

# Morphologische Operationen

Die **Öffnung** einer Menge  $X$  mit einem Strukturelement  $B$  ist definiert als

$$\gamma_B(X) = \{B_p : p \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}, B_p \subset X\} = \delta_{\check{B}}(\varepsilon_B(X)).$$

In Worten: Öffnung beschreibt die Vereinigung aller Strukturelemente  $B_p$ , die in  $X$  enthalten sind, nicht nur der Referenzpunkte  $p$  (letzteres ist Erosion).

# Morphologische Operationen

Die **Öffnung** einer Menge  $X$  mit einem Strukturelement  $B$  ist definiert als

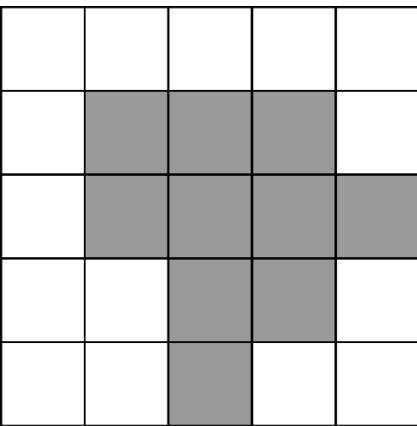
$$\gamma_B(X) = \{B_p : p \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}, B_p \subset X\} = \delta_{\check{B}}(\varepsilon_B(X)).$$

In Worten: Öffnung beschreibt die Vereinigung aller Strukturelemente  $B_p$ , die in  $X$  enthalten sind, nicht nur der Referenzpunkte  $p$  (letzteres ist Erosion).

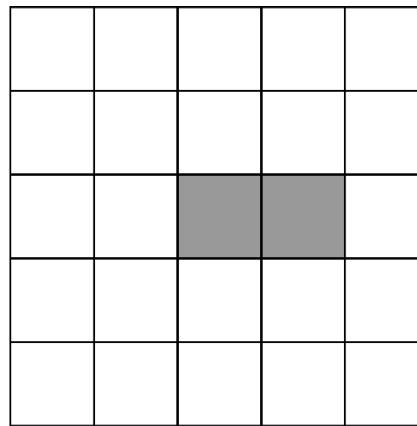
Die **Schliessung** einer Menge  $X$  mit einem Strukturelement  $B$  ist definiert als

$$\begin{aligned} \phi_B(X) &= (\{B_p : p \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}, B_p \subset X^c\})^c \\ &= \bigcap_{p \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}} \{B_p^c : X \in B_p^c\} = \varepsilon_{\check{B}}(\delta_B(X)). \end{aligned}$$

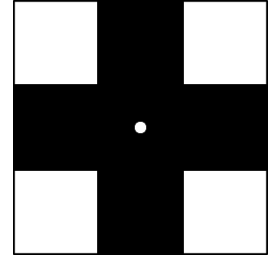
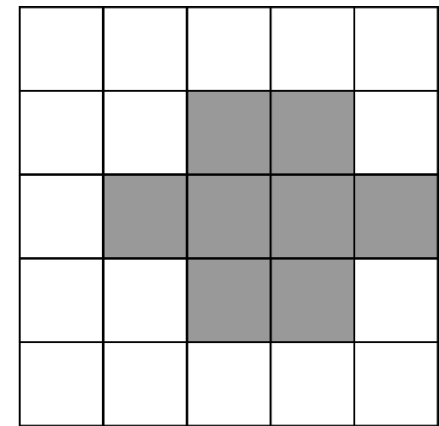
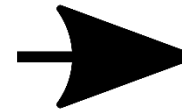
## Öffnung / opening



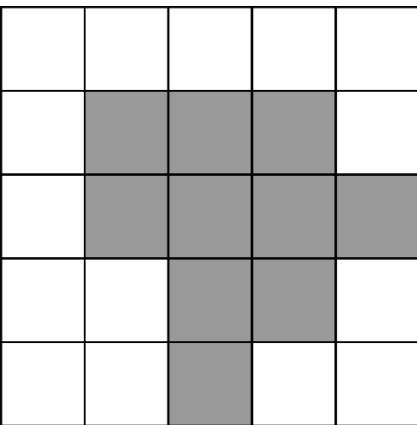
Erosion



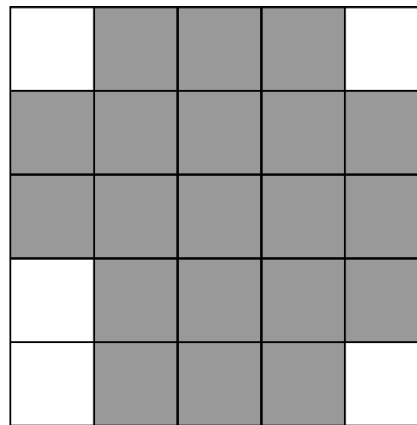
Dilation



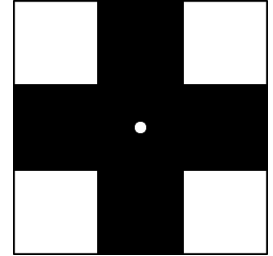
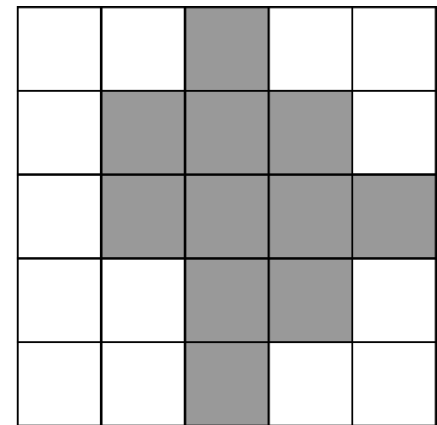
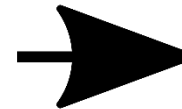
## Schließung / Abschluss / closure



Dilation



Erosion



# Morphologische Operationen

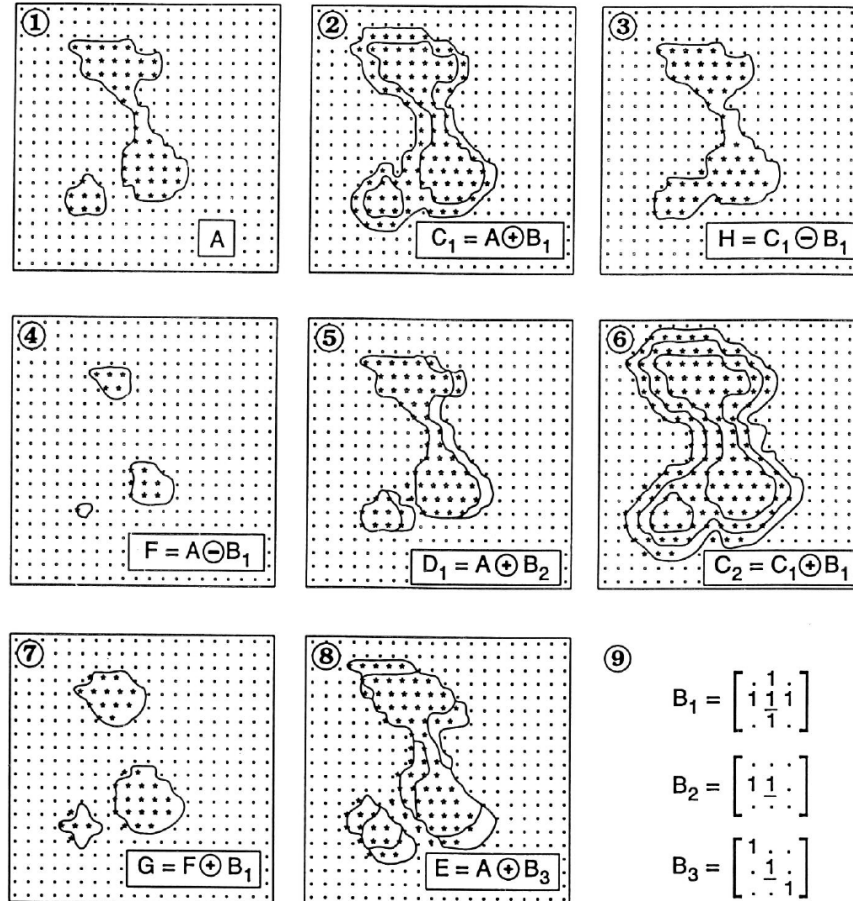


FIG. 6-9. Mathematical morphology operations on a small raster image. (1). Original image A. (2). Dilation of A using structuring element  $B_1$ . (3). Closing of image A by  $B_1$ . (4). Erosion of A by  $B_1$ . (5). Dilation of A by structuring element  $B_2$ . (6). Two successive dilations of A by  $B_1$ . (7). Opening of A by  $B_1$ . (8). Dilation of A by  $B_3$ . (9). Three (3\*3) structuring elements.

## Arithmetische Differenzen

$$\delta_B(f) - \varepsilon_B(f)$$

$$\delta_B(f) - f$$

$$f - \varepsilon_B(f)$$

können genutzt werden, um Ränder in Bildern hervorzuheben (ähnlich wie Sobel- oder Prewittfilter).

## Arithmetische Differenzen

$$\delta_B(f) - \varepsilon_B(f)$$

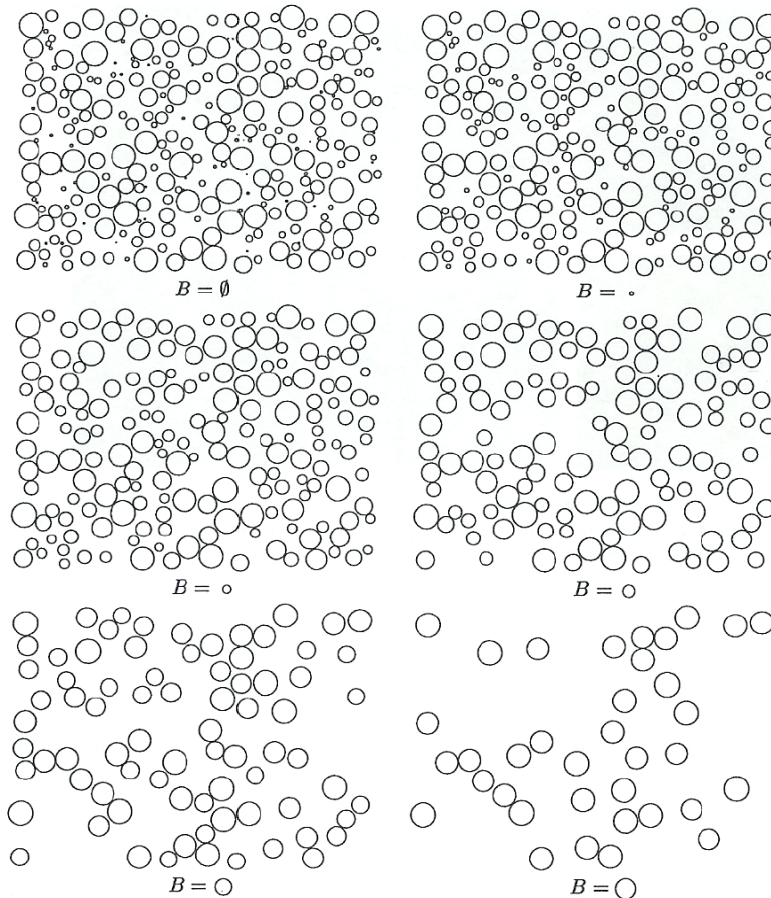
$$\delta_B(f) - f$$

$$f - \varepsilon_B(f)$$

können genutzt werden, um Ränder in Bildern hervorzuheben (ähnlich wie Sobel- oder Prewittfilter).

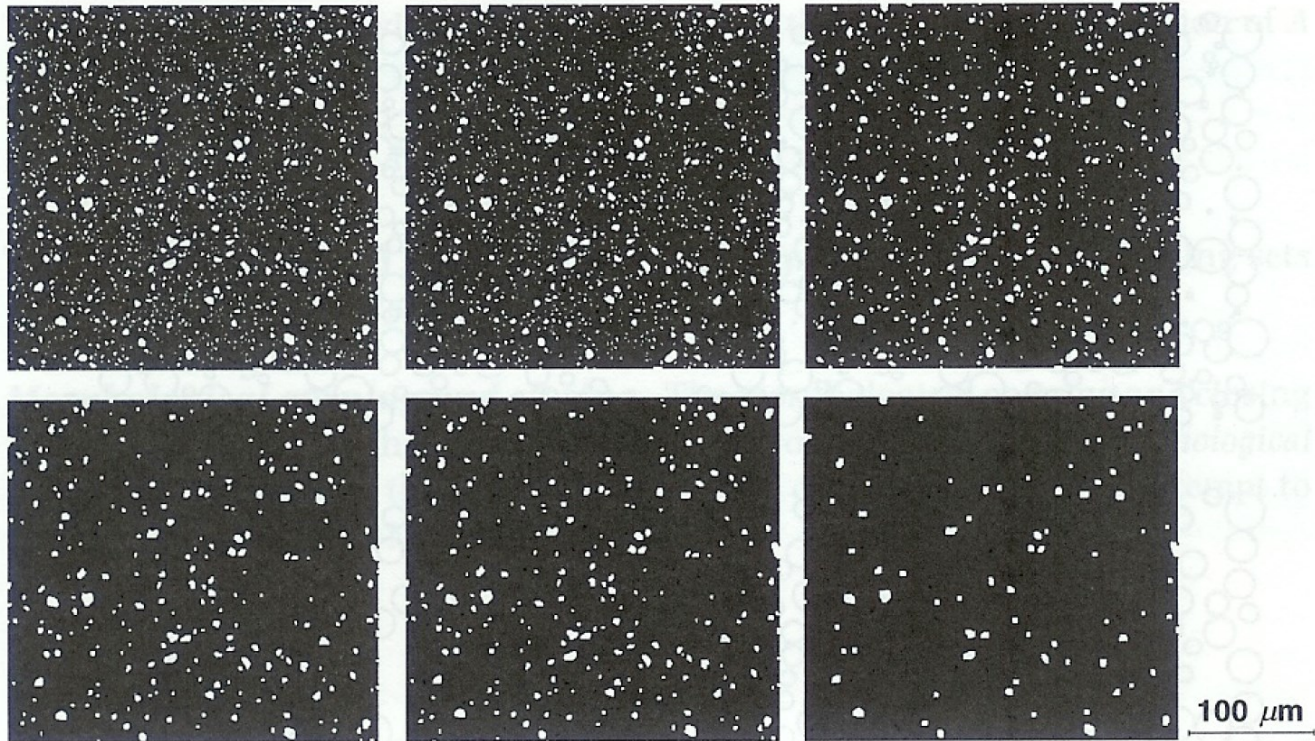
Öffnungen und Schliessungen können genutzt werden, um bestimmte geometrische Objekte in Bildern herauszufiltern oder zu erzwingen.

# Morphologische Operationen



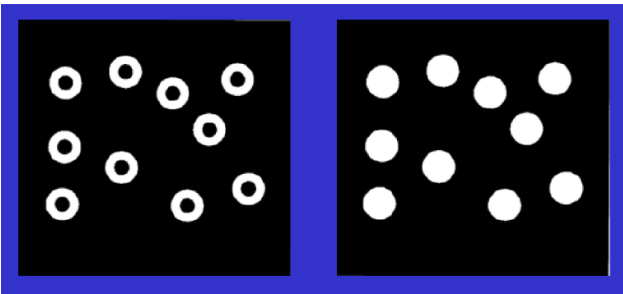
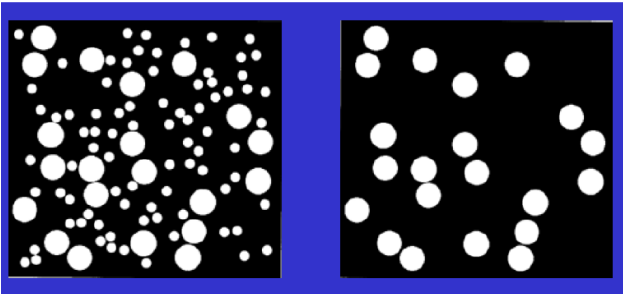
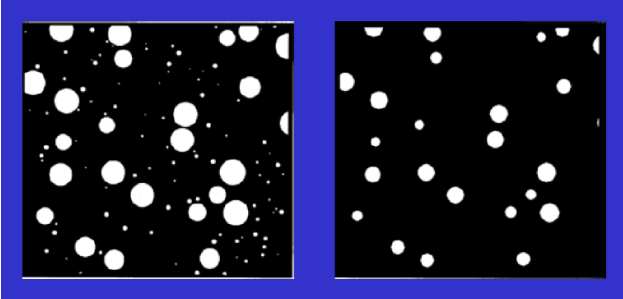
**Figure 2.3** 'Sieving' of disks of uniformly distributed diameter. The structuring element  $B$  is a disk of increasing diameter. If the diameter of the disk is smaller than the diameter of the current structuring element, this disk is eliminated from the image. For  $B = \emptyset$  we have the original image.

# Morphologische Operationen



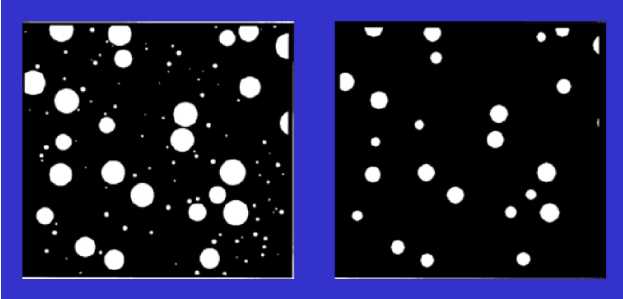
**Figure 2.4** The use of morphological opening for the classification of the particle sizes of a spheroidized pearlite containing small granular carbide particles. The structuring element is a square of increasing edge length. This example shows that the shape of the objects is changed during the opening process.

# Morphologische Operationen

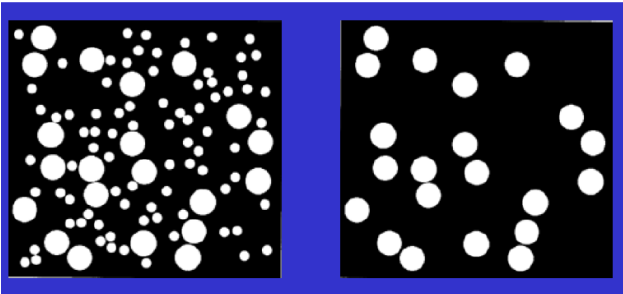


Welche Operationen wurden durchgeführt?

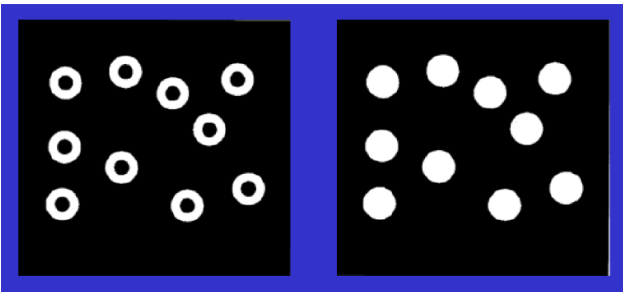
# Morphologische Operationen



Erosion

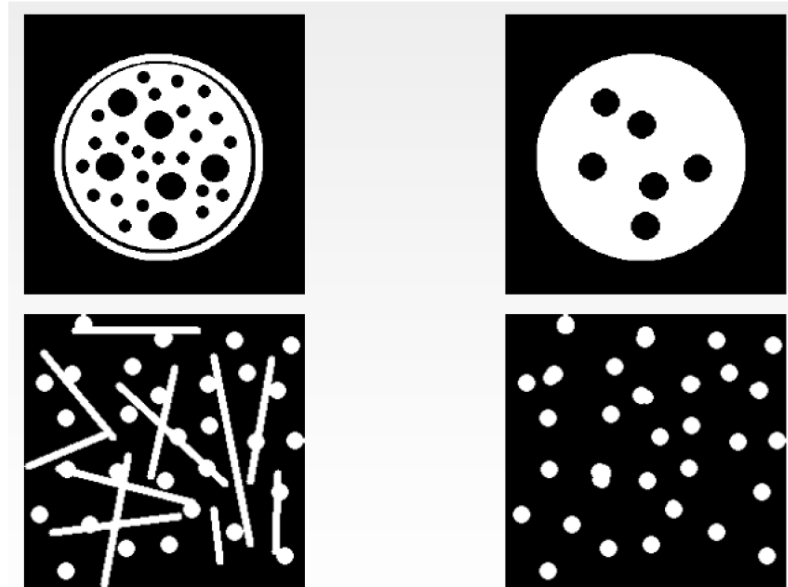


Öffnung



Schliessung

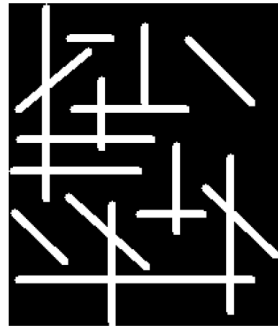
# Morphologische Operationen



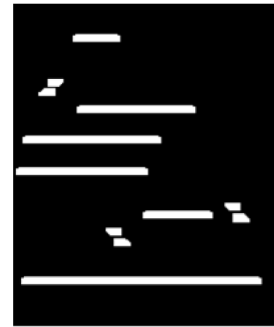
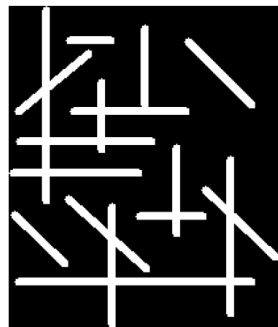
top: Closing with a disc shaped structuring element

bottom: Opening with a disc shaped structuring element

# Morphologische Operationen



Opening with a  $9 \times 3$  vertically oriented structuring element.

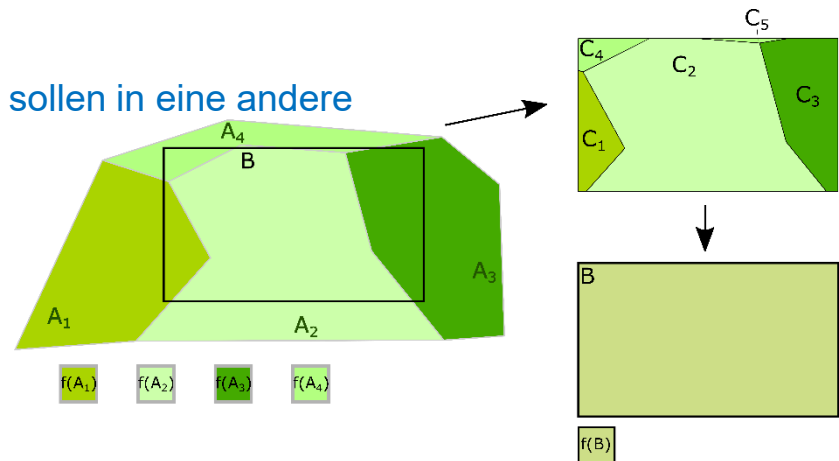


Opening with a  $3 \times 9$  horizontally oriented structuring element.

# Sampling Transformationen

## Probleme

- Gegeben seien mehrere verschiedene Geoobjekte. Wie lassen sich dieses anhand ihres relativen Abstands klassifizieren?
  - Buffering
  
- Gegeben sind ein oder mehrere Geoobjekte mit Attributen. Diese Attributwerte sollten jetzt für einen beliebigen Punkt oder eine Region abgefragt/ermittelt werden ...
  - Punkt → Punkt: **Interpolation!**
  - Linie → Punkt: **Interpolation!**
  - Fläche → Punkt ...
  - Fläche → Fläche ...
  
- Geoobjekte in einer gegebenen Auflösung sollen in eine andere Auflösung überführt werden (*Resampling*)



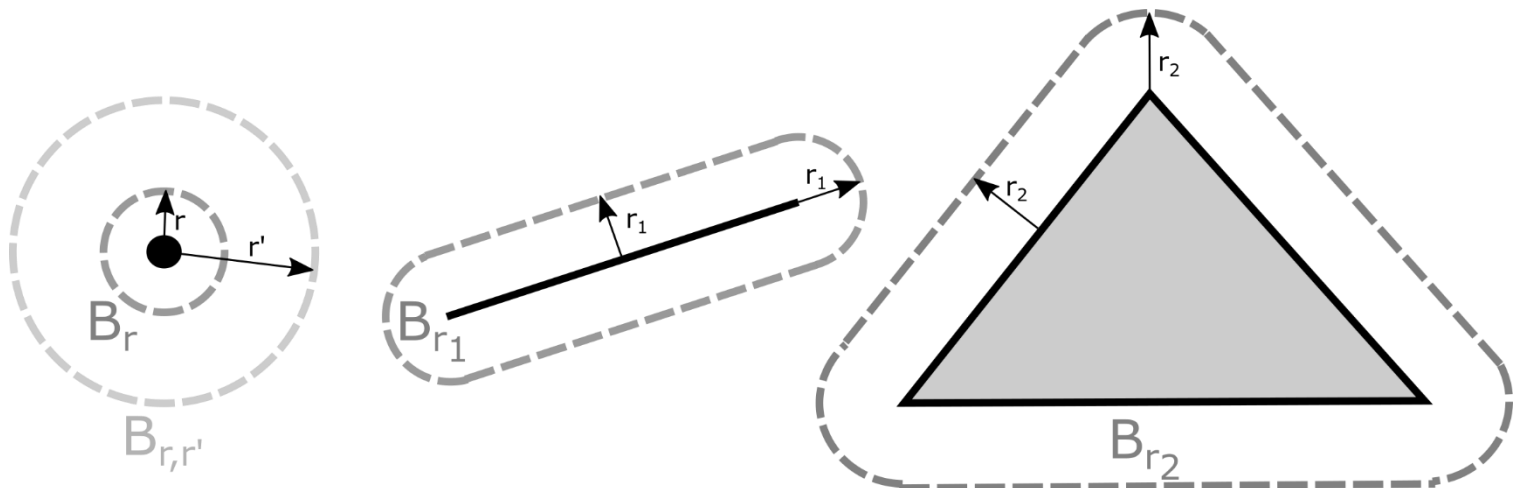
## Problem

Gegeben sind mehrere Geoobjekte. Wie lassen sich diese anhand ihres relativen Abstands klassifizieren?

- Geoobjekt  $O$  wird virtuell um einen Betrag  $r$  flächig erweitert. Dadurch entsteht eine s.g. *Pufferzone* (Zone relativer Nähe, *proximity zone*, *buffer zone*)  $B_r(O)$ . Es gilt:

$$x \in B_r(O) \rightarrow d(x, O) \leq r$$

- Pufferkorridor  $B_{r,r'}(O)$ :  $x \in B_{r,r'}(O) \rightarrow r \leq d(x, O) \leq r'$



## Problem

Gegeben sind mehrere Geoobjekte. Wie lassen sich diese anhand ihres relativen Abstands klassifizieren?

- Räumliche Klassifikation nur basierend auf senkrechtem Abstand  $d(x, 0)$
- Pufferzonen liegen nicht als eigene Objekte vor, werden aber ggf. visualisiert
- Erleichtert visuelle Interpretation durch sichtbare Abstandsgruppen

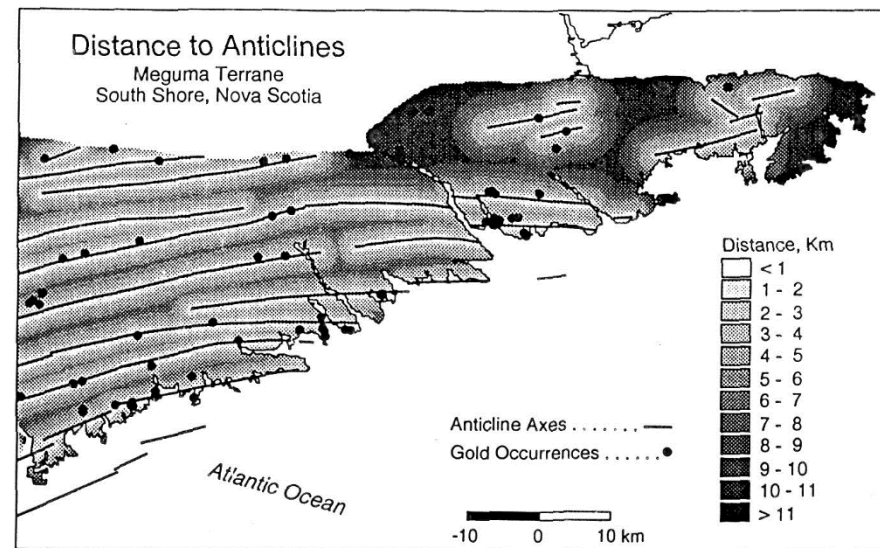


FIG. 6-8. A. Map to illustrate the dilation or buffering of linear features. Anticlinal fold axes in Meguma terrane, Nova Scotia have been successively dilated with corridors (250 m intervals) to produce a map showing proximity to the nearest fold axis. A classification has been applied so that the intervals on the map are 1 km. The points are locations of gold occurrences.

## Problem

Gegeben sind ein oder mehrere Flächenobjekte mit Attributen. Diese sollten jetzt an gegebenen Punktpositionen ausgewertet werden.

- Geometrisches Problem: **Punkt-in-Polygon-Test**  
**Befindet sich ein Punkt innerhalb eines Polygons?**
- Verschiedene Verfahren basierend auf verschiedenen Arten von Polygonen
  - Achs-paralleles Rechteck
  - Dreieck
  - Beliebiges Polygon

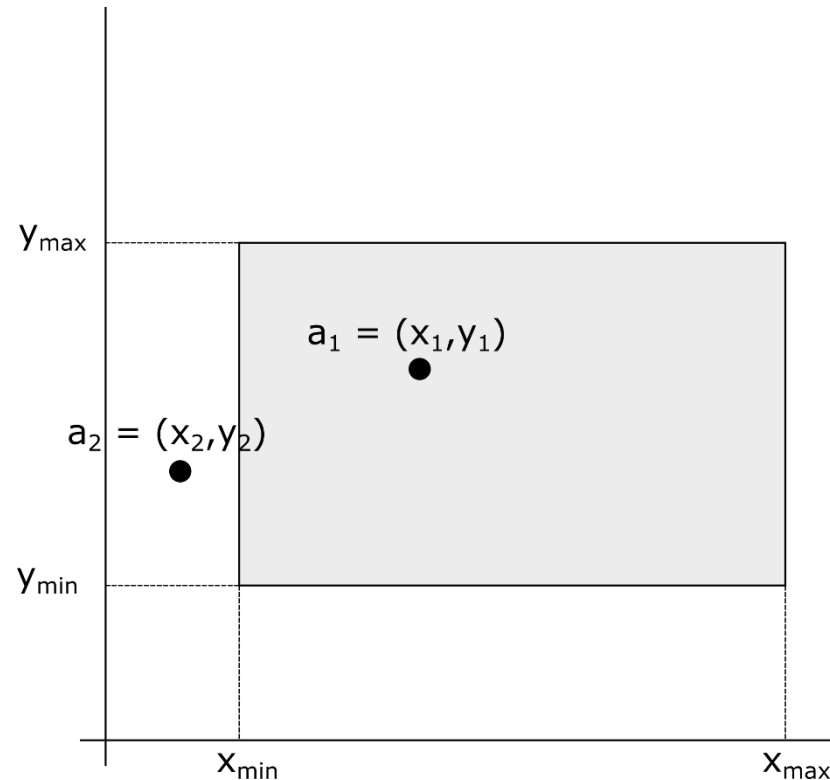
## Bounding-Box-Test

- Gegeben:  
Rechteck  $R = (x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max})$   
Abfragepunkt  $(x, y)$

- Bedingung:

$$x \in R \rightarrow \begin{cases} x_{min} \leq x \leq x_{max} \\ y_{min} \leq y \leq y_{max} \end{cases}$$

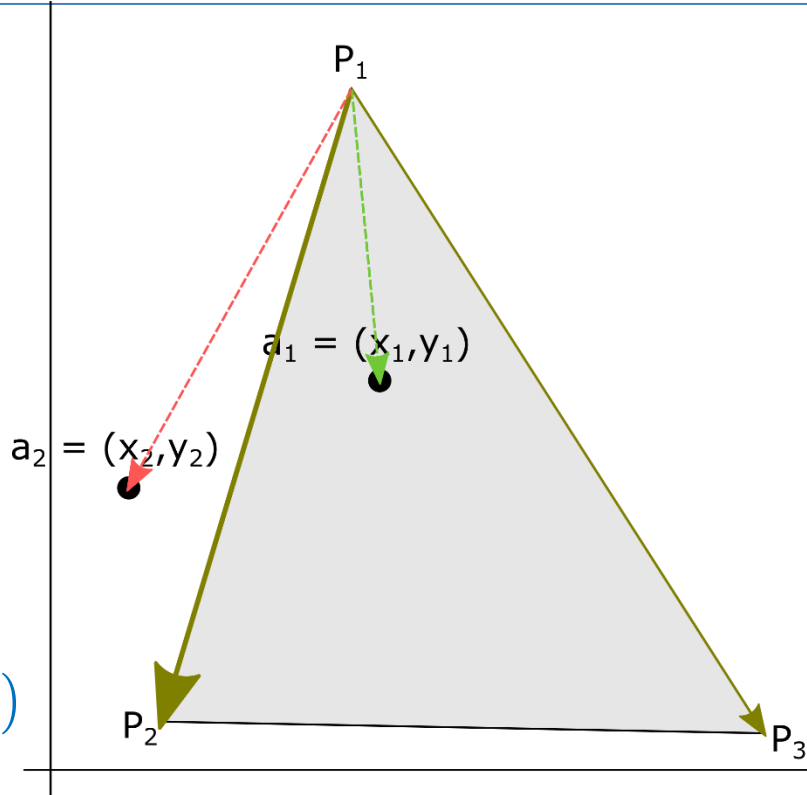
- Vorteil:
  - sehr effizient
  - leicht erweiterbar  
in höhere Dimensionen
- Nachteil: begrenzt anwendbar
- Anwendung:  
Identifizierung, ob ein Punkt in der AABB\* eines Objektes liegt. Wenn ja, lohnen sich aufwändigere Verfahren für genauere Abfragen.



\*axis-aligned bounding box

## Punkt-in-Dreieck-Test

- Gegeben:  
Dreieck  $\Delta(\vec{p}_i, \vec{p}_j, \vec{p}_k)$   
Abfragepunkt  $\vec{x} = (x, y)$
  - Ansatz:
    - jede Dreiecksseite teilt den Raum in 2 Halbräume
    - liegt  $\vec{x}$  im gleichen Halbraum wie der der Kante  $(\vec{p}_i, \vec{p}_j)$  gegenüberliegende Punkt  $\vec{p}_k$  liegt  $\vec{x}$  potentiell im Dreieck  $\Delta$ 
      - $w_{ij}(\vec{x}) > 0$  mit
- $$w_{ij}(\vec{x}) = ((\vec{p}_j - \vec{p}_i) \times (\vec{p}_k - \vec{p}_i)) \cdot ((\vec{p}_j - \vec{p}_i) \times (\vec{x} - \vec{p}_i))$$
- $\vec{x} \in \Delta \rightarrow w_{ij}(\vec{x}) > 0, w_{jk}(\vec{x}) > 0, w_{ki}(\vec{x}) > 0$
- Test kann abgebrochen werden, wenn **ein**  $w < 0$  gefunden wird
  - Vorteil: Berechnung leicht optimierbar
  - Nachteil: nur für Dreiecke geeignet



## Punkt-in-Polygon-Test / Strahlmethode nach Jordan

- Gegeben:  
 Polygon  $P(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots, \vec{p}_n)$  mit Sequenz aus  $n$  Randpunkten  
 $\Rightarrow$  Kante  $k_i = \vec{p}_{i+1} - \vec{p}_i, 1 \leq i \leq n - 1; k_n = \vec{p}_1 - \vec{p}_n$   
  
 Abfragepunkt  $\vec{x} = (x, y)$
- Ansatz:
  1. Definiere einen Strahl mit beliebiger Richtung  $\vec{r}$ , ausgehend von  $\vec{x}$
  2. Teste für jede Kante, ob der Strahl die Kante schneidet  

$$\forall k_i: \vec{x} + \lambda_r \vec{r} = \vec{p}_i + \lambda_i (\vec{p}_{i+1} - \vec{p}_i)$$
    - Schnitt wenn  $\lambda_i \geq 0$  und  $\lambda_i < 1$
  3. Zähle alle Schnitte zwischen Strahl und Kanten:  $n_h$
- $n_h$  ist **ungerade**:  $\vec{x} \in P$
- $n_h$  ist **0 oder gerade**:  $\vec{x} \notin P$

## Punkt-in-Polygon-Test / Strahlmethode nach Jordan

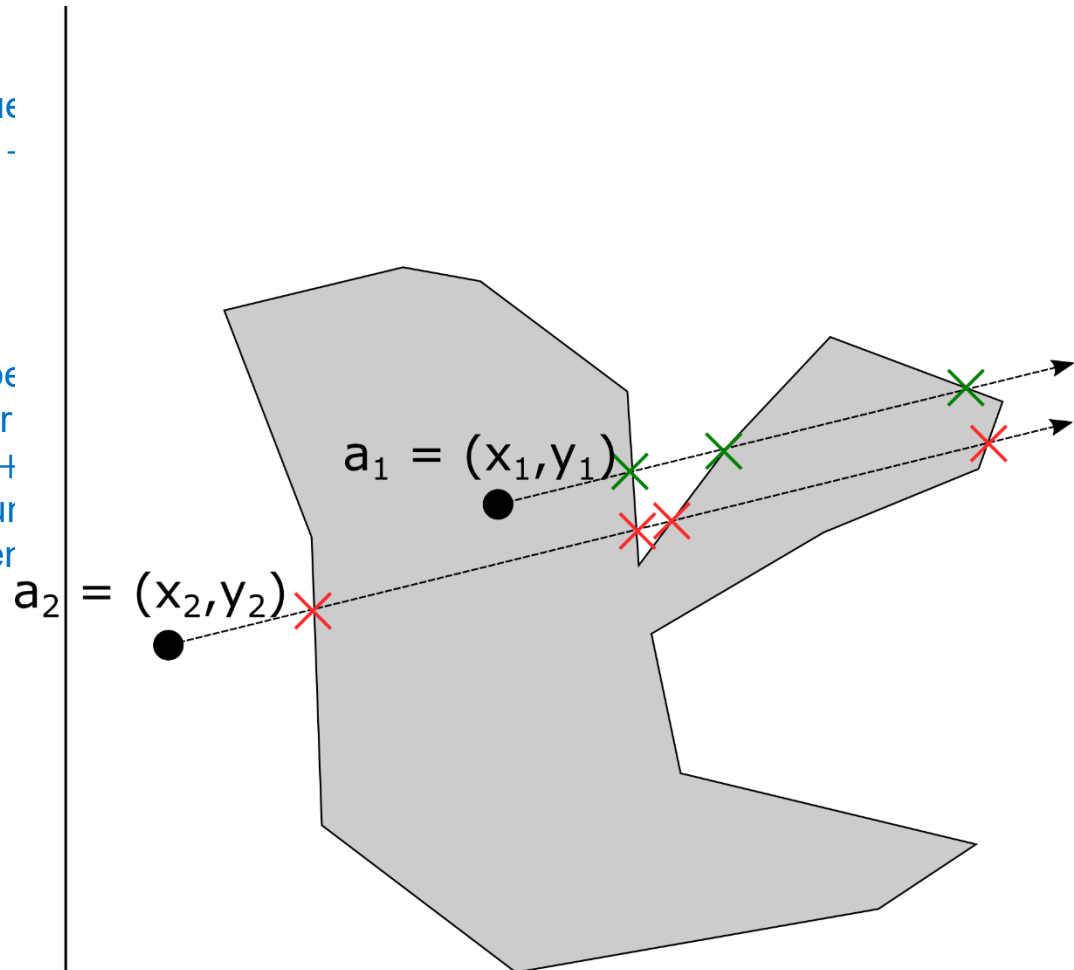
- Gegeben:  
 Polygon  $P(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots, \vec{p}_n)$  mit Sequenz  
 $\Rightarrow$  Kante  $k_i = \vec{p}_{i+1} - \vec{p}_i, 1 \leq i \leq n$ .

Abfragepunkt  $\vec{x} = (x, y)$

- Ansatz:
  1. Definiere einen Strahl mit beliebigem Richtungsvektor  $\vec{r}$
  2. Teste für jede Kante, ob der Strahl die Kante schneidet  
 $\forall k_i: \vec{x} + \lambda_r \vec{r} = \vec{p}_i + \lambda_i k_i$   
 $\rightarrow$  Schnitt wenn  $\lambda_i \geq 0$  und  $\lambda_r < 0$
  3. Zähle alle Schnitte zwischen Strahl und Polygon

- $\rightarrow n_h$  ist **ungerade**:  $\vec{x} \in P$
- $\rightarrow n_h$  ist **0 oder gerade**:  $\vec{x} \notin P$

- Vorteil: funktioniert für **alle** Polygone
- Nachteil: aufwändig, es müssen immer **alle** Kanten getestet werden



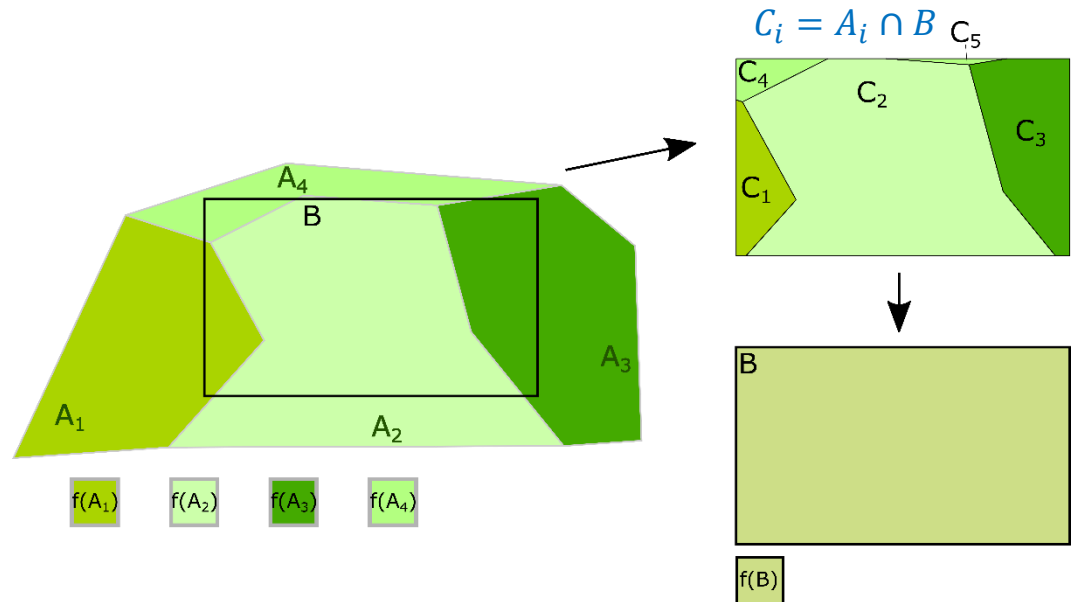
# Fläche-zu-Fläche Transformation

## Problem


Gegeben sind ein oder mehrere Flächenobjekte mit Attributen. Diese sollten jetzt für ein gegebenes anderes Flächenobjekt ausgewertet werden.

- Gegeben: Menge von Polygonen  $(A_i, f(A_i))$  und ein Abfragepolygon  $B$
- Gesucht:  $f(B) = \sum_i \lambda_i f(A_i)$

$$\lambda_i = \frac{\text{Fläche}(A_i \cap B)}{\text{Fläche}(B)}$$



## *upsampling*

- Erhöhung der Auflösung
  - Hinzufügen von zusätzlichen unabhängigen Daten 
  - Interpolation ...? → keine zusätzliche Information

## *downsampling*

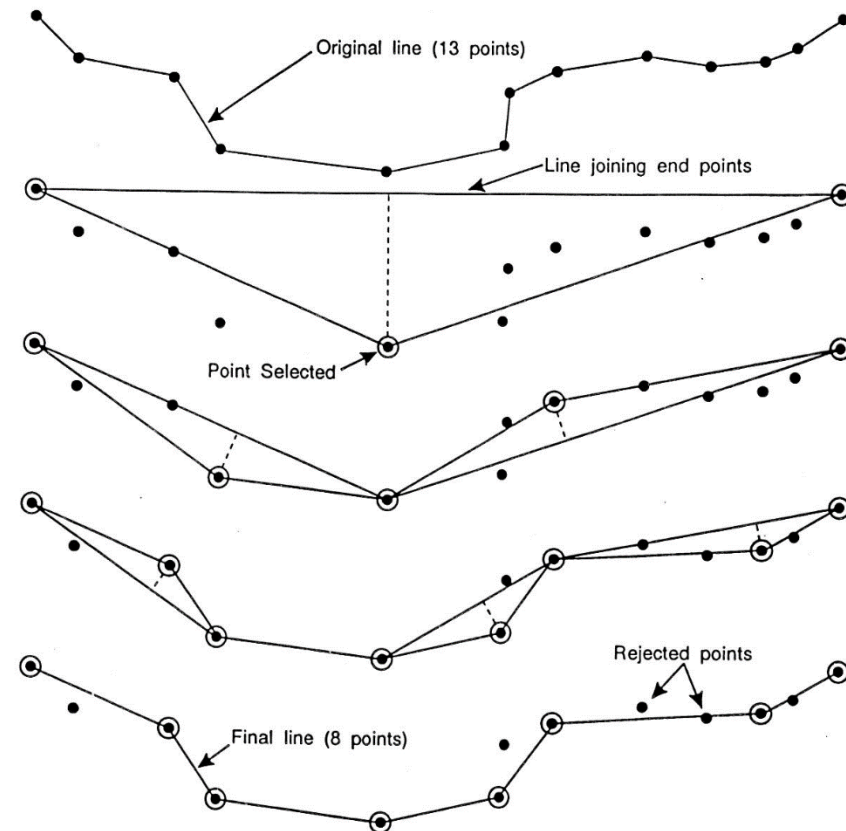
- Verringerung der Auflösung
  - Interpolation ...? → Gefahr von Informationsverlust
  - **weeding**

## *weeding*

- Entfernen von Datenpunkten mit dem geringsten Beitrag zum Informationsgehalt
- basierend auf Geometrie und/oder Parameterverteilung
- Ziel: verbleibende Datenpunkte umfassen die relevante Information
- Beispiel: **Douglas-Peucker-Algorithmus zur Ausdünnung von Liniendaten**

## Douglas-Peucker-Algorithmus zur Ausdünnung von Liniendaten

1. Verbinde Anfangs- und Endpunkt mit einer geraden Linie
  2. Füge den Datenpunkt ein, der den größten senkrechten Abstand zur Verbindungslinie
    - Zwei neue Segmente
  3. Wiederhole Punkt 2 für jedes neue Segment bis kein Datenpunkt ist weiter entfernt als gegebenes Minimum
- Datenpunkte, welche nicht eingefügt werden, tragen zu wenig Information zur Liniengeometrie bei



**FIG. 6-10.** Douglas-Peucker algorithm for line generalization. The original line contains 13 points, and the final line contains 8 points. The rejected points are said to be "weeded". A number of alternative algorithms for line weeding have been proposed.