

# Strömungsprobleme der Mechanische Verfahrenstechnik

## *Folien zur Vorlesung*

NUR ZUM PERSÖNLICHEN GEBRAUCH!

PD Dr.-Ing. habil. Frank Babick, 1. April 2022

# 5.7 Turbulente Strömungen

## - *Turbulentes Strömungsklassieren* -

# Turbulenter Stofftransport (1)

- Turbulenz
  - = stochastischer Austausch von Fluidsegmenten
  - Ausgleich von Konzentrationsgradienten → turbulente Diffusivität  $D_t$
  - turbulenter Stofftransport = diffusiver Stofftransport
- flächenbezog. Massenstrom:  $\mathbf{j}_A = -D_{\text{eff}} \cdot \text{grad } c_m$
- Diffusionskoeffizient
  - effektiv:  $D_{\text{eff}} = D_{\text{m,P}} + D_{\text{t,P}}$  (molekular + turbulent)
  - Brownsche Bewegung:  $D_{\text{m,P}} = \frac{k_B T}{3\pi\eta x}$  (Stokes-Einstein-Gleichung)
  - turb. Diffusionskoeffizient:  $D_{\text{t,P}} \approx D_{\text{t,F}}$  (Partikeltransport durch Wirbeldiffus<sup>n</sup>)
  - $Pr_a$ ndtl (Mischungsweg):  $D_t = l_M^2 \cdot \left| \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} \right|$
  - turb. Grobvermischen:  $D_t \approx u'_{\text{eff}} A \sim u_0 L_0$   
 $u_0/L_0$  = charakteristische Geschwindigkeit/Länge der Grundströmung
  - turb. Rohrströmung:  $D_{\text{t,max}} \approx 0.01 \cdot u_{\text{eff}} d_R$

# Turbulenter Stofftransport (2)

- Stoffbilanz für disperse Phasen:
  - Quellen/Senken: Kristallisation/Lösen bzw. Zerkleinerung/Agglomeration
  - Transport: konvektiv (Grundströmung und Migration), diffusiv
  - Übergang an Phasengrenzfläche: Blasenaustritt, Sediment oder Rahmschicht
- Transport-Bilanzgleichung, quellenfrei & ohne Phasengrenze:

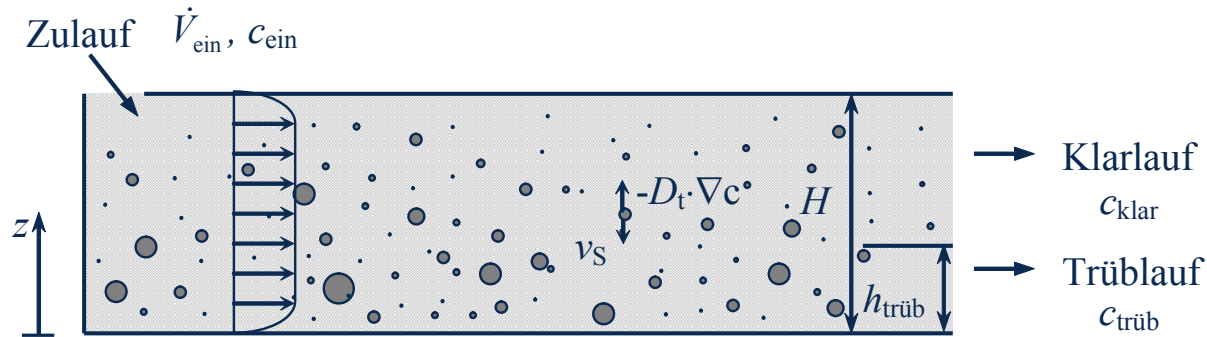
$$\frac{\partial c_m}{\partial t} = -\operatorname{div}(c_m \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}_{\text{rel}})) + D_{\text{eff}} \cdot \operatorname{div} \operatorname{grad} c_m \quad \text{mit} \quad \mathbf{v}_p = \mathbf{u} + \mathbf{v}_{\text{rel}}$$

- Bilanz für schwerkraftbestimmte Systeme
  - Konzentrationsgradient nur in Richtung von  $\mathbf{g}$
  - keine signifikante Vertikalströmung der Flüssigkeit  $\rightarrow |\mathbf{v}_{\text{rel}}| = v_s$

$$\frac{\partial c_m}{\partial t} = v_s \cdot \frac{\partial c_m}{\partial z} + D_{\text{eff}} \frac{\partial^2 c_m}{\partial z^2}$$

- z. B. horizontale Strömung, Rührkessel (schwache Zirkulation)
- näherungsweise anwendbar auf zirkulierende Strömungen  $\rightarrow$  Gradient in radialer Richtung

# Turbulenter Strömungskanal - Konzentrationsprofil

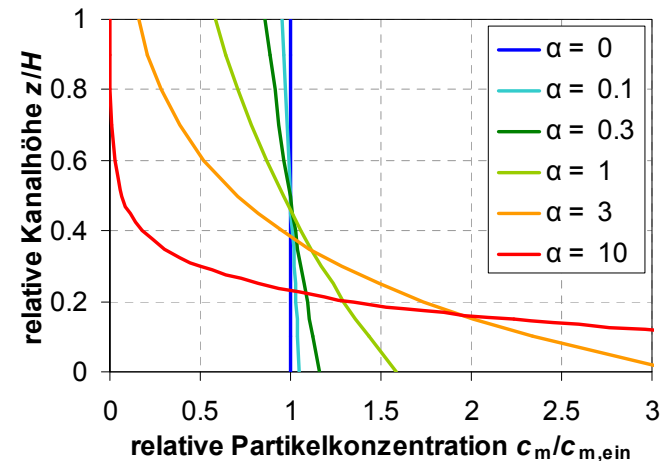


- stationäres Konzentrationsprofil:

$$c_m = c_{m,0} \cdot e^{-\alpha \cdot z/H} \quad \alpha = \frac{v_s H}{D_{\text{eff}}}$$

- mittlere Konzentration

$$\bar{c}_m = c_{m,\text{ein}} = \frac{1}{H} \int_0^H c_m(z) dz = \frac{c_{m,0}}{\alpha} \cdot (1 - e^{-\alpha})$$



# Turbulenter Strömungskanal – Trennfunktion

- lokale Partikelkonzentration

- fraktionelle Konzentration:  $\Delta c_{m,i} = c_m \cdot \Delta Q_{3,i}$       bzw.  $dc_{m,i} = c_m \cdot dQ_{3,i}$

- Konzentrationsdichte:  $C_m(x) = c_m \cdot q_3(x)$       d. h.:  $c_m = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} C_m(x) dx$

- Ortsabhängigkeit:  $C_m(x, z) = c_m(z) \cdot q_3(x, z)$  d. h.:  $\bar{C}_m(x) = \frac{1}{H} \int_0^H C_m(x, z) dz$

- Klassierwirkung

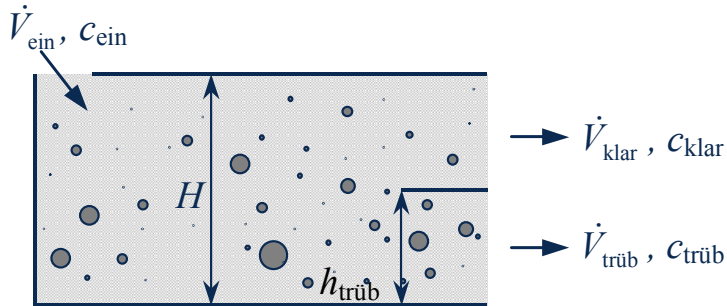
- Gesamtabscheidegrad:  $\eta_{\text{ges}} = \frac{m_{\text{P, trüb}}}{m_{\text{P, ges}}} = \frac{c_{m, \text{trüb}} \cdot \dot{V}_{\text{trüb}}}{\bar{c}_m \cdot \dot{V}_{\text{ges}}}$

- Fraktionsabscheidegrad:  $\eta_i = \frac{m_{\text{P, trüb}} \cdot \Delta Q_{3, \text{trüb}, i}}{m_{\text{P, ges}} \cdot \Delta Q_{3, \text{ges}, i}}$       mit  $\eta_{\text{ges}} = \sum \eta_i \cdot \Delta Q_{3, \text{ges}, i}$

- Trennfunktion:  $T(x) = \frac{m_{\text{P, trüb}} \cdot q_{3, \text{trüb}}(x) \cdot dx}{m_{\text{P, ges}} \cdot q_{3, \text{ges}}(x) \cdot dx} = \frac{C_{\text{trüb}}(x) \cdot \dot{V}_{\text{trüb}}}{C_{\text{ges}}(x) \cdot \dot{V}_{\text{ges}}}$

# Turbulenter Strömungskanal – Klassiermodelle

## Suspensionsteilung

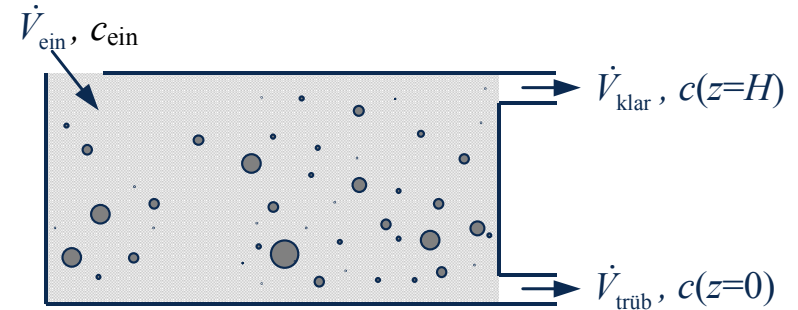


$$\dot{V}_{\text{trüeb}} / \dot{V}_{\text{ges}} = h_{\text{trüeb}} / H$$

$$c_{\text{trüeb}} = \frac{1}{h_{\text{trüeb}}} \int_0^{h_{\text{trüeb}}} c_m(z) dz \quad c_{\text{klar}} \text{ analog}$$

$$T(x) = \frac{1 - e^{-\alpha(x) \frac{h}{H}}}{1 - e^{-\alpha(x)}} \quad \alpha(x) = \frac{v_s(x) H}{D_{\text{eff}}}$$

## Anzapfmodell



$\dot{V}_{\text{trüeb}}, \dot{V}_{\text{klar}}$  eingestellt durch Regelventile

$$c_{\text{trüeb}} = c(z=0), \quad c_{\text{klar}} = c(z=H)$$

$$T(x) = \frac{1}{1 + \frac{\dot{V}_{\text{klar}}}{\dot{V}_{\text{trüeb}}} e^{-\alpha(x)}}$$

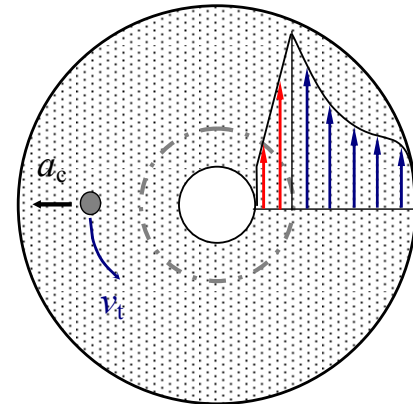
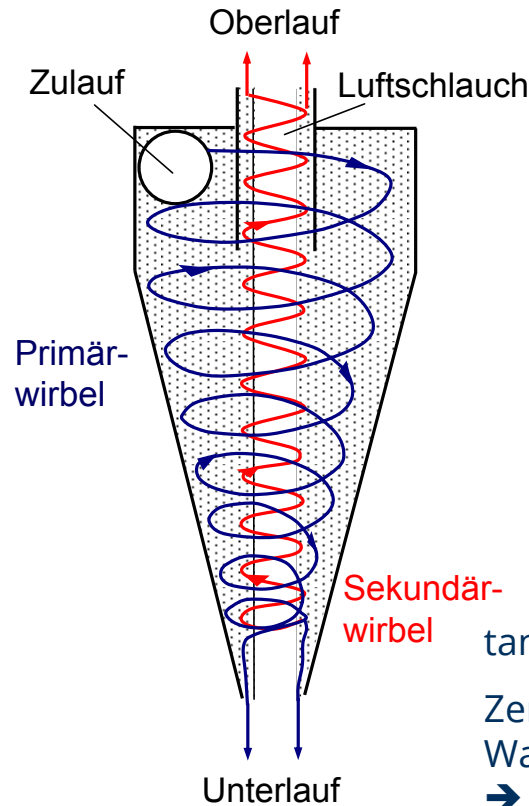
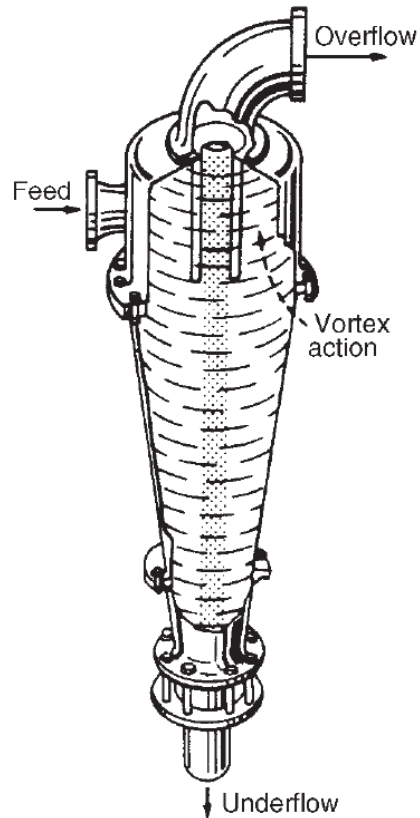
# Aufgaben zum Selbststudium

- Leiten Sie aus der allgemeinen Transport-Bilanz-Gleichung für schwerkraftbestimmte Systeme die stationäre Lösung für das Konzentrationsprofil her!
- Finden Sie Berechnungsgleichungen für die Mediantrenngrenze ( $x_{T,50}$ ) bei Suspensionsteilung und Anzapfmodell!
- Aus der LV „Grundprozesse der MVT“ sollten Sie bereits wissen, dass sich Trennfunktion nicht nur aus Aufgabegut und Grobgut, sondern auch aus Aufgabegut und Feingut sowie Grobgut und Feingut berechnen lässt. Ermitteln Sie die Trennfunktion für das Anzapfmodell über die verschiedenen Ansätze und vergleichen Sie die Lösungen!

# 5.8 Turbulente Strömungen

## - *Hydrozyklone als turbulente Strömungsklassierer* -

# Prinzipieller Aufbau und Betrieb



- tangenciales Geschwindigkeitsprofil
- Zentrifugalkräfte → Migration an die Wand, falls  $\rho_p > \rho_F$
- Unterlauf: erhöhte Konzentration
- Oberlauf: verringerte Konzentration

Coulson & Richardson's Chemical Engineering, vol. 6, 4<sup>th</sup> ed., p. 404

# Beispiele



[www.zyklomat.de/images/zentrifugalabscheider.jpg](http://www.zyklomat.de/images/zentrifugalabscheider.jpg)



[reko-hydrozyklon-trennanlagen-29516.jpg](http://reko-hydrozyklon-trennanlagen-29516.jpg)

- typischerweise schlankes Design
- häufig Batterie mit parallel geschalteten Hydrozyklonen

# Typische Anwendungen von Hydrozyklonen

- Trennen von Partikelsystemen nach Größe oder Dichte
- Fest-Flüssig-Trennung
- Eindicken von Suspensionen
- Separation von nicht-mischbaren Flüssigkeiten/Öl-Wasser-Systemen
- Abtrennung von dispergierten oder gelöstem Gas aus Flüssigkeiten
- Klassierung durch Sinkgeschwindigkeit → Einfluss von  $a_z$ ,  $x$ ,  $\Delta\rho$  &  $\eta$ !

# Auslegung von Hydrozyklonen

- Auslegung mittels Anzapfmodell  
(wobei  $\dot{V}_{\text{klar}} = \dot{V}_o$  und  $\dot{V}_{\text{trüb}} = \dot{V}_u$ )
- Trennteilchengröße  $x_T$ , allgemein

$$T(x_T) = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \alpha(x_T) = \ln \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_u}$$

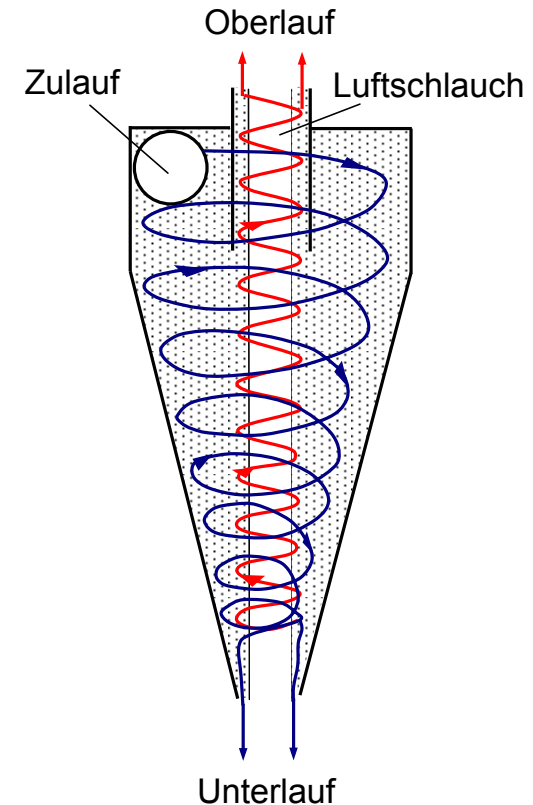
- $x_T$  für Sedimentation im Stokes-Bereich

$$x_T = \sqrt{\frac{18\eta}{a_Z \Delta\rho} \cdot \frac{v_{S,T}}{k_\phi k_\psi}} = \sqrt{\frac{18\eta}{a_Z \Delta\rho} \cdot \frac{D_{\text{eff}}/H}{k_\phi k_\psi} \ln \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_u}}$$

- wobei  $a_Z = u_t^2/r$  und  $u_t \sim \sqrt{\Delta p_{\text{HZ}}/\rho_{\text{Sus}}}$
- ferner  $\dot{V}_o/\dot{V}_u = 0.91 \cdot (d_o/d_u)^3$
- so dass:

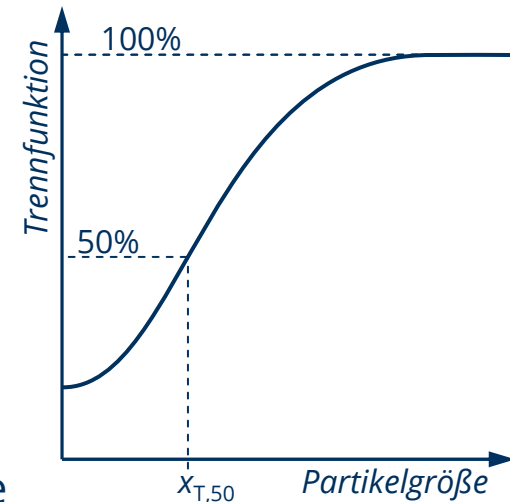
$$x_T = K_{\text{exp}} \cdot k_d \cdot \sqrt{\frac{\eta \cdot d_{\text{HZ}}}{(1-\phi)^3 \Delta\rho} \cdot \frac{\rho_{\text{Sus}}}{\Delta p_{\text{HZ}}} \ln \left( 0.91 \cdot \left( \frac{d_o}{d_u} \right)^3 \right)}$$

- viele unterschiedliche Berechnungsansätze  $\rightarrow$  Auslegung i.d.R. durch Spezialfirmen



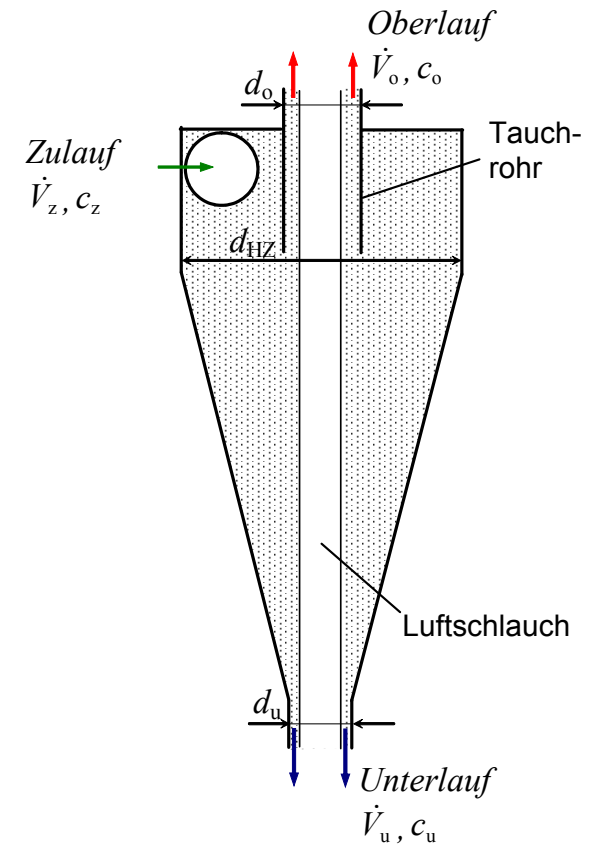
# Betriebsverhalten

- optimale Trennleistung nur für schmalen Bereich an Durchsatz & Partikelgröße  
→ Batterien parallel geschalteter, baugleicher Hydrozyklone (*numbering-up*)
- Trenngrenze  $x_T$ :
  - Bereich: 5...100  $\mu\text{m}$
  - Verringerung von  $x_T$  durch  $\Delta p_{\text{HZ}} \uparrow$ ,  $d_{\text{HZ}} \downarrow$  ( $\rightarrow \dot{V}_z \downarrow$ )  
→ Trenngrenze  $x_T$  & Volumenstrom  $\dot{V}_z \rightarrow$  Größe & Anzahl der Hydrozyklone
  - höhere Partikelkonzentration  $\rightarrow$  Zunahme von  $x_T$  & verringerte Trennschärfe
- Prozessparameter
  - Volumenstrom  $\approx 1 \dots 1000 \text{ m}^3/\text{h}$
  - Druckverlust  $\Delta p_{\text{HZ}} = \dots 5 \text{ bar}$
- weitere Aspekte
  - einfache Konstruktion, keine bewegten Teile
  - geringe Wartungskosten
  - geringes Füllvolumen
  - Abrasion durch Partikel-Wand-Stöße
  - Flockenaufbruch infolge hydrodynamischer Kräfte



# Typische Design- und Betriebsparameter

- Design
  - tangentialer Zulauf  $\rightarrow$  Wirbelströmung
  - Durchmesser  $d_{\text{HZ}} = 20 \dots 500 \text{ mm}$
  - Länge  $L \approx 5 \dots 20 \times d_{\text{HZ}}$
  - häufig Batterie baugleicher Hydrozyklone
- Betriebsparameter
  - Durchfluss  $\approx 1 \dots 1000 \text{ m}^3/\text{h}$
  - Zulaufgeschwindigkeit  $u_z = \dots 10 \text{ m/s}$
  - Druckverlust  $\Delta p_{\text{HZ}} = \dots 5 \text{ bar}$
  - max. Zentrifugalbeschleunigung  $a_{z,\text{max}} = 100 \dots 30000 \text{ g}$
- Klassierwirkung
  - Trenngrenze  $x_T = 5 \dots 100 \mu\text{m}$



# Literatur zum Hydrozyklon

## Lehrbücher:

- R. K. Sinnott: *Chemical Engineering Design*. In series: *Coulson and Richardson's Chemical Engineering*, vol. 2, 5<sup>th</sup> ed.; Elsevier, Oxford, **2005**; pp. 422-426
- H. Schubert (ed.): *Handbuch der Mechanische Verfahrenstechnik, Band 2*; Wiley-VCH, Weinheim, **2003**; pp. 545-585.
- W.-C. Yang, *Handbook of fluidization and fluid-particle systems*; Dekker, **2003**; chapt. 28.5.
- L. Svarovsky, *Solid-liquid separation*, 4<sup>th</sup> ed.; Butterworth-Heinemann, **2000**; chap. 6.
- J. F. Richardson, J. H. Harker, J. R. Backhurst. *Particle Technology and Separation Processes*. In series: *Coulson and Richardson's Chemical Engineering*, vol. 6, 4<sup>th</sup> ed.; Butterworth-Heinemann, Oxford, **2002**; pp. 48-55.

## wissenschaftliche Artikel:

- W. Chen, N. Zydek, F. Parma: Evaluation of hydrocyclone models for practical applications. *Chem. Eng. J.*, 80:295–303, **2000**.
- H. Trawinski: Näherungsansätze zur Berechnung wichtiger Betriebsdaten für Hydrozyklone und Zentrifugen. *Chem. Ing. Tech.*, 30(2):85-95, **1958**.

# 5.9 Turbulente Strömungen

## - *Literaturverweise* -

# Literatur zum Themenbereich Turbulenz

## *Grundlagen und Turbulenzmodelle:*

- G. Naue (Hrsg.): *Technische Strömungsmechanik I*, 3. Aufl.; aus der Reihe: *Verfahrenstechnik*; Dt. Verl. der Grundstoffindustrie, Leipzig, **1983**; → Kap. 11
- H. Oertel, M. Böhle, T. Reviol: *Strömungsmechanik*, 6. Aufl.; Vieweg+Teubner, Springer Fachmedien, Wiesbaden, **2011**; doi:10.1007/978-3-8348-8110-6; Kap. 2.4.1 & Kap. 3.2.2-3.2.4

## *Mikroturbulenz:*

- H. Schubert, (Hrsg.): *Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik*, Bd. 1; Wiley-VCH, Weinheim, **2003**; doi:10.1002/3527603352; → Kap. 3.3

## *Strömungsklassierung:*

- H. Schubert, (Hrsg.): *Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik*, Bd. 2; Wiley-VCH, Weinheim, **2003**; doi:10.1002/3527603352; Kap. 7.2.2