Inverse Matrix

Beispiel 8.22

1. Forme $(A|E)$ schrittweise um, so dass erste Spalte zu $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^\top$ wird

$$\left(\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{(Z_2 - Z_1) \to Z_2} \left(\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{(Z_3 - Z_1) \to Z_3} \left(\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

2. zusätzlich die zweite Spalte zu $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^\top$

$$\left(\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{\substack{(Z_1 + Z_2) \to Z_1 \\ (Z_3 - Z_2) \to Z_3 \\ (-1) \cdot Z_2 \to Z_2}} \left(\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

3. zusätzlich die dritte Spalte zu $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^\top$. A^{-1} ergibt sich in $(E|A^{-1})$

$$\left(\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{\substack{(Z_1 - Z_3) \to Z_1 \\ (Z_2 + 3 \cdot Z_3) \to Z_2 \\ (-1) Z_3 \to Z_3}} \left(\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

Inverse Matrix

Beispiel 8.22

1. Forme $(A|E)$ schrittweise um, so dass erste Spalte zu $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^\top$ wird

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{(Z_2-Z_1)\to Z_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{(Z_3-2\cdot Z_1)\to Z_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

2. zusätzlich die zweite Spalte zu $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^\top$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{\substack{(Z_1+Z_2)\to Z_1 \\ (Z_3-Z_2)\to Z_3 \\ (-1)\cdot Z_2\to Z_2}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

3. *Aber*: Mittels Zeilenumformungen lässt sich dritte Spalte nicht zusätzlich zu

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^\top$$

umformen, d. h. A lässt sich nicht vollständig zu $diag(1;1;1)$ umformen.

Damit: Das Gauß-Jordan-Verfahren führt nicht zum Ziel: A^{-1} zu A existiert nicht.