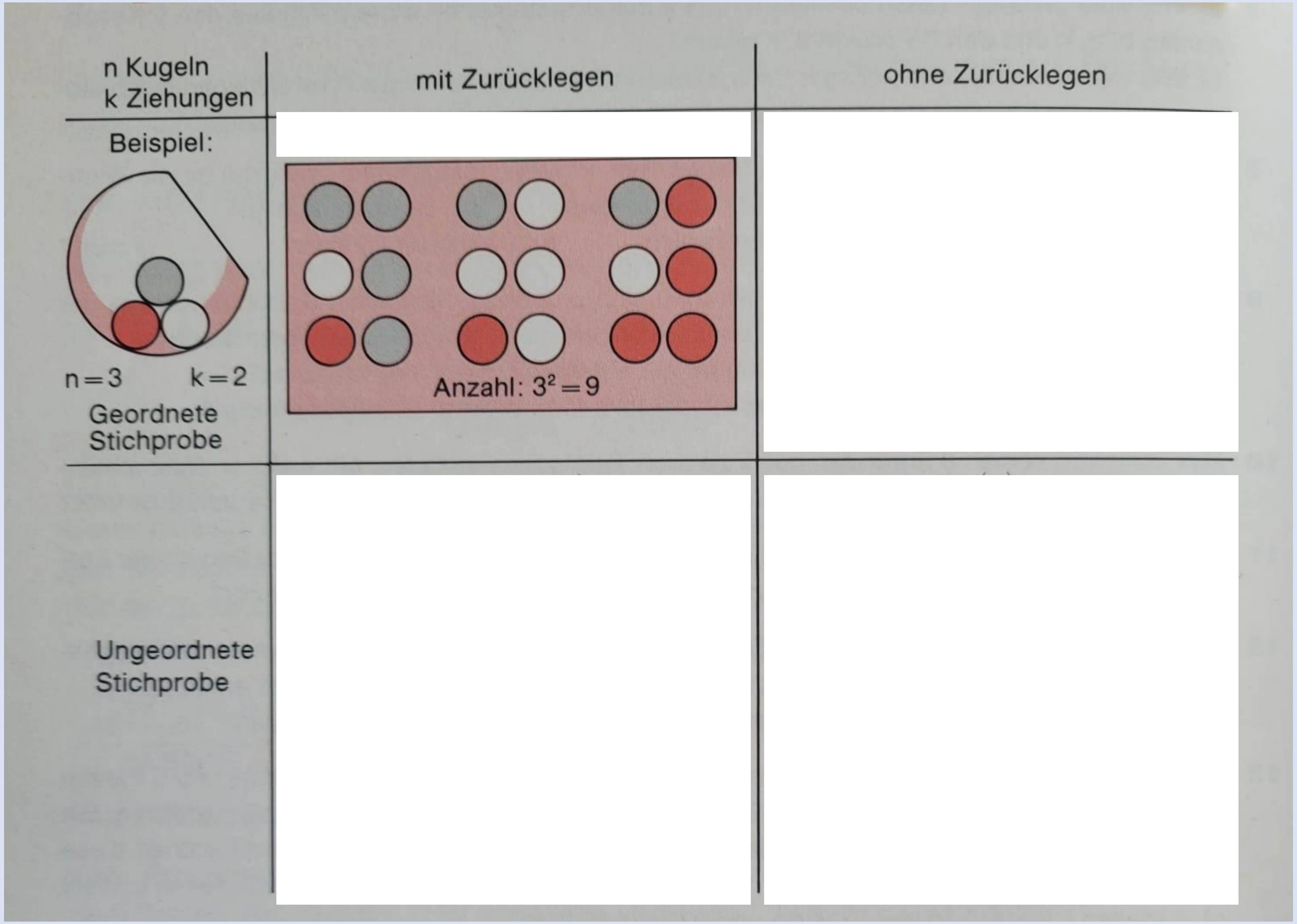
(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten

n Kugeln k Ziehungen	mit Zurücklegen	ohne Zurücklegen
Beispiel:  n=3 k=2 Geordnete Stichprobe		
Ungeordnete Stichprobe		

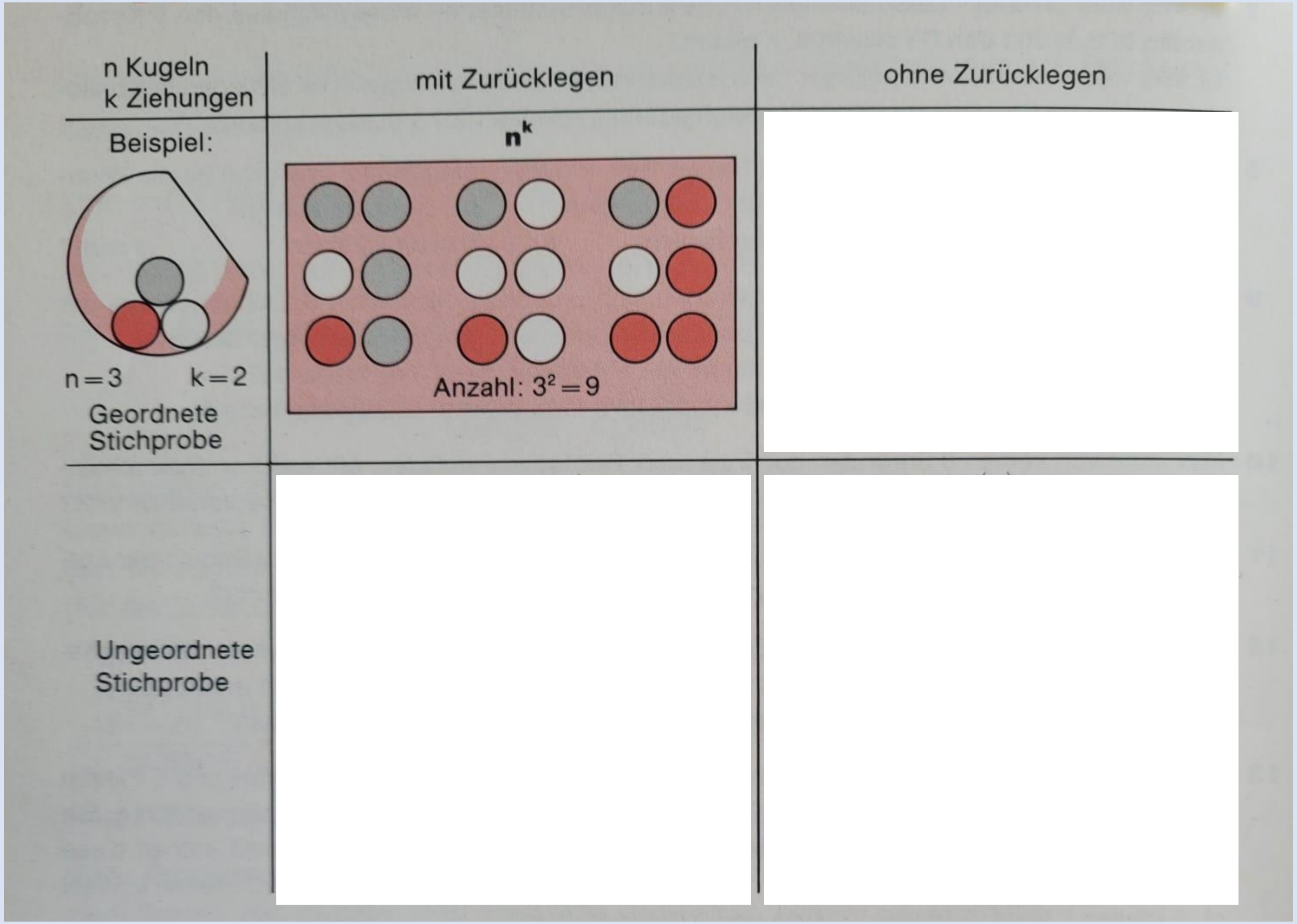
(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten



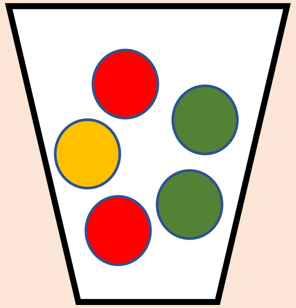
(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten



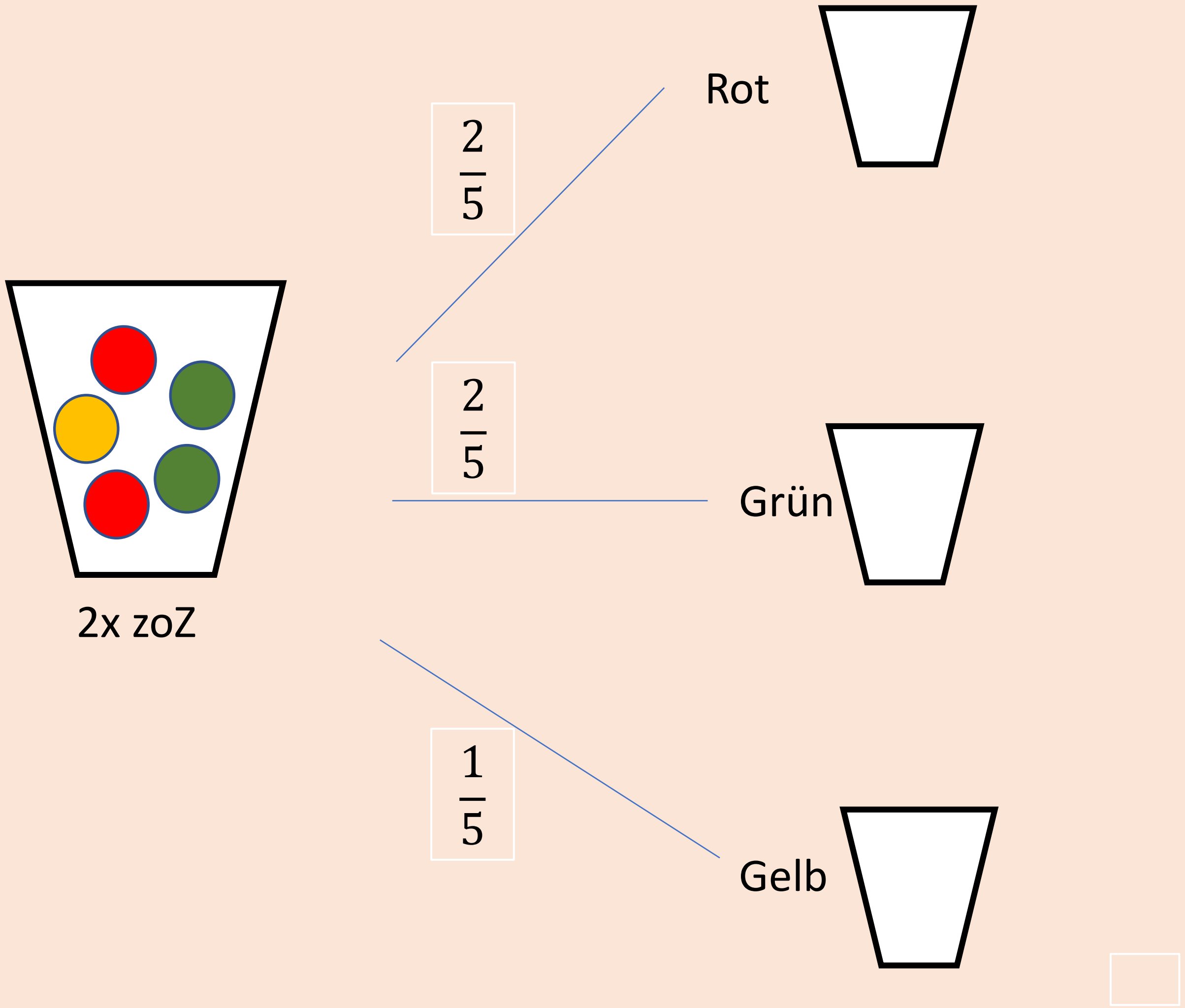
(Schmid & Stark, 1988, S.56)

(2) Ziehen ohne Zurücklegen (ZoZ)

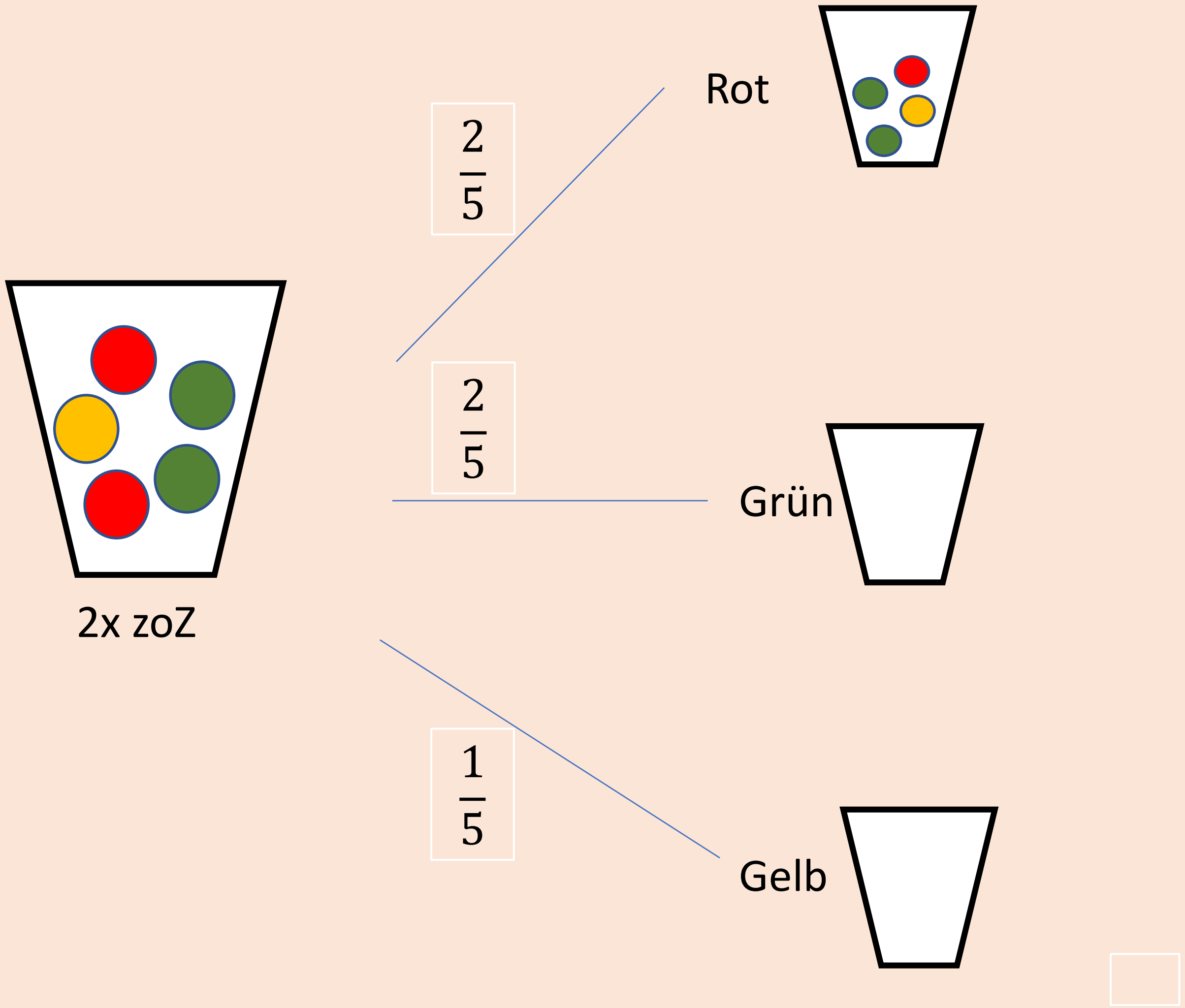


2x zoZ

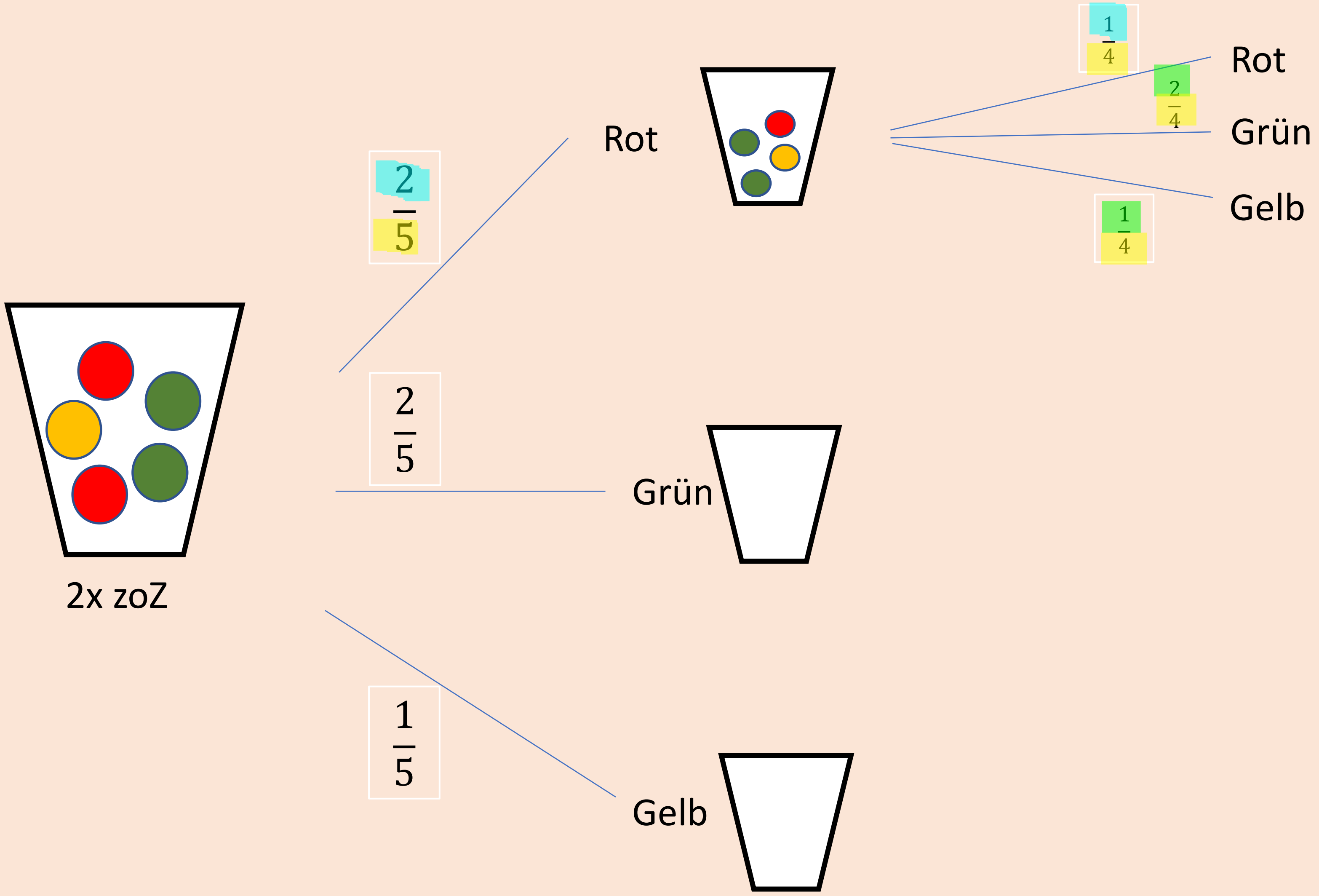
(2) Ziehen ohne Zurücklegen (ZoZ)



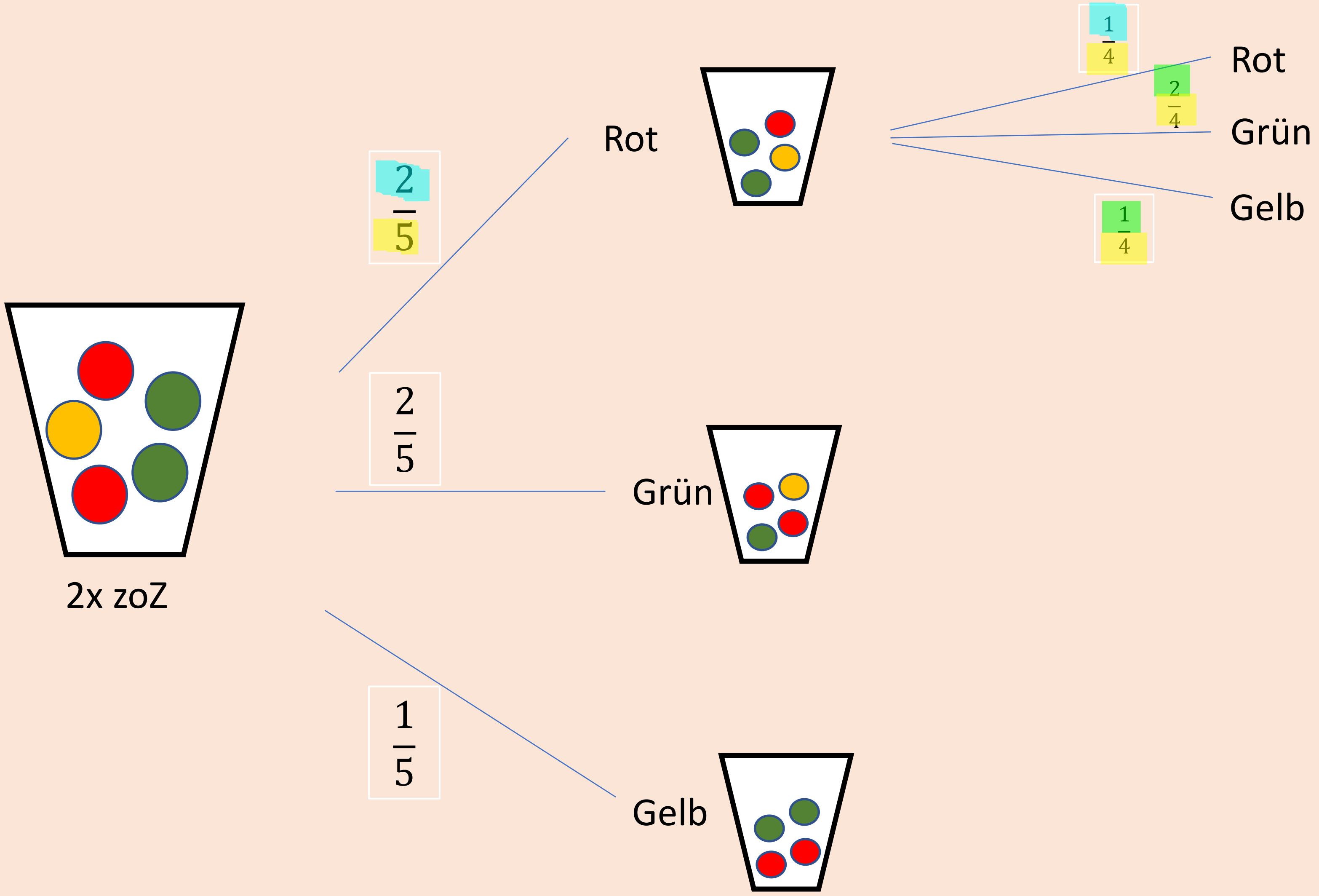
(2) Ziehen ohne Zurücklegen (ZoZ)



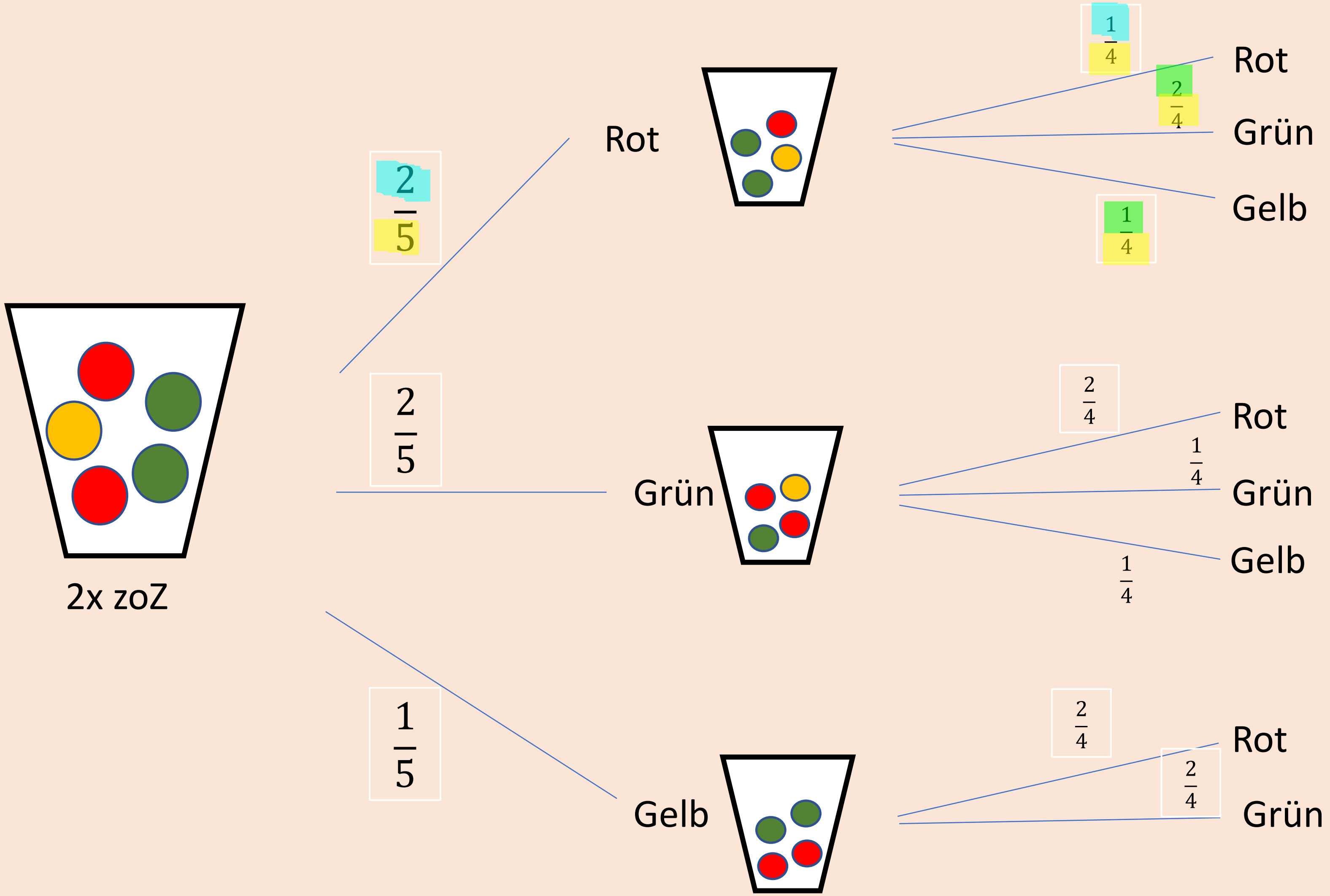
(2) Ziehen ohne Zurücklegen (ZoZ)



(2) Ziehen ohne Zurücklegen (ZoZ)



(2) Ziehen ohne Zurücklegen (ZoZ)



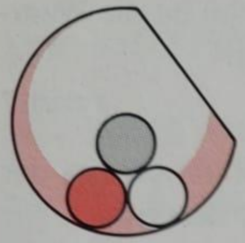
(2) Ziehen ohne Zurücklegen (ZoZ)

- Anzahl aller möglichen Kugeln wird weniger
- Wahrscheinlichkeiten bei der nächsten Ziehung ändern sich

→Wahrscheinlichkeit ist abhängig vom Ergebnis der vorangegangen Ziehung

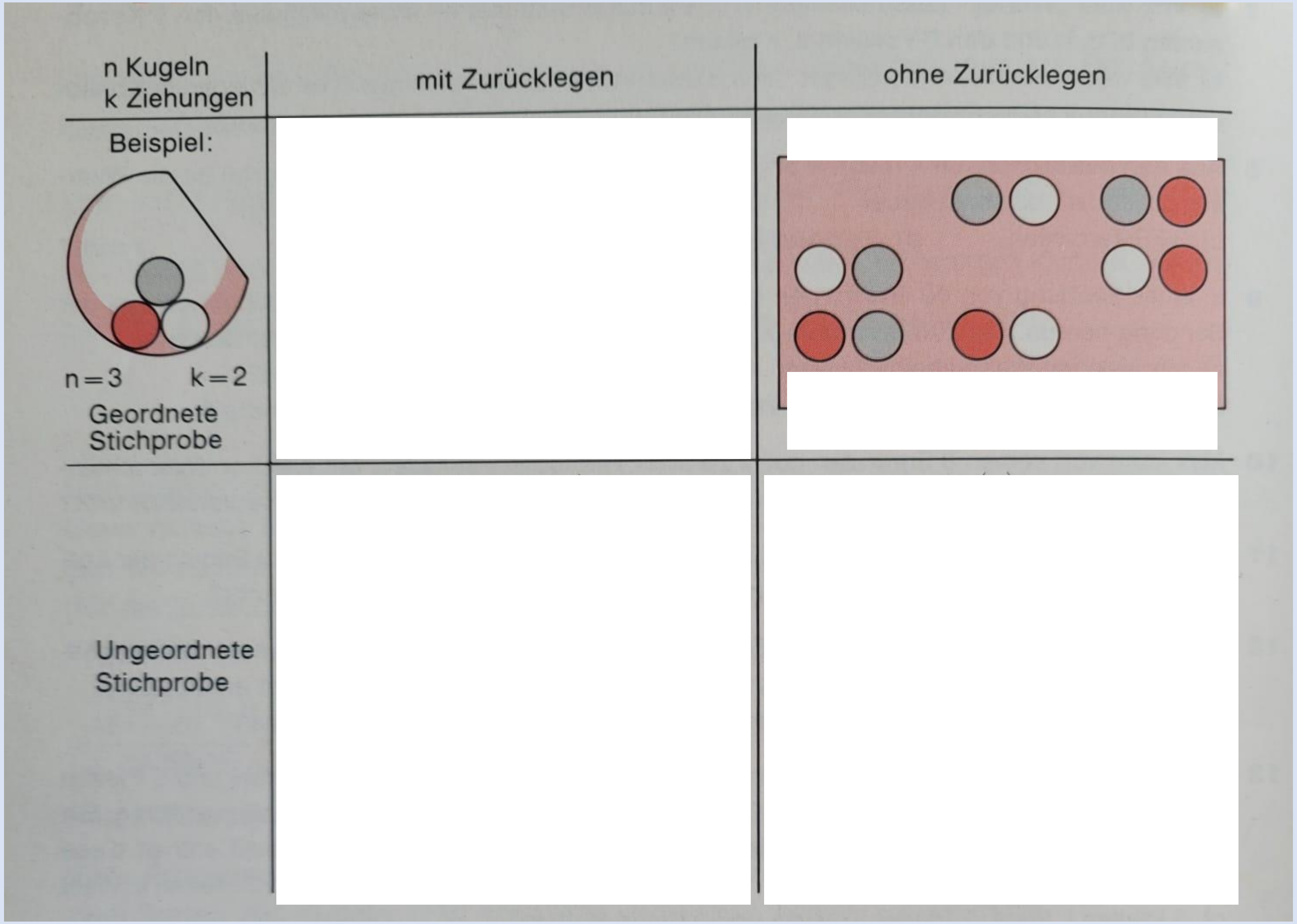
- Äste mit unmöglichem Ereignis entfallen

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten

n Kugeln k Ziehungen	mit Zurücklegen	ohne Zurücklegen
Beispiel:  n=3 k=2 Geordnete Stichprobe		
Ungeordnete Stichprobe		

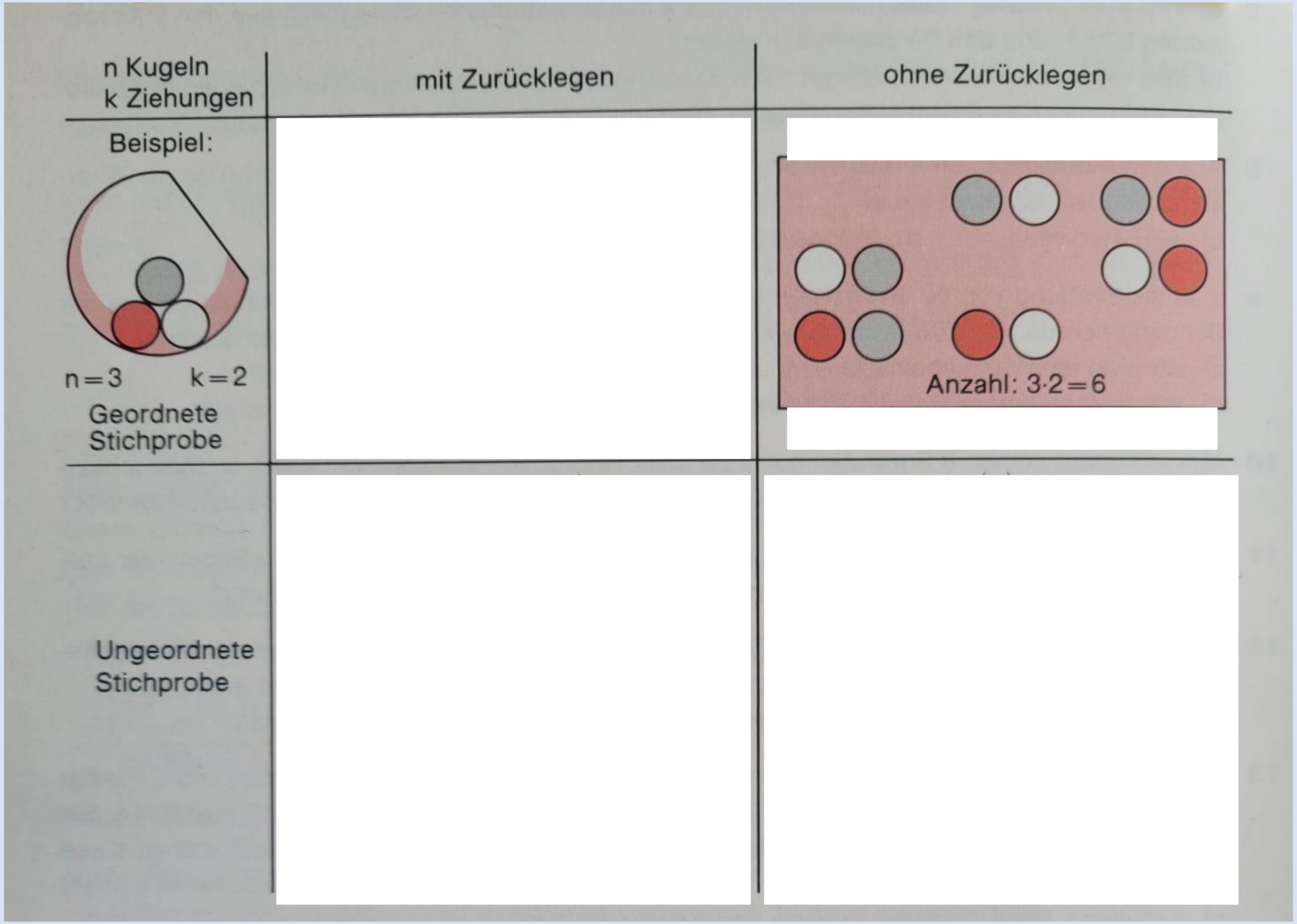
(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten



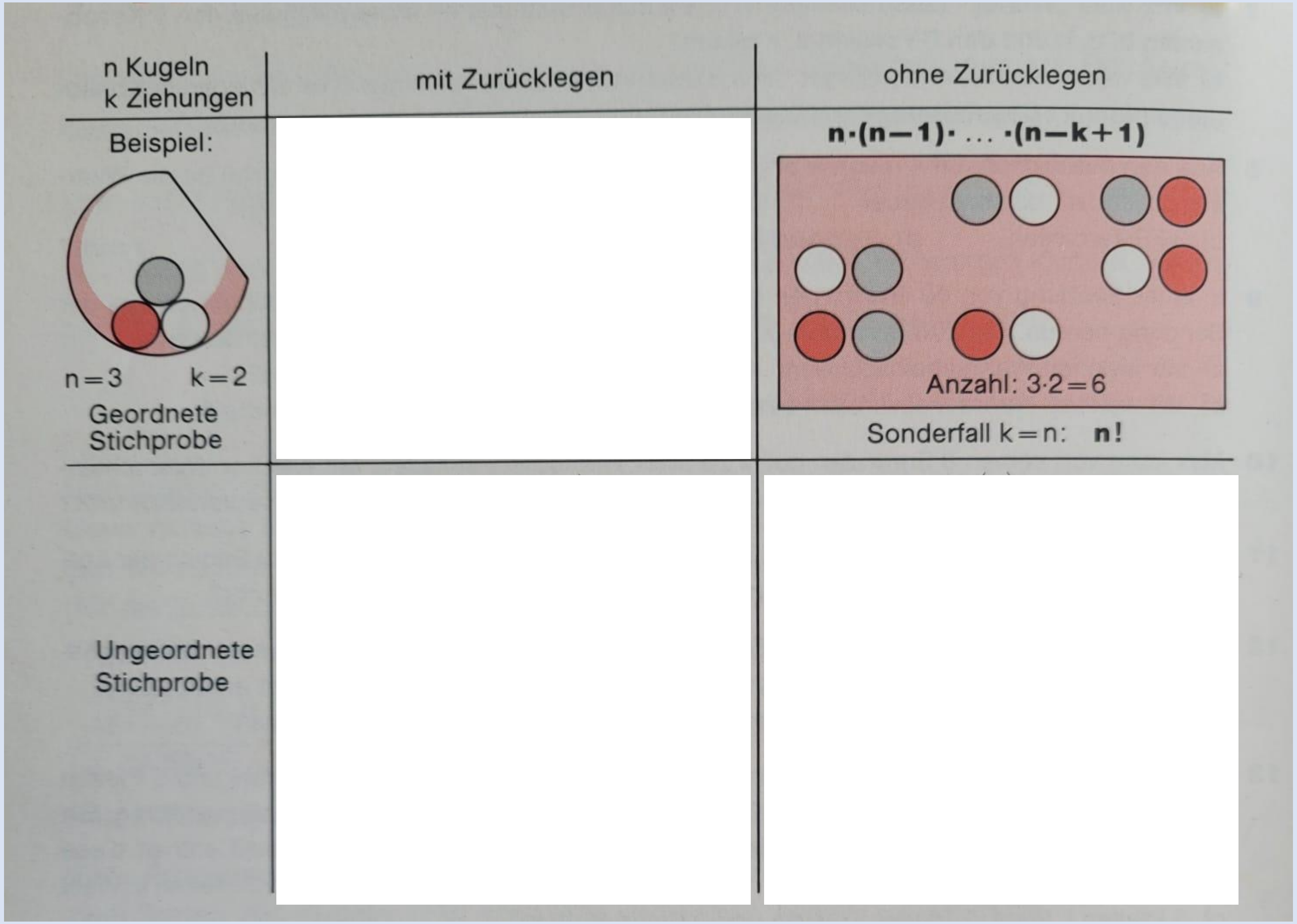
(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten



(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten

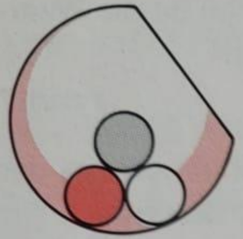


(Schmid & Stark, 1988, S.56)

(3) Ziehen auf einen Griff

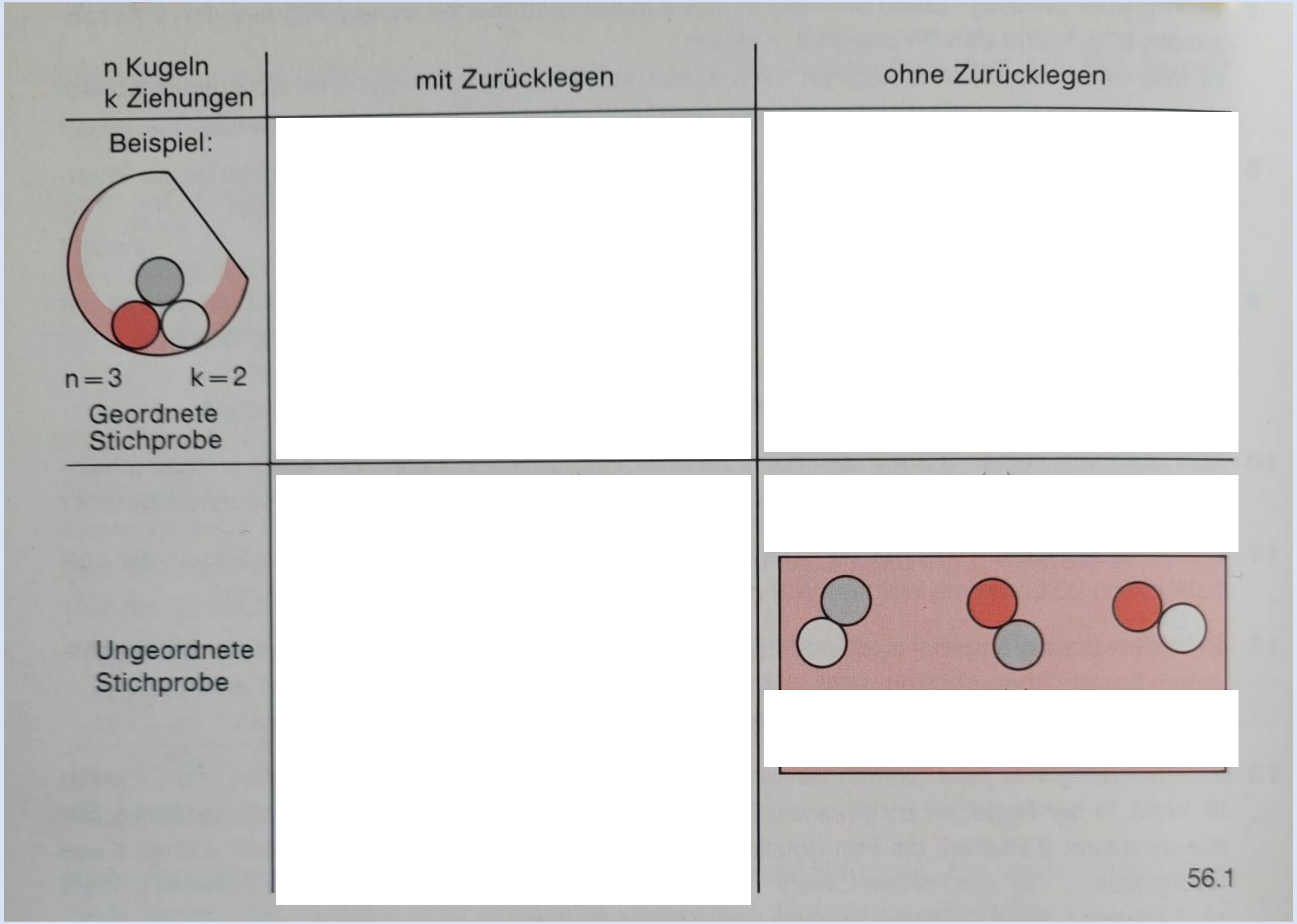
- Lässt sich als Ziehen ohne Zurücklegen betrachten
- Aber: Reihenfolge uninteressant

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten

n Kugeln k Ziehungen	mit Zurücklegen	ohne Zurücklegen
Beispiel:  $n=3$ $k=2$ Geordnete Stichprobe		
Ungeordnete Stichprobe		

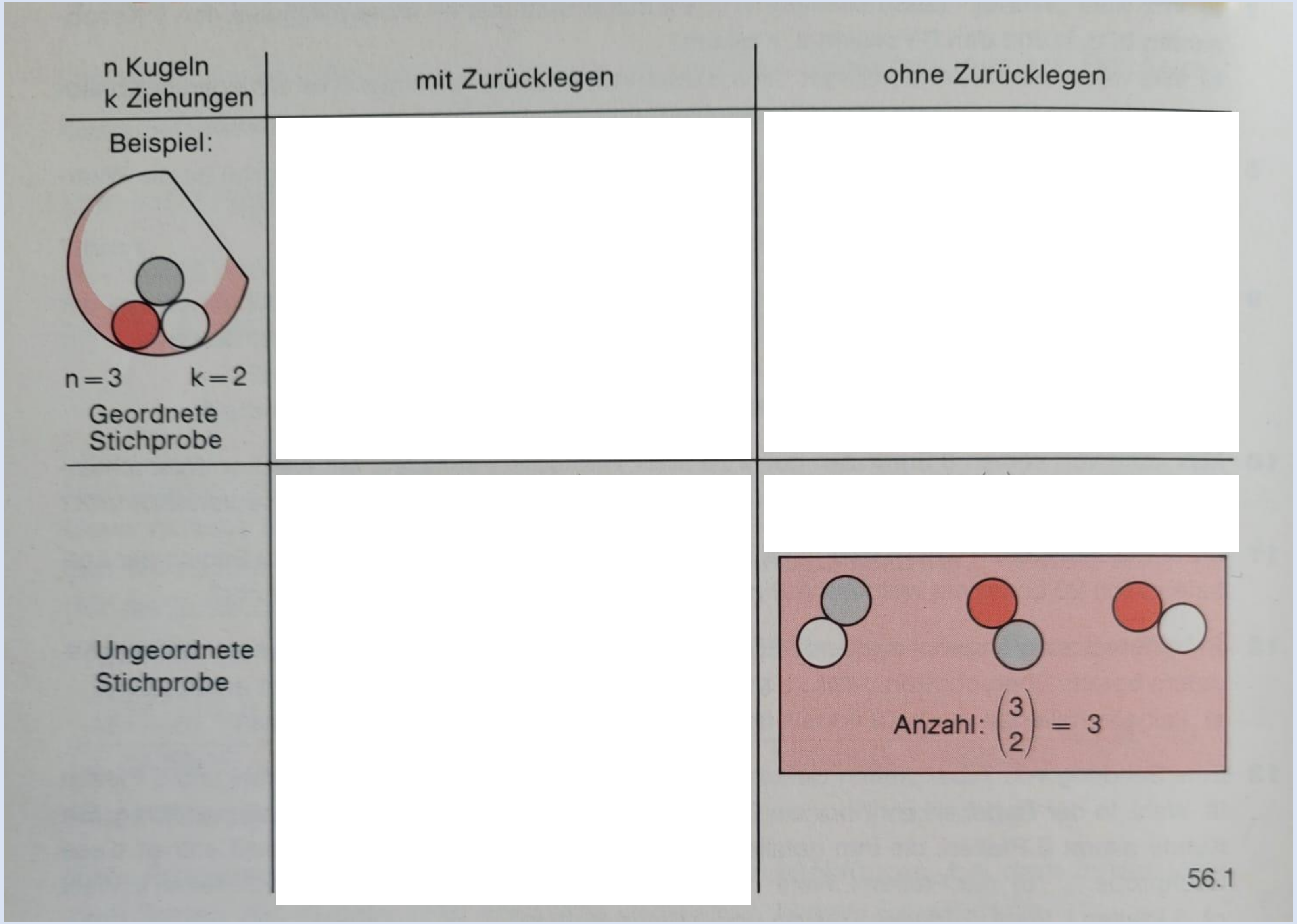
(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten



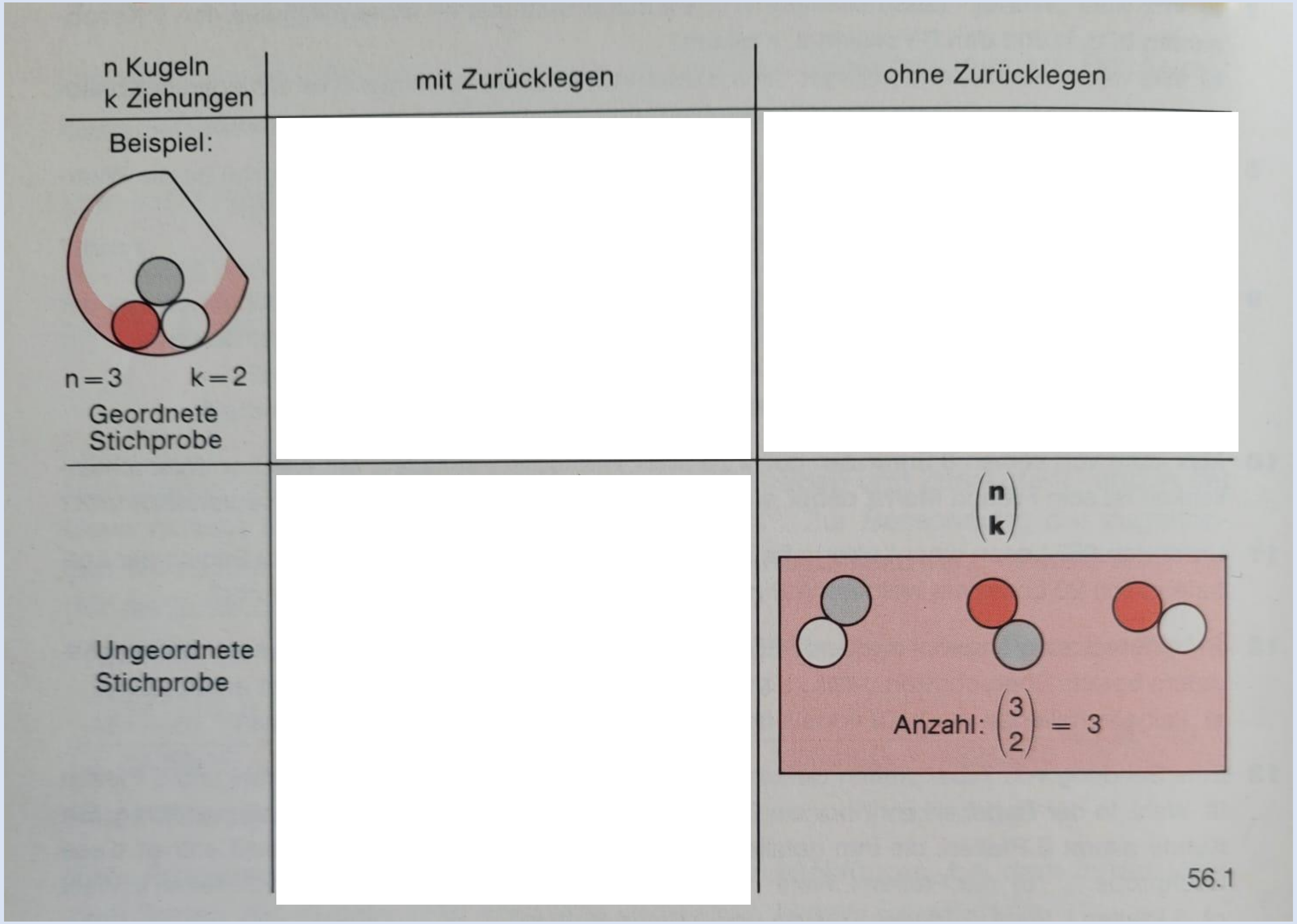
(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten



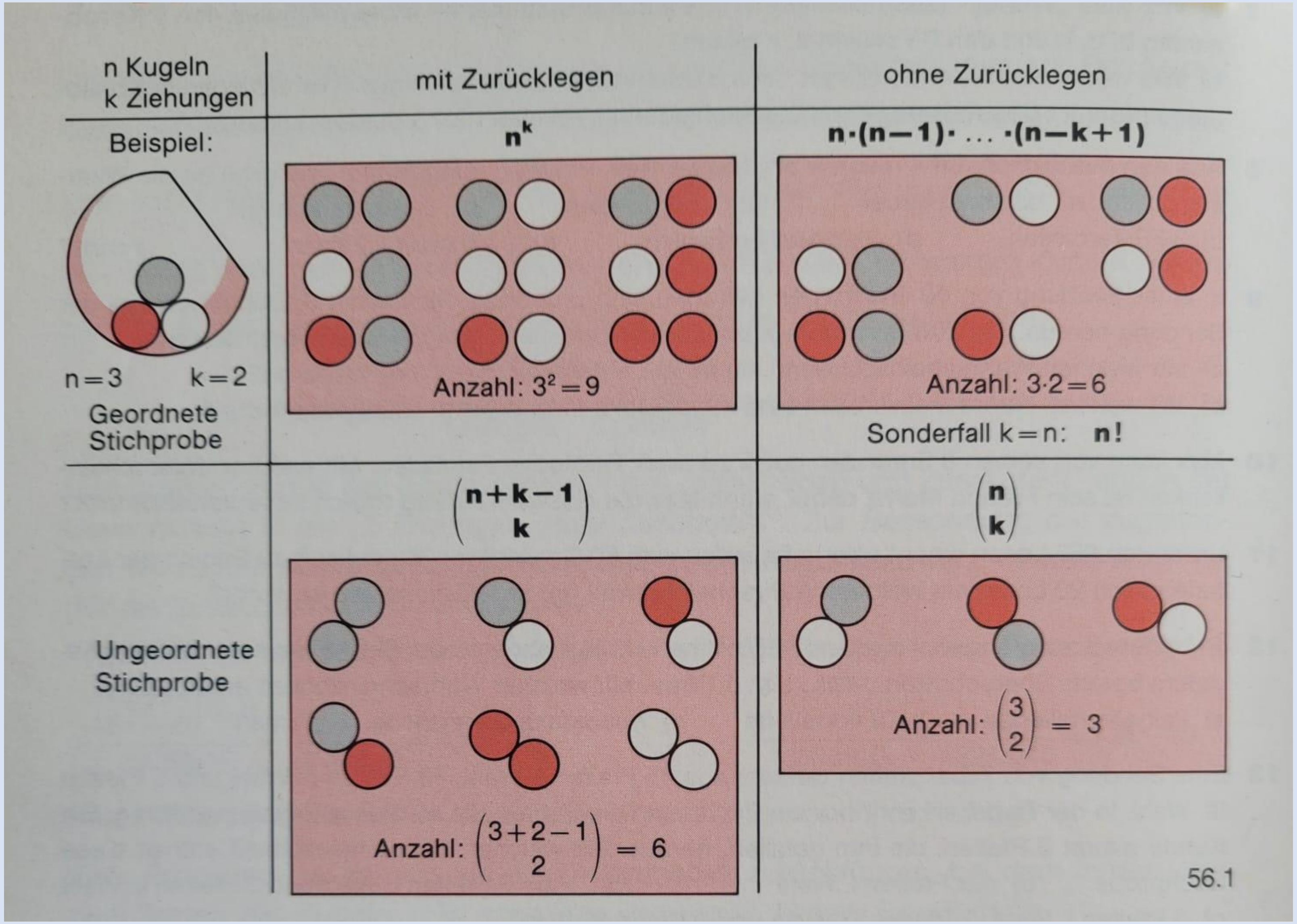
(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Gesamtanzahl aller Möglichkeiten



(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Übersicht: Gesamtanzahl aller Möglichkeiten



(Schmid & Stark, 1988, S.56)

Übungsaufgabe zum Modellieren:

Gib ein geeignetes Urnenmodell an, um das folgende Zufallsexperiment zu simulieren.

(1) Eine Münze soll dreimal geworfen werden

(2) Bei einer Tombola mit 100 Losen sollen die drei Gewinner ermittelt werden.

(3) In jedem 7. Überraschungsei ist eine besondere Figur versteckt. Man kauf vier Überraschungseier.

(4) Man weiß, dass in 80% der Haushalte ein Tiefkühlschrank vorhanden ist. Welche Ergebnisse erhält man, wenn man eine Stichprobe vom Umfang 10 nimmt?

Schnittpunkt Mathematik 8, S.91 Nr.7

Inhalt

- Wiederholung:
  1. Mehrstufige Zufallsexperimente
  2. Begriffe am Baumdiagramm
  3. Erarbeitung der Pfadregeln 1 und 2
  4. Alternative: Die Vier-Feldertafel
- Stochastische Modelle
  1. Modellierung
  2. Urnenmodell
  3. Exkurs: Fächermodell
- Stundenentwurf

Erarbeitung der Wahrscheinlichkeit abhängiger und unabhängiger Ereignisse

1. Einstieg
2. Erarbeitung
3. Ergebnissicherung
4. Festigung

Einstieg

Leon und Tina stehen an der Bushaltestelle mit einer Tüte saurer Bänder in der Hand. Es sind noch 5 Stück übrig, 2 grüne, 2 rote und 1 gelbes Band.

https://clipartspub.com/search/free-clipart-person-teenager

Einstieg

Leon und Tina stehen an der Bushaltestelle mit einer Tüte saurer Bänder in der Hand. Es sind noch 5 Stück übrig, 2 grüne, 2 rote und 1 gelbes Band.

Wenn du es schaffst, zwei mal Rot zu ziehen ohne hinzuschauen, dann lade ich dich zu einem Döner ein.

https://clipartspub.com/search/free-clipart-person-teenager

Einstieg

Leon und Tina stehen an der Bushaltestelle mit einer Tüte saurer Bänder in der Hand. Es sind noch 5 Stück übrig, 2 grüne, 2 rote und 1 gelbes Band.

Wenn du es schaffst, zwei mal Rot zu ziehen ohne hinzuschauen, dann lade ich dich zu einem Döner ein.

Geht klar. Darf ich das gezogene Band wieder zurück in die Tüte legen bevor ich das zweite Mal ziehe?

https://clipartspub.com/search/free-clipart-person-teenager

Einstieg

Leon und Tina stehen an der Bushaltestelle mit einer Tüte saurer Bänder in der Hand. Es sind noch 5 Stück übrig, 2 grüne, 2 rote und 1 gelbes Band.

Wenn du es schaffst, zwei mal Rot zu ziehen ohne hinzuschauen, dann lade ich dich zu einem Döner ein.

Geht klar. Darf ich das gezogene Band wieder zurück in die Tüte legen bevor ich das zweite Mal ziehe?

Wie du möchtest. Die Wahrscheinlich-keit, dass du zwei mal rot zeihst ist doch davon unab-hängig.

https://clipartspub.com/search/free-clipart-person-teenager

Einstieg

Leon und Tina stehen an der Bushaltestelle mit einer Tüte saurer Bänder in der Hand. Es sind noch 5 Stück übrig, 2 grüne, 2 rote und 1 gelbes Band.

Was meinst du dazu?

Wenn du es schaffst, zwei mal Rot zu ziehen ohne hinzuschauen, dann lade ich dich zu einem Döner ein.

Geht klar. Darf ich das gezogene Band wieder zurück in die Tüte legen bevor ich das zweite Mal ziehe?

Wie du möchtest. Die Wahrscheinlich-keit, dass du zwei mal rot zeihst ist doch davon unab-hängig.

https://clipartspub.com/search/free-clipart-person-teenager

Erarbeitung

E-I-S

Erarbeitung

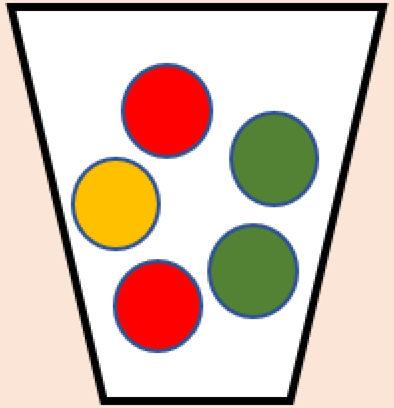
E-I-S

- 1 Jogurt-Becher
  (pro Schüler oder 2-er Gruppe)
- 5 Farbige Steine oder Plättchen
  (pro Schüler oder 2-er Gruppe)

Erarbeitung

E-I-S

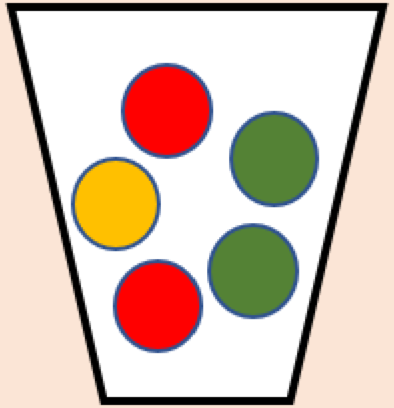
- 1 Jogurt-Becher
  (pro Schüler oder 2-er Gruppe)
- 5 Farbige Steine oder Plättchen
  (pro Schüler oder 2-er Gruppe)



Erarbeitung

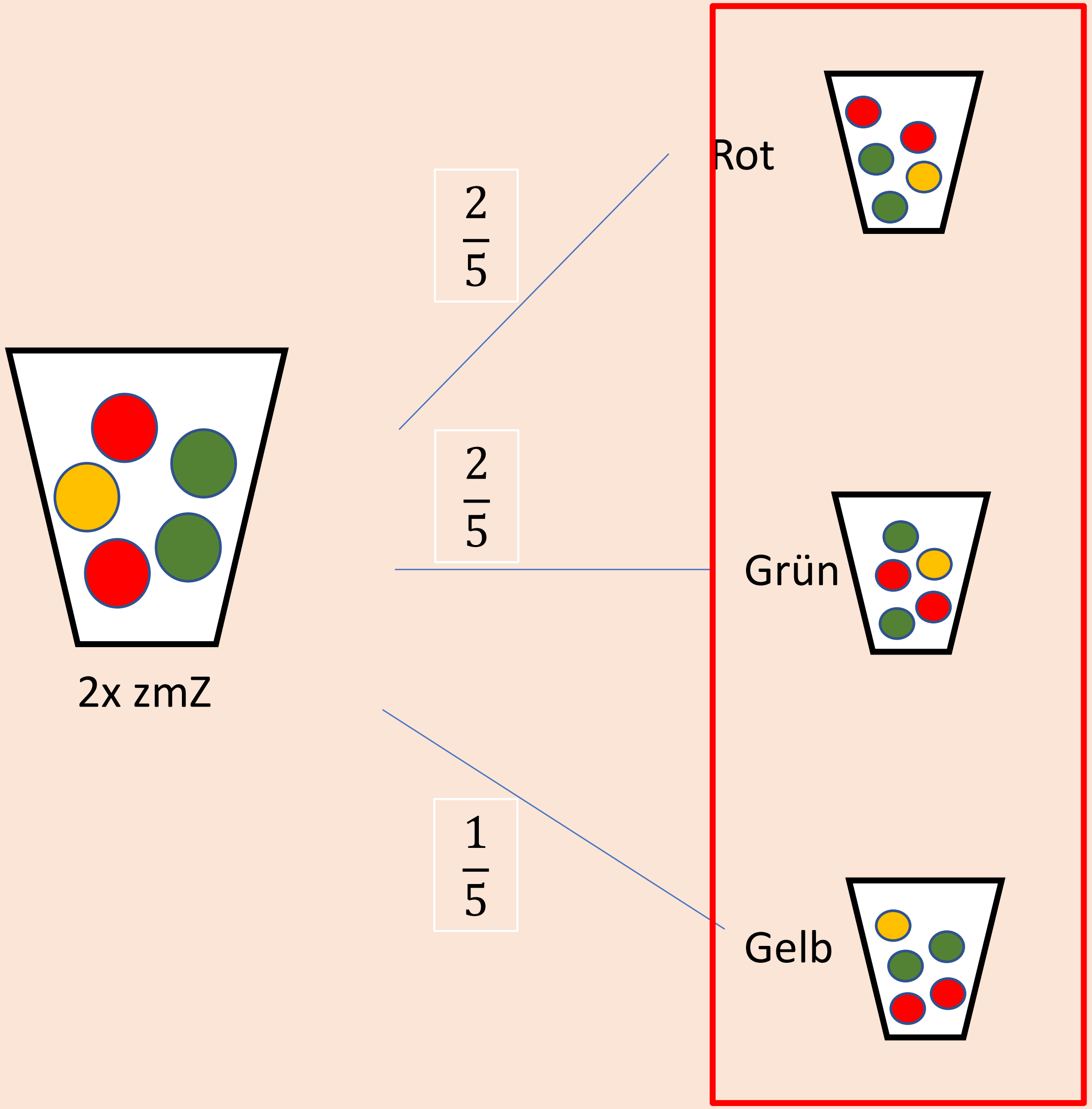
E-I-S

- 1 Jogurt-Becher
  (pro Schüler oder 2-er Gruppe)
- 5 Farbige Steine oder Plättchen
  (pro Schüler oder 2-er Gruppe)

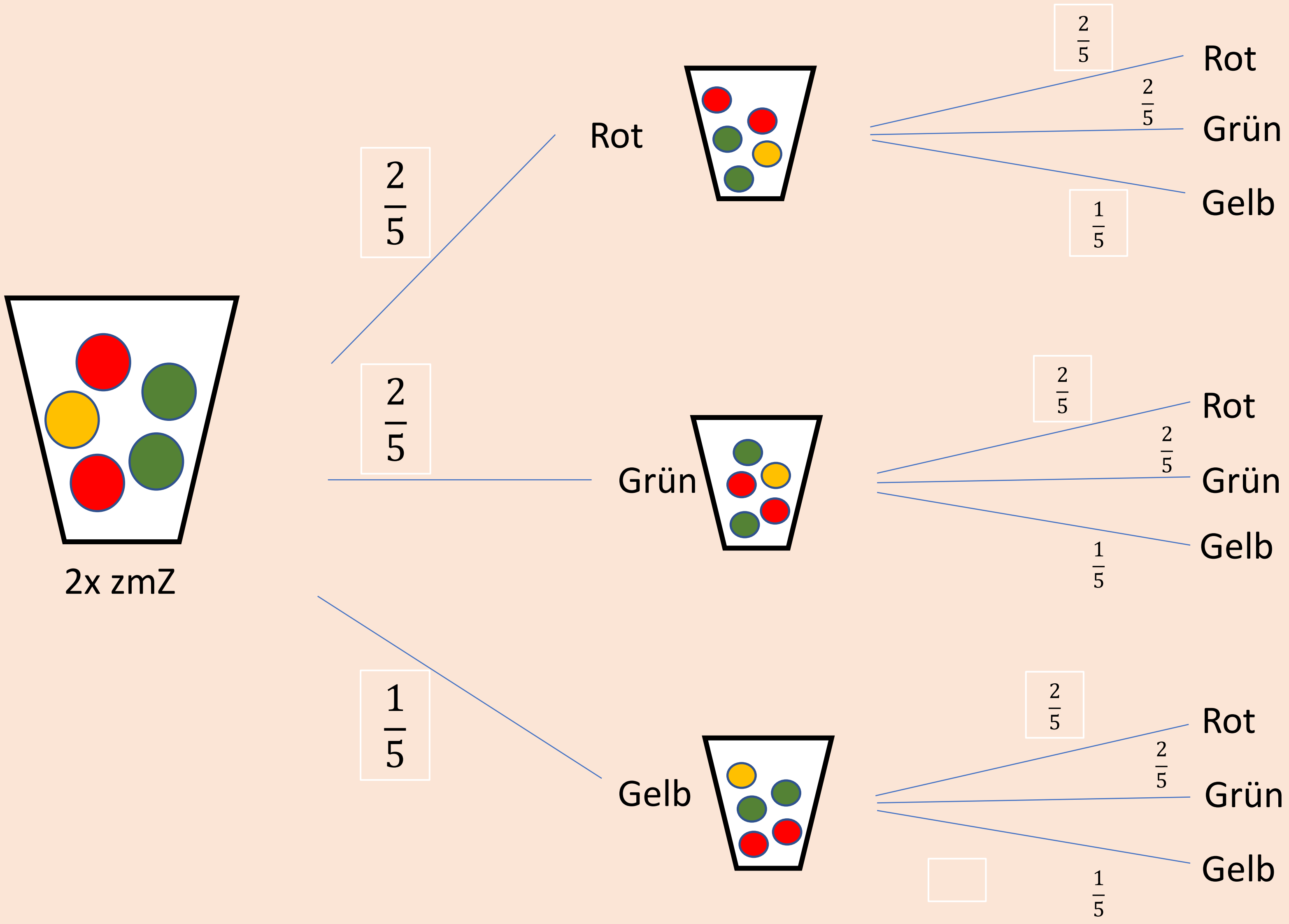


- 2x ZmZ
- 2x ZoZ

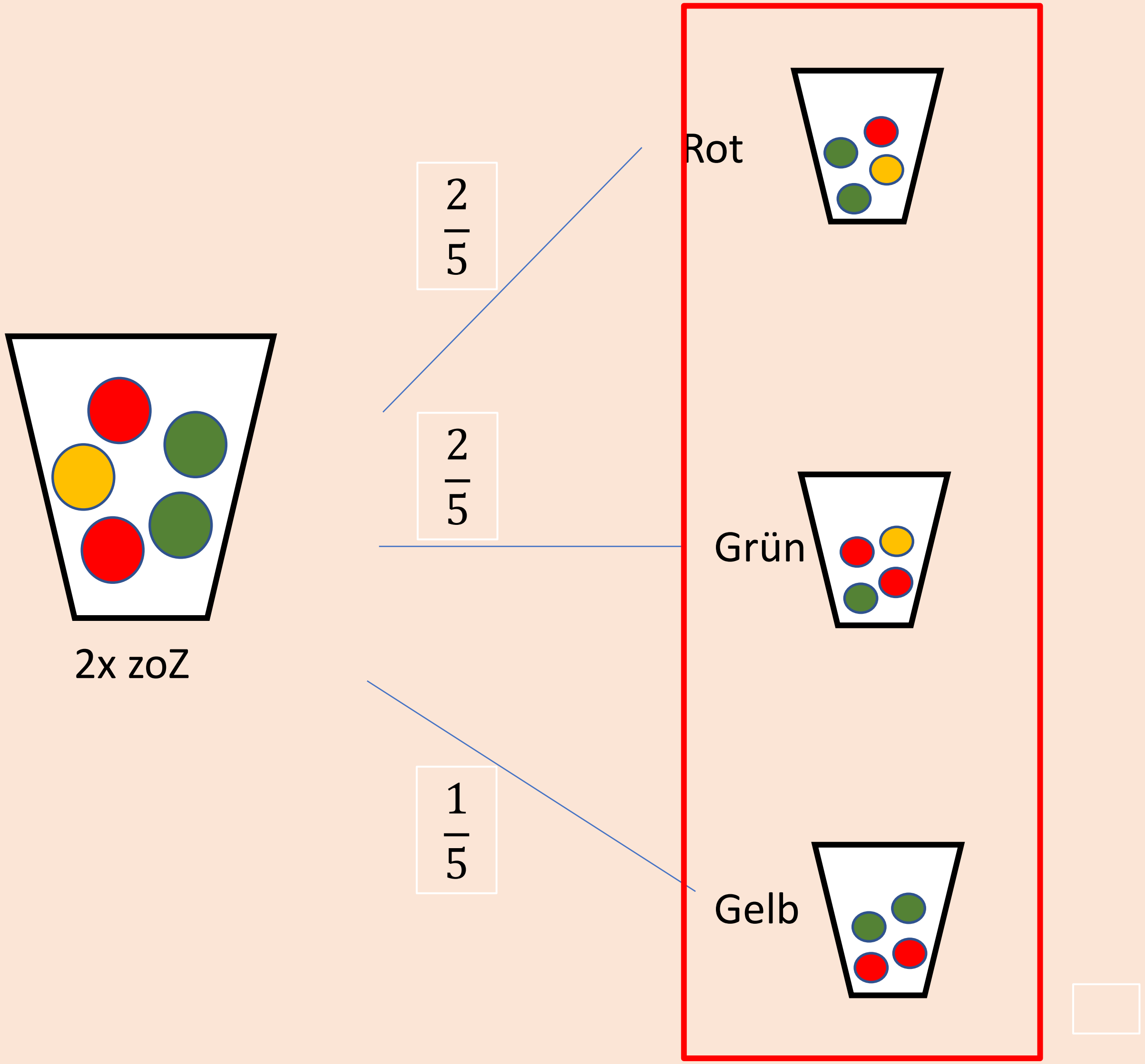
(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)



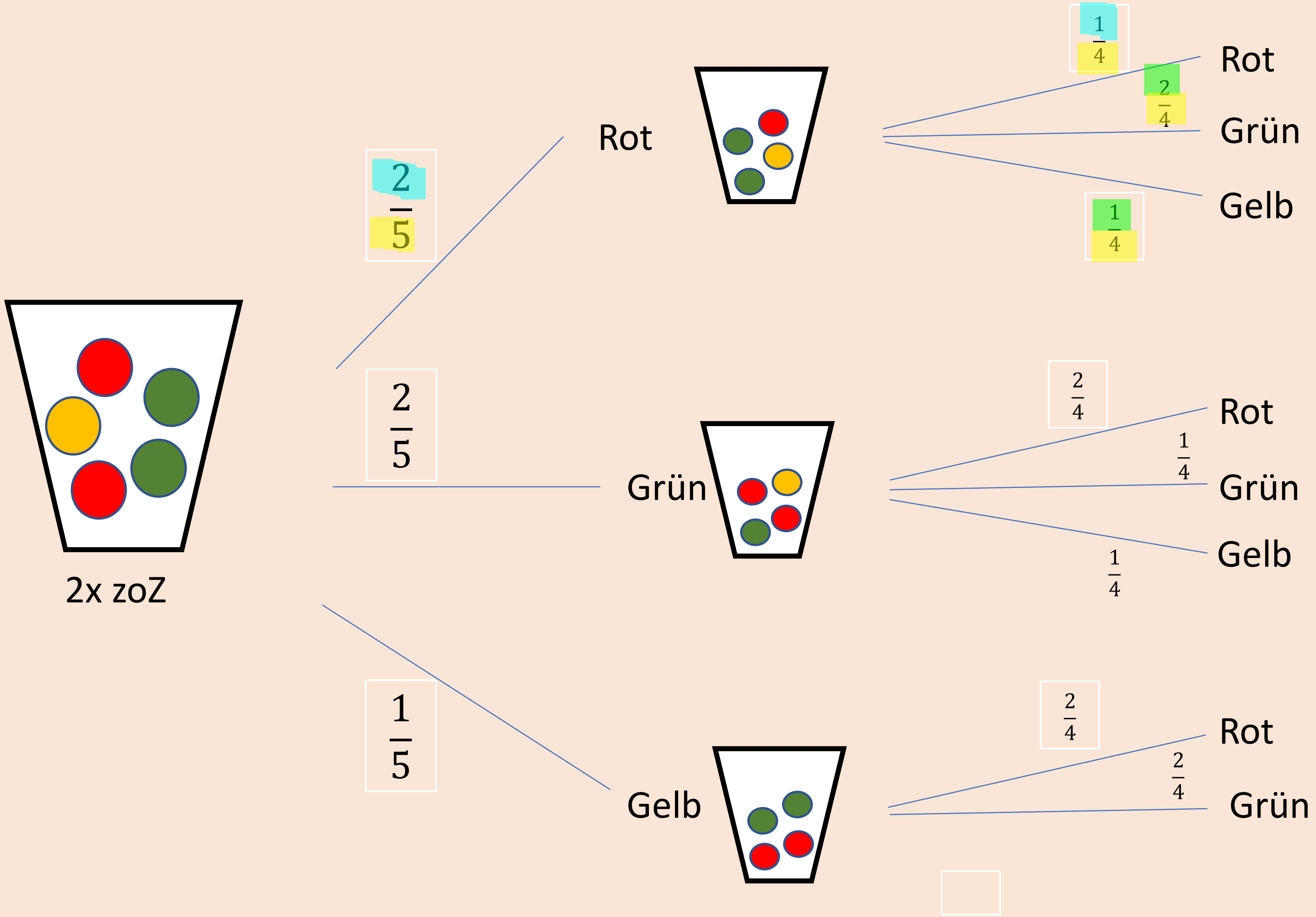
(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)



(2) Ziehen ohne Zurücklegen (ZoZ)



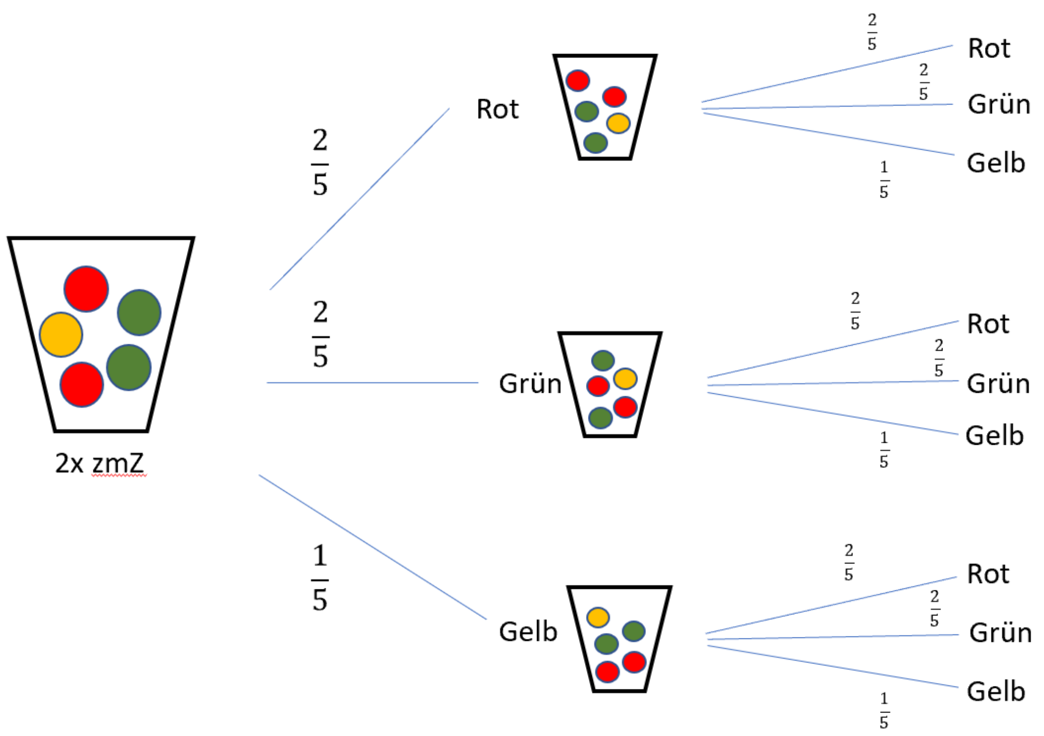
(2) Ziehen ohne Zurücklegen (ZoZ)



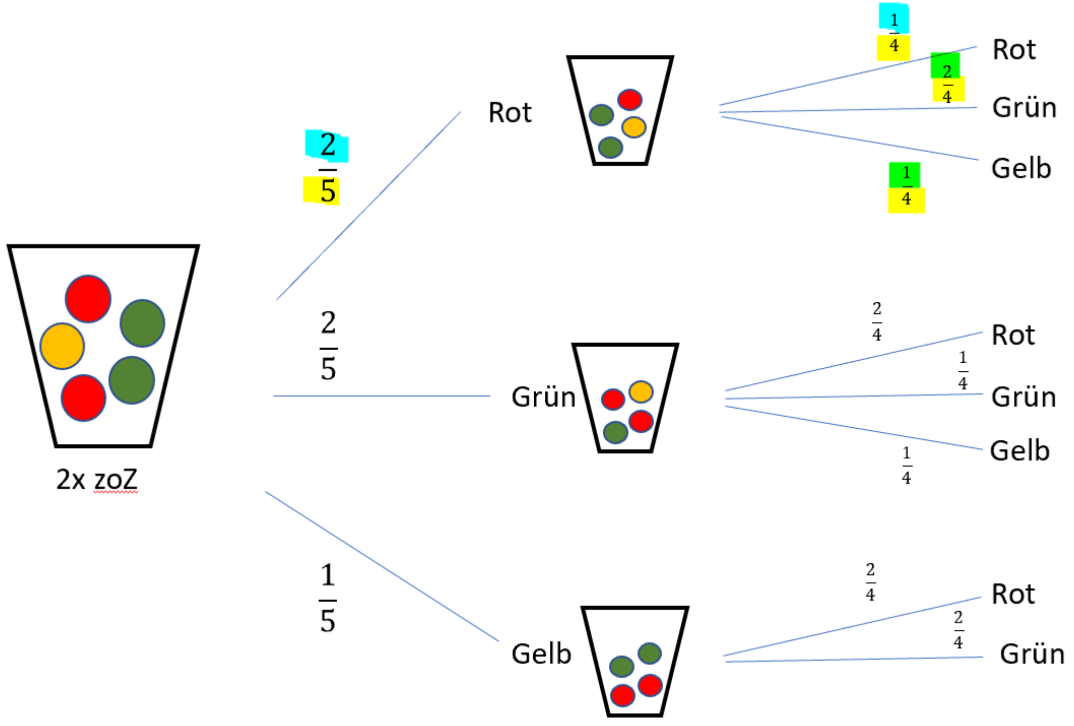
Ergebnissicherung

Arten der Ziehung

(1) Ziehen mit Zurücklegen (ZmZ)



(2) Ziehen ohne Zurücklegen (ZoZ)



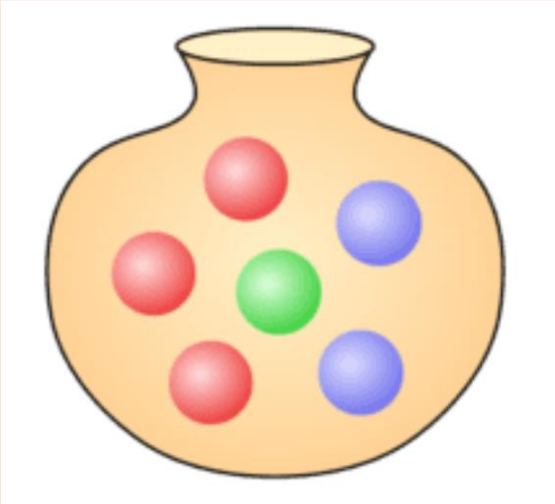
Die Wahrscheinlichkeit einer Stufe ist unabhängig vom Ergebnis der vorangegangenen Stufe, da die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Stufen gleich sind.

Die Wahrscheinlichkeit einer Stufe ist abhängig vom Ergebnis der vorangegangenen Stufe, da die Wahrscheinlichkeit eines Astes von dem vorangegangen Ergebnis beeinflusst wird.

Festigung

E-I-S

https://c.wgr.de/f/verlage/schroedel/
efathom_schroedel/4_mod/E_1.html



https://www.geogebra.org/m/QDEdMdEM

- 1x ZmZ / ZoZ
- Auswahl einer Person aus einer Gruppe
- Ziehen eines Loses

Festigungsaufgabe

5. In einem Gefäß sind 4 rote, 3 weiße und 2 grüne Kugeln. Nacheinander werden 2 Kugeln gezogen

a) mit Zurücklegen; **b)** ohne Zurücklegen.

(1) Zeichne jeweils ein Baumdiagramm.

(2) Berechne jeweils die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

E_1: Beide Kugeln sind rot.
E_3: Genau eine Kugel ist grün.
E_2: Die erste Kugel ist grün.
E_4: Beide Kugeln sind verschiedenfarbig.

c) Jetzt werden zwei Kugeln auf einen Griff gezogen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei gleichfarbige Kugeln gezogen werden?

Mathematik heute 8, S.188 Nr.5

Festigungsaufgabe

6. Anne hat in ihrem Mäppchen drei rote und zwei blaue Farbstifte. Sie nimmt ohne hinzusehen zwei Stifte heraus. Zeichne ein Baumdiagramm und bestimme, mit welcher Wahrscheinlichkeit sie

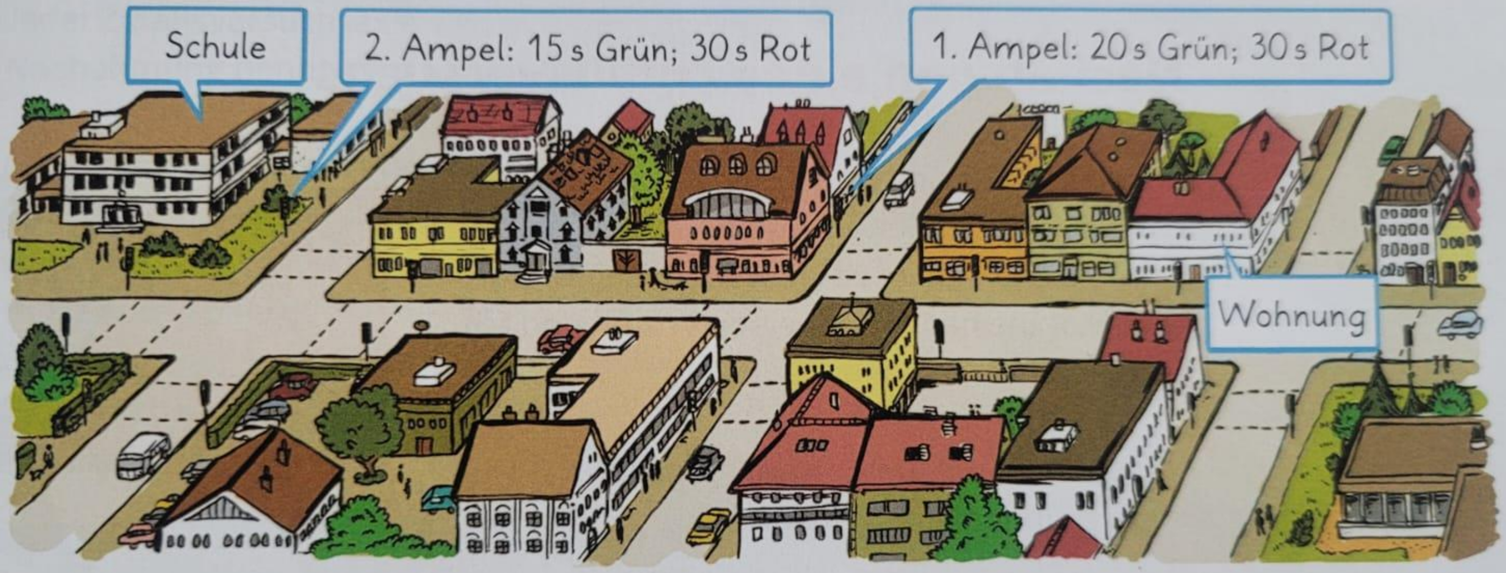
a) zwei verschiedenfarbige Stifte,

b) zwei rote Stifte gezogen hat.

Mathematik heute 8, S.188 Nr.6

Modellierungsaufgabe

Rot oder grün an der Fußgängerampel



Marlene muss auf ihrem Schulweg zwei Straßen mit Fußgängerampeln überqueren. Manchmal muss sie sich beeilen, manchmal hat sie Zeit. Ob die Ampeln rot oder grün zeigen, hängt für sie vom Zufall ab.

7.) Zeichne ein Baumdiagramm und bestimme die Wahrscheinlichkeit für:

E1: beide grün

E2: keine grün

E3: mindestens eine grün

E4: genau eine grün

Mathematik heute 8, S.177, S.188 Nr.7

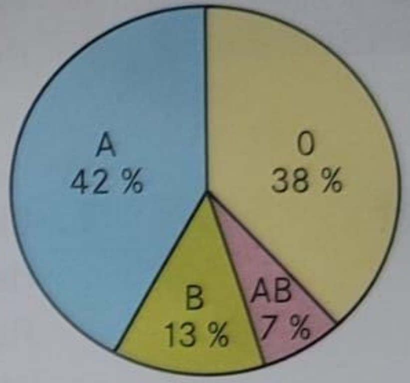
Modellierungsaufgabe

6. Zum Geburtstag bringt Clara ihren 25 Mitschülern Kaugummis in verschiedenen Geschmacksrichtungen mit: Erdbeere (insgesamt 14 Päckchen), Kirsch (10 Päckchen), Orange (7 Päckchen) und Cola (19 Päckchen). Nacheinander darf jeder zwei Päckchen blind aus einem Beutel ziehen. Lasse zieht als erster zweimal hintereinander.
   a) Stelle dieses Zufallsexperiment in einem Baumdiagramm dar und trage die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten ein.
   b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Lasse seine beiden Lieblingssorten Kirsch und Cola zieht.
   c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Lasse zwei gleiche Päckchen aus dem Beutel holt.
   d) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Lasse kein Cola-Päckchen zieht.
   e) Nachdem Lasse ein Päckchen Cola und ein Päckchen Orange gezogen hat, ist Lotta an der Reihe. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass sie Erdbeere und Orange zieht.

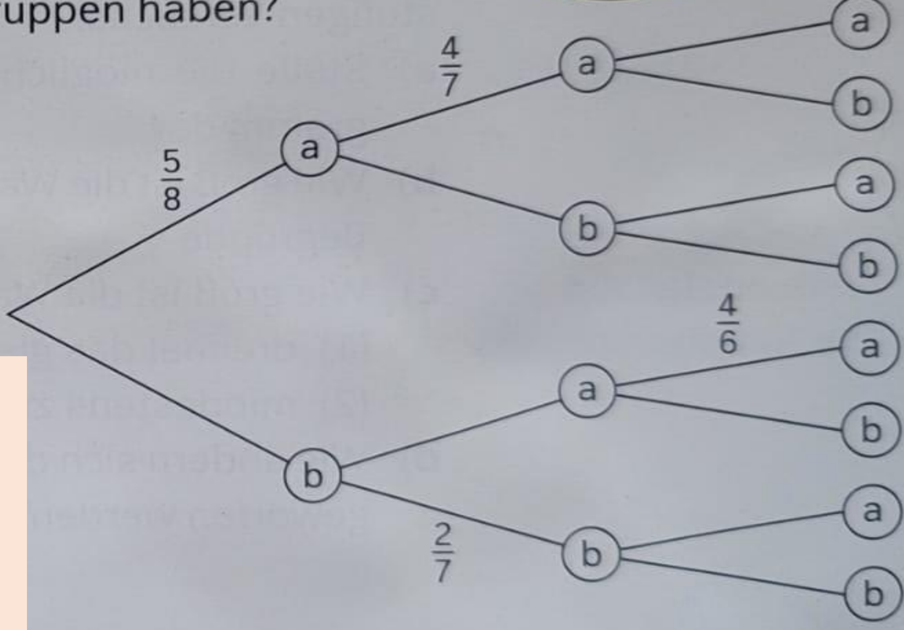
EdM 8, S.20 Nr.6

Welche Schwierigkeiten finden sich hier?

9. Das Kreisdiagramm rechts zeigt die Verteilung der Blutgruppen in Mitteleuropa. Zwei Personen kommen zur Blutspende. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
(1) die erste Person Blutgruppe A, die zweite Blutgruppe B hat,
(2) die erste Person Blutgruppe 0, die zweite eine andere hat,
(3) die beiden Personen verschiedene Blutgruppen haben?



10. Gib einen Zufallsversuch an, der durch das folgende Baumdiagramm beschrieben wird. Ergänze die fehlenden Wahrscheinlichkeiten. Beschreibe dein Vorgehen.



Mathematik heute 8, S.189 Nr.9,10

Literatur

Blum & Leiß. (2005). *Modellierungskreislauf Mathematik.* Online unter https://www.slideserve.com/clodia/didaktik-des-sachrechnens-3, 12.11.2022, 10.15 Uhr

Hofe, R., Humpert, B., Griesel, H. & Postel, H. (2017). *Mathematik heute 8. Realschulbildungsgang Sachsen.* Westermann: Braunschweig

Griesel, H. Postel, H. Suhr, F. & Lösche, M. (2020). *Elemente der Mathematik. Arbeitsheft 8 - Schleswig-Holstein.* Westermann: Baunschweig

KMK. (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA). (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 und vom 04.12.2003, i.d.F. vom 23.06.2022).* Online unter: https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf,abgerufen am 14.11.2022, 9.46 Uhr

Morherr, F. (2010). *Modellieren im Mathematik-Unterricht.* Online unter: https://tu-dresden.de/mn/math/analysis/das-institut/memberbereiche/frank_martin.morherr/ressourcen/dateien/vortraege-und-workshops/ModellierenimMathematikunterricht.pdf?lang=de, angerufen am 14.11.2022, 10.50 Uhr

Luther, M. (2012). *Modellierungskreislauf Mathematik.* Online unter: https://prezi.com/vpspzfmezydw/modellierungskreislauf/ abgerufen am 14.11.2022, 13.45 Uhr

Sächsisches Staatsministerium für Kultus (Hrsg.) (2019): Lehrplan Oberschule Mathematik. Online unter: http://lpdb.schule-sachsen.de/lpdb/web/downloads/ 10_lp_gs_mathematik_2019.pdf?v2 abgerufen am 15.11.2022, 8.47 Uhr

Schmidt, A. & Stark, J. (1988). *LS Stochastik Leistungskurs.* Ernst Klett: Stuttgart