



Quantenphysik

Philipp Neumann & Tom Stieler

Praktikum – Physikalische Schülerexperimente IV
Sommersemester 2022

Roter Faden

- I. Lehrplan
- II. Sachanalyse
- III. Welt der Schüler:innen
 - A. Alltagsbezug
 - B. Schülervorstellungen
- IV. Schülergerechte Aufbereitung
- V. Stern-Gerlach-Experiment (Simulation)
- VI. Literatur / Quellen

Lehrplan – BGY Klasse 13 (GK)

Lernbereich 2: Grundlagen der Quanten- und Atomphysik

16 Ustd.

Kennen des äußeren lichtelektrischen Effekts und der Probleme bei der Deutung mit Wellen- und Teilchenmodell

Abhängigkeit der kinetischen Energie der Photoelektronen von der Frequenz des Lichtes, $E_{\text{kin}} = h \cdot f - W_A$

Einblick gewinnen in das Welle-Teilchen-Verhalten von Mikroobjekten

- experimentelle Befunde
- De-Broglie-Wellenlänge, $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$
- Heisenberg'sche Unschärferelation, $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$
- Ausblick: quantenmechanisches Atommodell

Kein Vorwissen aus SEK 1,
FOS hat keine QM

Nachtsichtgerät

⇒ Interdisziplinarität, Mehrperspektivität

Doppelspaltexperiment; Compton-Effekt

Erwin Schrödinger

Kultusministerium 2020

Lehrplan – Gymnasium Klasse 12 (GK)

Lernbereich 3: Grundlagen der Quantenphysik

10 Ustd.

Kennen der Photonen als Quantenobjekte

- äußerer lichtelektrischer Effekt

Gegenfeldmethode

- Einstein'sche Gleichung und ihre Interpretation

$$E_{\text{kin}} = h \cdot f - W_A$$

- Einsteins Lichtquantenhypothese
 $E = h \cdot f$
- Grenzfrequenz

Einblick gewinnen in Quanteneigenschaften der Materie im atomaren Bereich

- Elektronenbeugung
- Doppelspaltexperiment bei geringer Intensität
- quantenphysikalischer Messprozess

Umkehrung des lichtelektrischen Effektes bei Leuchtdioden

Widersprüche zur Wellentheorie des Lichts aufzeigen
Gewinnen der Gleichung aus empirischen Befunden

Interferenzerscheinungen bei Neutronen und Atomen
Vergleich von Licht- und Elektronenmikroskop
De-Broglie-Wellenlänge

Richard Feynman: „Quantenobjekte sind weder Welle noch Teilchen, sondern etwas Drittes!“

Einfluss des Messprozesses auf Quanteneigenschaften

Aussagen der Heisenberg'schen Unschärferelation

Kultusministerium 2019

Lehrplan – Gymnasium Klasse 12 (LK)

Lernbereich 4: Grundlagen der Quantenphysik

15 Ustd.

Kennen der Photonen als Quantenobjekte

- äußerer lichtelektrischer Effekt
Gegenfeldmethode
- Einstein'sche Gleichung und ihre Interpretation
 $E_{\text{kin}} = h \cdot f - W_A$
 - Grenzfrequenz
 - Einsteins Lichtquantenhypothese
 $E = h \cdot f$
- **Masse und Impuls des Photons**

$$m = \frac{h \cdot f}{c^2}; p = \frac{h}{\lambda}$$

Umkehrung des lichtelektrischen Effekts bei Leuchtdioden

Gewinnen der Gleichung aus empirischen Befunden

Widersprüche zur Wellentheorie des Lichts aufzeigen

Kometenschweif

Hervorhebung:
Unterschied zu GK

Kultusministerium 2019

Lehrplan – Gymnasium Klasse 12 (LK)

Kennen der Elektronen als Quantenobjekte

- Elektronenbeugung
- De-Broglie-Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{p}$
- Unterschiede zwischen Elektronen und Photonen

Einblick gewinnen in den Zusammenhang von Wellen- und Teilcheneigenschaften bei Quantenobjekten

Doppelspaltexperiment bei geringer Intensität

- Interferenz einzelner Photonen
- Interferenz einzelner Elektronen

Einblick gewinnen in Interpretationsprobleme der Quantenphysik

- Besonderheiten des quantenphysikalischen Messprozesses
- Heisenberg'sche Unschärferelation
 $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$

Interferenzerscheinungen bei Neutronen und Atomen

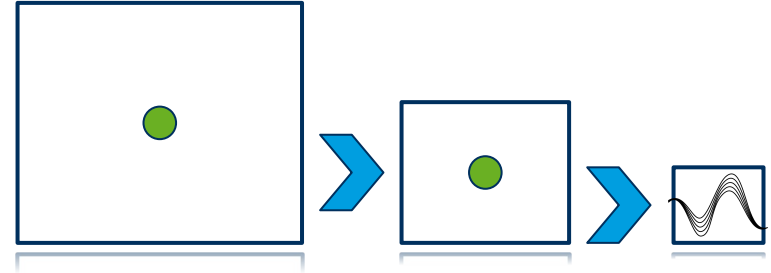
Richard Feynman: „Quantenobjekte sind weder Welle noch Teilchen, sondern etwas Drittes!“
Wahrscheinlichkeitsinterpretation, Computersimulation

Nichtlokalität der Quantenobjekte; Kopenhagener Deutung; Quantenphysik und Philosophie

Kultusministerium 2019

Sachanalyse – Allgemeines

- Quantenphysik = Quantenmechanik = Quantentheorie
 - Beschreibung von Objekten auf sehr kleinen Skalen
 - Notwendigkeit: Klassisch nicht erklärable Experimente
- Theorie benötigt:
 - Ein zu beschreibendes *System* ohne Beobachter.
 - Einen bestimmten *Zustand*, in dem sich das System befindet.
(Die Kenntnis des Zustandes beinhaltet die maximale Information über das System und erlaubt Vorhersagen)
 - Physikalisch messbare Größen, sogenannte *Observablen*.
 - Die *Messung* als Wechselwirkung des Messgerätes mit dem System.



- 1. Quantenrevolution (seit 1900): Kontrolle des Verhaltens großer Ensembles von Quantenteilchen
- 2. Quantenrevolution (seit 1960): Einzelne Quantenobjekte manipulieren und messen

Bäcker 2020, Pospiech 2021

Schrödinger-Gleichung & Messprozess

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}).$$

- zentrale Basis der QM = mathematischer Apparat
- Zeitentwicklung der Schrödinger-Gl. ist streng deterministisch...

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \phi(x) = E \phi(x)$$

Woher kommt dann die Wahrscheinlichkeitsaussage bei der Messung?

- Messapparat bestimmt beobachtbare, mögliche Ergebnisse
- Messprozess verändert den beobachteten Zustand (= Wellenfunktion)
- nur Wahrscheinlichkeit von (einzelnen) Messergebnissen kann vorhergesagt werden (Quadrat der Wellenfunktion)
- einzelner Wert ist zufällig

Pospiech, Schöne 2012; Bäcker 2020

Superposition / Überlagerung / Interferenz



Mathematische Struktur: Hilbertraum

- $|\psi\rangle = a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle$ mit $a, b \in \mathbb{C}$
- Überlagerung von Vektoren ergibt wieder Vektor = Überlagerung von Zuständen ist wieder ein Zustand
- Ununterscheidbarkeit als Voraussetzung für die Möglichkeit der Interferenz:
Interferenz ist immer möglich, sobald es mind. zwei ununterscheidbare Möglichkeiten gibt

Anwendungen:

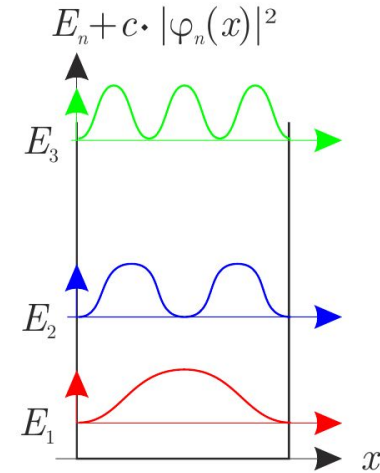
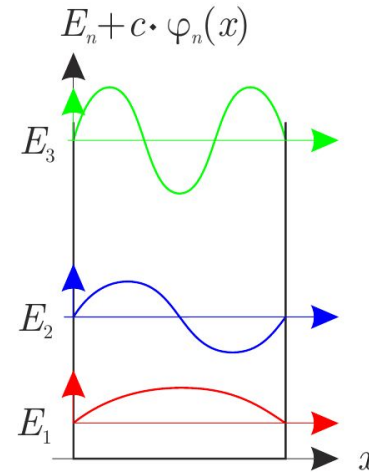
- Doppelspalt-Experiment
- Modellierung von Teilchen = Überlagerung ebener Wellen
- Interferenz mit einzelnen Photonen
- Verschränkung (z.B. Qubits)

“Tatsächlich sind alle Paradoxa der Quantentheorie auf Interferenz zurückzuführen oder allgemeiner auf die Gültigkeit des Superpositionsprinzips für Amplituden.” (Anton Zeilinger)

Pospiech, Schöne 2012; Bäcker 2020

Quantisierung

- Schritt bei dem klassische Begriffe, Ergebnisse und Methoden abgeändert werden → Wiedergabe quantenphysikalischer Beobachtungen
- Erklärung der Quantelung
 - Quantelung (Zerteilung einer Gesamtheit in Teile) z.B. diskrete Energiewerte
- Ab 1900 Nutzung phänomenologischer Regel
- 1925/26 Modifikation der Grundbegriffe, Grundgleichungen der klass. Mechanik
- kanonische Quantisierung → ab 1927 Grundlage der Quantenfeldtheorie



Unbestimmtheit

- Messung = Auswahl von Observablen
- *“Wählt man [...] die Basen nicht-kommutierender Observablen, wird die Unbestimmtheit [sic!] ganz allgemein sichtbar: Es lassen sich Messwerte nicht fest zuordnen.”* (Pospiech; Schöne 2012, Kap. 2.2.2).
- *“Es existiert kein Zustand in dem beide Größen einen festen Wert haben!”* (Bäcker 2020)
- Basen sind “komplementär” zueinander

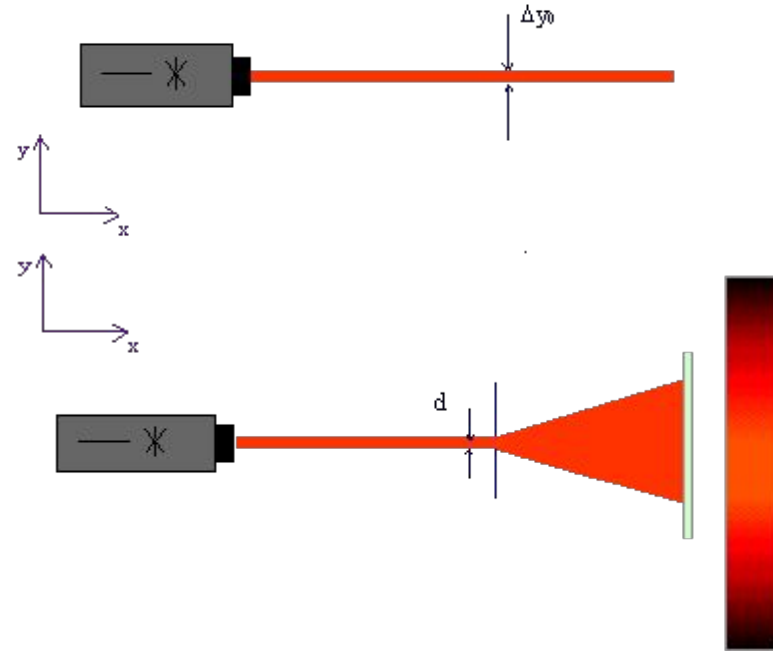
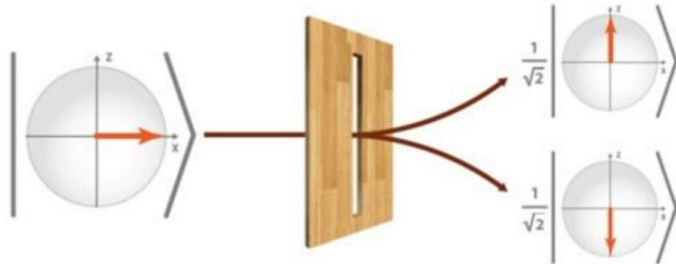
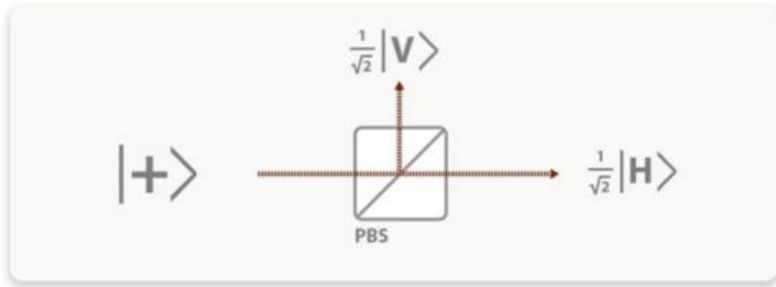
Mathematischer Hintergrund:

- $[A, B] = 0$
 - Basis aus gemeinsamen Eigenzuständen
 - Reihenfolge beliebig, gleichzeitig messbar, Zustand unverändert
- $[A, B] \neq 0$
 - keine Basis aus gemeinsamen Eigenzuständen
 - nicht gleichzeitig messbar, Zustand verbleibt im zuletzt gemessenen Eigenzustand

Bäcker 2020

Unbestimmtheit

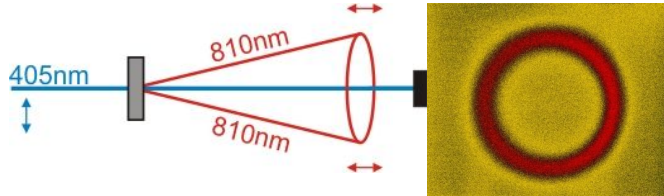
- Beispiele: Ort & Impuls, Spinrichtungen, Drehimpulskomponenten, Polarisation



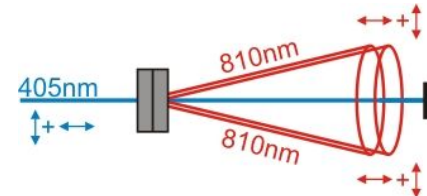
Dür, Heusler 2012; milq

Verschränkung

- Quantensysteme aus mehreren Quantenobjekten
- mathematisch Tensorprodukt der Hilberträume
- GHZ-Experiment
 - gemeinsame Eigenschaften der Photonen lassen sich festlegen
 - einzelnes Photon keine wohldefinierten Eigenschaften
- nichtlinearer Kristall



zwei nichtlineare Kristalle (90° gegeneinander verdreht)



Wikipedia Quantenverschränkung, Quantumlab

Verschränkung

Anwendungen

- Optimierungsalgorithmen
- “spukhafte Fernwirkung” nach Einstein (Informationsübertragung über Lichtgeschwindigkeit?)



- Kritik Einsteins → Forschung/Experimente als Grundlage für Quantenkryptographie, Quantencomputer, Quantenteleportation

Zeilinger, Bild aus Zeilinger S.35

Interpretationen

- Unterschied zwischen “Aussagen über das Quantenobjekt” oder über “Messungen am Quantenobjekt”

ontische Ebene (mathematische Aussagen über QO)

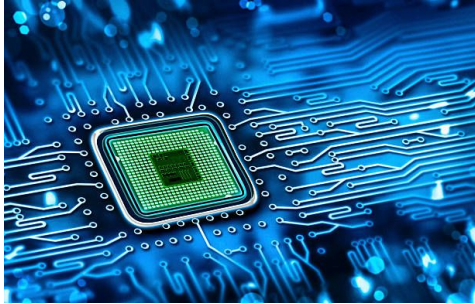
- “Was meinen diese Messungen für das ‘Wesen der Natur?’”
- Formulierungen was man (nicht) wissen oder sagen kann
- Überlagerung, Unbestimmtheit, Verschränkung

epistemische Ebene (Zufallscharakter der Messung)

- “Ich weiß nur, was ich gemessen habe.”
- phänomene Doppelspalt, ‘Welcher Weg’ Experiment, ...

Pospiech, Schöne 2012

Anwendungen



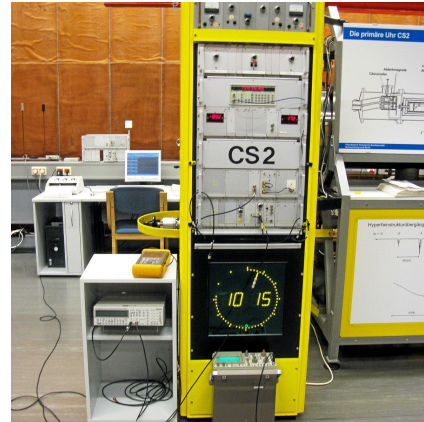
https://media.istockphoto.com/photos/green-microchip-set-in-a-blue-printed-circuit-board-picture-id178487234?k=20&m=178487234&s=612x612&w=0&h=4_A_DRbluleaTBcmEKmEfh6dPQtwD88p7JVEGd0my5s=



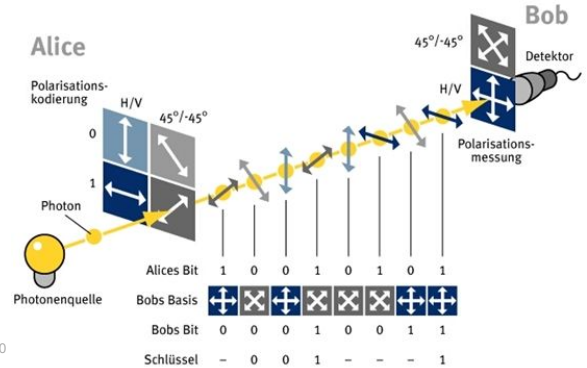
<https://www.lasitaser.de/wp-content/uploads/2019/07/raggio-lasr-articolo-1024x294.jp>



<https://www.310klinik.com/wp-content/uploads/2018/02/Kernspint-1024x683.jpg>



https://img.braunschweiger-zeitung.de/img/antworten/crop216253843/8062664686-w1200-cv1_1/05523408-1b2a-11e9-b9c6-40eaac6b56ed.jpg



https://www.risknet.de/fileadmin/template_risknet/images_content/Abb-05-Altmanshofer-2013.jpg

Welt der Schüler:innen – Alltagsbezug

- ... nicht direkt sichtbar, aber überall enthalten (klass. Physik als Grenzfall)
- “wichtigste und grundlegendste physikalische Theorie”
- Wahrnehmung stets als sehr abstrakt und geheimnisvoll
- Unterricht soll SuS ermöglichen, Bedeutung und Relevanz aktueller Entwicklungen in Kontext der Allgemeinbildung nachzuvollziehen

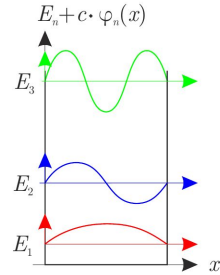
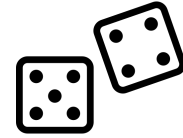
Bildungsstandards:

- Grundlegende Aspekte wie stochastische Vorhersehbarkeit, Interferenz, Superposition, ...
- Zusammenhang zwischen Größen: Energie, Impuls, Frequenz, Wellenlänge zur Beschreibung von QO
- Entwicklung eines quantenphysikalischen Weltbildes hinsichtlich Realität, Lokalität, Kausalität, Determinismus

Pospiech 2021; Pospiech, Schöne 2012

Welt der Schüler:innen – Schülervorstellungen

- (vgl. Hinweise aus Atom-/Kernphysik)
- fehlende Trennung zwischen Realität und Modellen (der Realität) → Modellkompetenz
- Determinismus und Wahrscheinlichkeitsdeutung → objektiver Zufall
- Mal-so-mal-so Welle-Teilchen-Dualismus → Teilchenverhalten erst durch Kopenhagener Deutung
- „Die Elektronen schwappen im Potenzialtopf hin und her wie Wasser in der Badewanne.“
- Ort & Impuls sind nicht gleichzeitig *messbar* → *Unbestimmbarkeitsrelation*



- Quantisierung wird bereitwillig aufgenommen → fehlendes Verständnis der fundamentalen Neuheit

Schecker et al. 2018

Schülergerechte Aufbereitung

- Arbeit mit den zwei Ebenen (ontische & epistemische) zur Einführung
 - beide Ebenen existieren
 - in klass. Physik fallen Ebenen zusammen
 - klare Kommunikation, auf welche Ebene man sich bezieht bei Beschreibungen

- Physiker wie Bohr eher epistemische
- besonders wichtig für die Unbestimmtheit

"In der Quantenmechanik sind also Ort und Geschwindigkeit eines Elektrons Größen, ~~die nicht gleichzeitig genau gemessen werden können~~, d.h. sie können nicht gleichzeitig bestimmte Werte haben. Ort und Geschwindigkeit eines Elektrons sind Größen, die nicht gleichzeitig existieren."

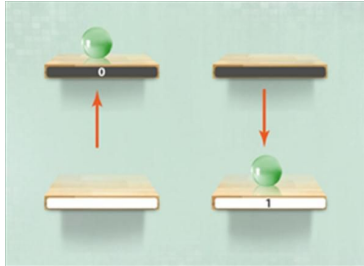
- seltene Darstellung der Ebenen in Lehrbüchern
 - oft lange Rechnungen mit Schrödinger etc.
 - verhältnismäßig wenig Erklärung

Pospiech, Schöne 2012

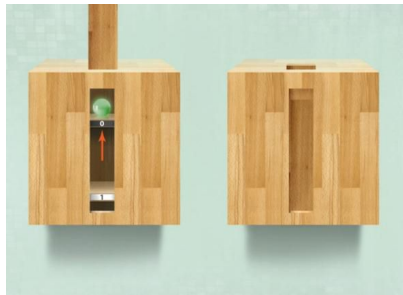
Schülergerechte Aufbereitung

Zweizustandssystem

- Bit

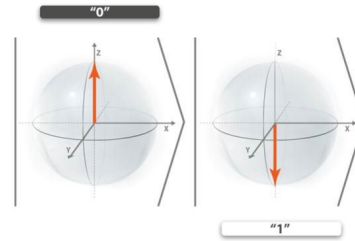


- Operatoren beeinflussen Zustandsvektor
- Messung



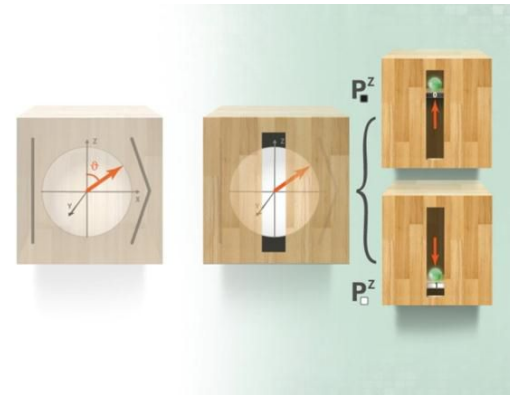
→

Qubit



$$\left| \begin{array}{c} z \\ \theta \\ y \\ x \end{array} \right\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left| \begin{array}{c} z \\ 0 \\ y \\ x \end{array} \right\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left| \begin{array}{c} z \\ \pi \\ y \\ x \end{array} \right\rangle$$

$$\left| \begin{array}{c} z \\ \pi/2 \\ y \\ x \end{array} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{c} z \\ 0 \\ y \\ x \end{array} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{c} z \\ \pi \\ y \\ x \end{array} \right\rangle$$

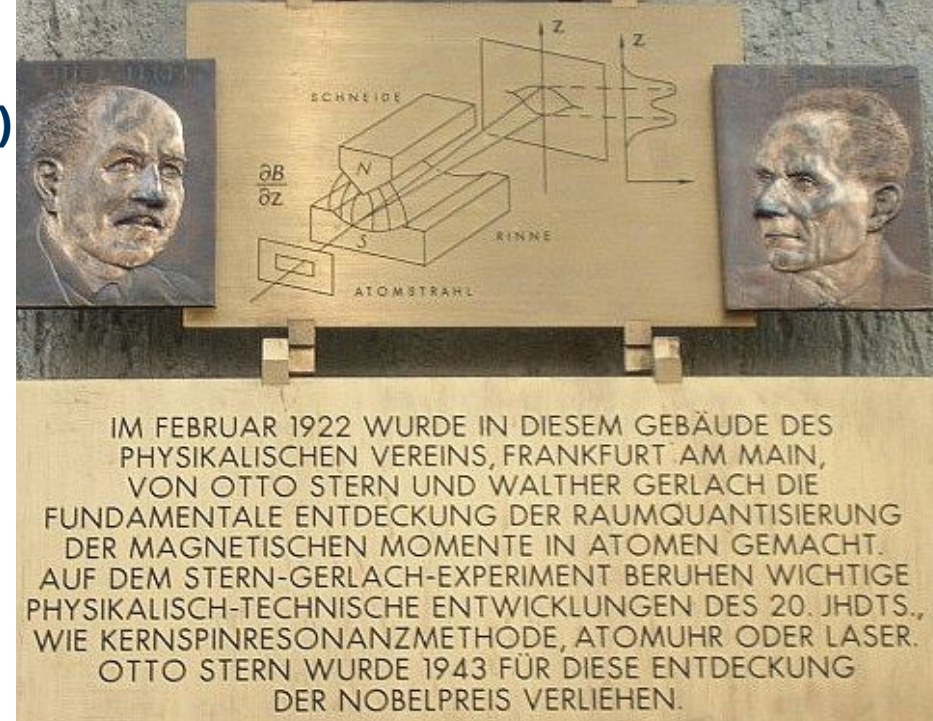


Dür, Heusler; Bilder aus Dür, Heusler S.2ff

Stern-Gerlach-Experiment (Simulation)

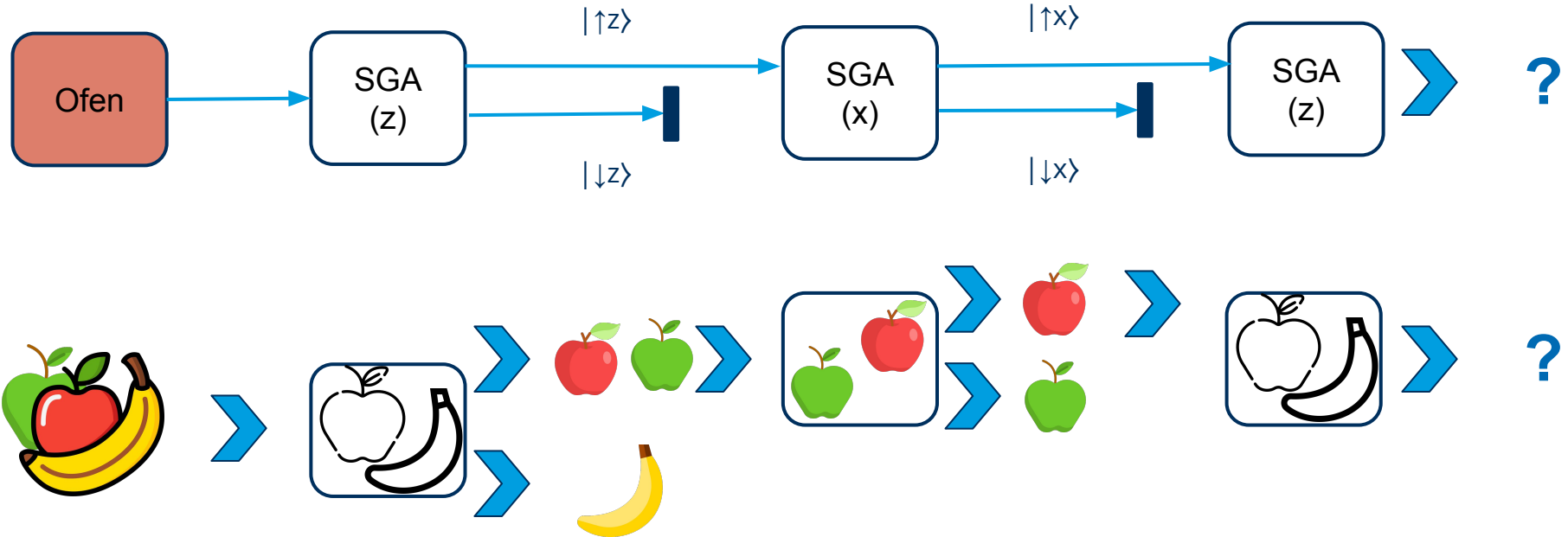
- 100-jähriges Jubiläum
 - Silberatome im inhomogenen Magnetfeld
 - Messung der Ausrichtung des mag. Momentes
 - Messung der Ausrichtung des Drehimpulses
 - z-Komponente hat 2 Einstellmöglichkeiten?!
- **Hier nicht im Vordergrund!**

Ziel: Beobachtung der Unbestimmtheit



Wikipedia, Bild von: Peng

Stern-Gerlach-Experiment (Simulation)



Stern-Gerlach-Experiment (Simulation)



- [The Quantum Mechanics Visualisation Project \(QuVis\)](#)
 - Sammlung forschungsbasierter, interaktiver Simulationen
 - Entwickelt für SEK II und Studierende
 - Simulationen auf Deutsch und Englisch
 - Alle Materialien stehen unter CC-BY-NC-SA

- Heute: [Simulation "Quanten-Unbestimmtheit"](#)
 - Messung mit $\frac{1}{2}$ -Spin-Teilchen (z.B. Elektronen)
 - Zwei oder drei SG-Apparaturen hintereinander
 - SGA 2 kann zwischen 0° - 90° gedreht werden

Unbestimmtheit bei Spin-Messungen

Einleitung vacuum

Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen

SGA 2 Winkel: 0° 30° 60° 90°

Anzahl der SGAs 2

Anzeigeoptionen

- Zeige Häufigkeiten der Ergebnisse
- Zeige die Unbestimmtheit
- Histogramm der Messwerte

Anzahl der Messungen (SGA 2)

Gesamtzahl der Messungen: $N_{\text{tot}} = 0$

= Messwert $S_z = +\hbar/2$: $N_+ = 0$

= Messwert $S_z = -\hbar/2$: $N_- = 0$

Messung zurücksetzen

Steuerung der Messung

Schicke Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen durch die SGAs

Einzelnes Teilchen

Strom von Teilchen

Sende schnell 100 Teilchen

Messwerte-Histogramm (SGA 2)

+ $\hbar/2$

0.2 0.4 0.6 0.8 1

Wahrscheinlichkeit

- $\hbar/2$

0.000

Jetzt seid ihr dran!

1. **Simulation zum BB84-Protokoll (Quantenkryptographie)**
2. **Hallwachs-Versuch (Photoeffekt)**
3. **Bestimmung Planck-Konstante (mittels LED-Kennlinien)**
4. **Elektronenbeugung (Elektronenstrahlröhre)**



weitere Literatur

Bücher /Artikel:

- Landau, L.D., Lifschitz, E.M.: *Quantenmechanik*. Berlin: AkademieVerlag. 1979.
→ Ausführliche Erklärungen, wenig Formeln, in der SLUB
- Schmüser, Peter: *Quantenmechanik*. Berlin: Springer Spektrum: 2012.
→ Fachbuch (theoretische Physik) extra für Lehramt geschrieben, gute Übersicht, in der SLUB
- Dür, Wolfgang; Heusler, Stefan: *Was man vom einzelnen Qubit über Quantenphysik lernen kann*. In: PhyDid A - Physik und Didaktik in Schule und Hochschule. 2012. URL: <http://www.phydid.de/index.php/phydid/article/view/311>
- Zeilinger, Anton: *Die neue Art des Zufalls in der Quantenwelt*. In: Debatte ; 5, S. 31-37 Jg. / 2007.

Internetseiten:

- *QuantumLab*: Grundlagen und Anwendungen der QM (Koinzidenz, Quantenzufall, Q-Kryptographie, Verschränkung, ...); <https://www.quantumlab.nat.fau.de/>
- *milq*: Das Internetportal milq richtet sich an alle, die in der Schule Quantenphysik unterrichten und/oder sich gerne noch etwas ausführlicher damit beschäftigen wollen. U.a. mit Unterrichtsmaterial (ab Klasse 10) und Schülerprogrammen; <https://www.milq.info/>

Quellen

Bäcker, Arnd: *Quantentheorie (LA) - Wintersemester 2020 /21*. Vorlesungsmanuskript. 2021

die Debatte - Laser, MRT & Co: <https://www.die-debatte.org/quantentechnologien-anwendungsbereiche/> - Download vom 25.05.22

Dür, Wolfgang; Heusler, Stefan: *Was man vom einzelnen Qubit über Quantenphysik lernen kann*. In: PhyDid A - Physik und Didaktik in Schule und Hochschule Jg. 1 / 2012, Heft 11, S. 16.

Pospiech, Gesche: *Die zweite Quantenrevolution - Quanteninformatik im Physikunterricht*. In: PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstragung, Jg. 2021.

Pospiech, Gesche; Schöne, Matthias: *Quantenphysik in Schule und Hochschule*. In: PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Jg. 2012.

Sächsisches Staatsministerium für Kultus: *Lehrplan Gymnasium / Physik*. 2019. URL: <https://www.schule.sachsen.de/lpdb/>.

Schecker, Horst; Wilhelm, Thomas; Hopf, Martin [u. a.] (Hrsg.): *Schülervorstellungen und Physikunterricht: ein Lehrbuch für Studium, Referendariat und Unterrichtspraxis*. Berlin: Springer Spektrum: 2018.

Wikipedia: *Quantenverschränkung*. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Quantenverschränkung> - Download vom 25.05.22

Zeilinger, Anton: *Die neue Art des Zufalls in der Quantenwelt*. In: Debatte ; 5, S. 31-37 Jg. / 2007.