

# Strömungsprobleme der Mechanische Verfahrenstechnik

## *Folien zur Vorlesung*

NUR ZUM PERSÖNLICHEN GEBRAUCH!

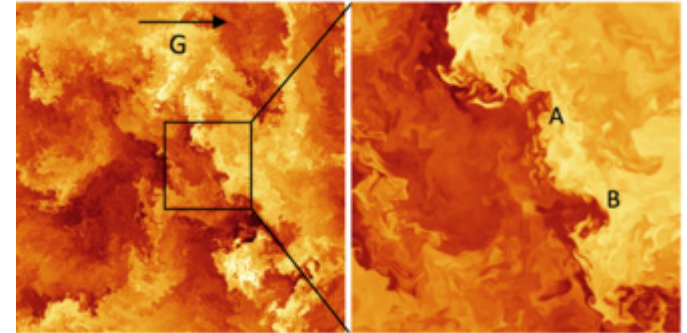
PD Dr.-Ing. habil. Frank Babick, 1. April 2022

# 5.5 Turbulente Strömungen

## - Mikro- und Makroturbulenz -

# Struktur turbulenter Strömungen

- Turbulenz, d.h.
  - Wirbel auf unterschiedlichen Größenskalen  
→ Makro- und Mikroturbulenz
  - Makrowirbel enthalten Mikrowirbel
  - Mikrowirbel enthalten kleinere Mikrowirbel
  - kleinste Mikrowirbel sind in sich laminar
  - Turbulenzenergie ist auf Wirbel aller Größenskalen verteilt
- Energieübertragung
  - Eintrag kinetischer Energie → Makroturbulenz
  - verlustfreie Übertragung kinetischer Energie auf jeweils kleinere Wirbel
  - viskose Energiedissipation in den kleinsten Wirbeln der Mikroturbulenz



K.P. Iyer et al., Phys. Rev. Fluids 5:044501, 2020;  
doi: 10.1103/physrevfluids.5.044501

# Größenskalen turbulenter Strömungen

- Maßstäbe zur Beschreibung der Wirbelgröße

- Makromaßstab 
$$\Lambda = \frac{1}{u'^2} \int_0^\infty \overline{u'_A \cdot u'_B} d\Delta r$$

- Taylor-Maßstab 
$$l_T \approx \sqrt{10K \cdot \nu / \varepsilon}$$
 ( $K = \text{spezif. Turbulenzenergie}$ )

- Kolmogorov-Länge 
$$l_D = (\nu^3 / \varepsilon)^{1/4}$$

- Größenskalen

- Makroturbulenz ( $r_w > 0.1 \times \Lambda$ ) → Produktion turbulenter Energie

- Trägheitsbereich der  $\mu$ -Turbulenz ( $5l_D < r_w < 0.1 \times \Lambda$ ) → Energieübertragung

- Dissipationsbereich der  $\mu$ -Turbulenz ( $r_w < 5l_D$ ) → Energiedissipation

- weitere Maßstäbe für die Mikroturbulenz:

- Zeit: 
$$t_D = (\nu / \varepsilon)^{1/2}$$

- Geschwindigkeit: 
$$\overline{u'_D} = (\nu \cdot \varepsilon)^{1/4}$$

# Makro- und Mikroturbulenz

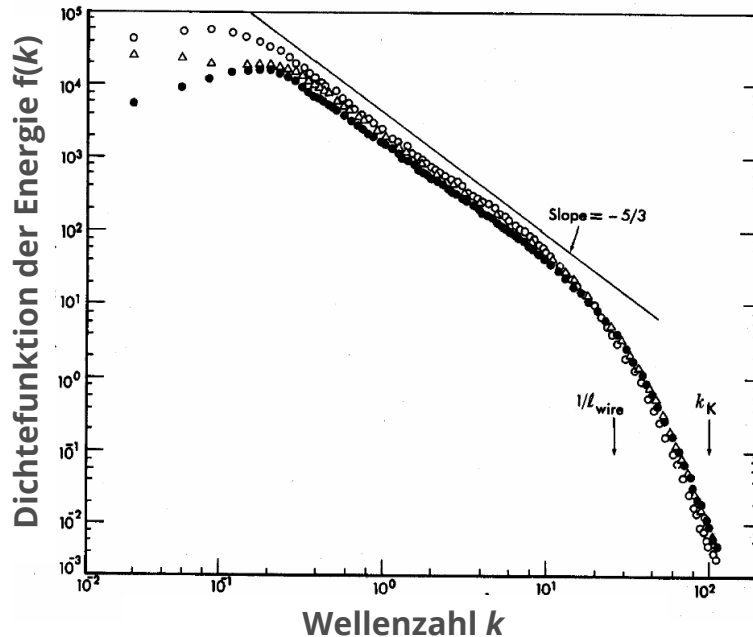
- **Makroturbulenz**

- abhängig von äußerer Geometrie
- geordnet (z.B. Wirbelschleppen)
- in sich turbulent
- unabhängig von der Viskosität
- inhomogen
- anisotrop
- langlebig

- **Mikroturbulenz**

- unabhängig von äußerer Geometrie
  - stochastisch
  - abhängig von der Viskosität
  - homogen
  - isotrop
  - kurzlebig
- ***kleinste Wirbel:***
  - $5 < r_W/l_D < 12...15$
  - kleinste Wirbel in sich laminar

# Verteilung der Turbulenzenergie



Gesamtenergie:

$$E_{\text{turb}} \sim \overline{u'^2} = \int_0^{\infty} f(k, \varepsilon, \nu) dk$$

spektrale Funktion im  
Trägheitsbereich:

$$f = f(k, \varepsilon) = \alpha \cdot \varepsilon^{\frac{2}{3}} \cdot k^{-\frac{5}{3}}$$

(Kolmogorov-5/3-Gesetz)

- KOLMOGOROVsche Energiekaskade: spektrale Verteilung der kinetischen Energie über der Wellenzahl (= inverse Wirbelgröße)

Bildquelle: ??

# Abschätzung der massenspezifische Dissipationsrate

- Dissipationsrate = mechanischer Leistungseintrag

- Rohrströmung:

- Dissipationsrate:  $P = \Delta p \cdot \dot{V} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho_F}{2} \bar{u}^2 \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot \bar{u}$
- Masse:  $m = \rho_F \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot L$

$$\left. \begin{array}{l} P = \Delta p \cdot \dot{V} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho_F}{2} \bar{u}^2 \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot \bar{u} \\ m = \rho_F \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot L \end{array} \right\} \bar{\varepsilon} = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\bar{u}^3}{D}$$

- Rührer:

- Dissipationsrate  $P = Ne \cdot \rho_F \cdot d_R^5 \cdot n^3$
- Masse  $m = \rho_F \cdot \frac{\pi}{4} d_G^2 \cdot h_F$

$$\left. \begin{array}{l} P = Ne \cdot \rho_F \cdot d_R^5 \cdot n^3 \\ m = \rho_F \cdot \frac{\pi}{4} d_G^2 \cdot h_F \end{array} \right\} \bar{\varepsilon} = C \cdot Ne \cdot \frac{d_R}{h_F} \cdot d_R^2 \cdot n^3$$

- Freistrah

- $D_0$  &  $u_0$  = Parameter der Düsenöffnung,  $s$  = Abstand
- max. Geschwindigkeit:  $u_{\max} = \frac{6.5 \cdot u_0 \cdot D_0}{s}$ , für  $s > 9 \cdot D_0$
- Fluktuation:  $u_{\text{eff}}'^2 \approx 0.25 \cdot u_{\max}^2$

$$\left. \begin{array}{l} u_{\max} = \frac{6.5 \cdot u_0 \cdot D_0}{s} \\ u_{\text{eff}}'^2 \approx 0.25 \cdot u_{\max}^2 \end{array} \right\} \varepsilon_{\max} \approx 0.1 \cdot \frac{u_0^3}{D_0}$$

## 5.6 Turbulente Strömungen

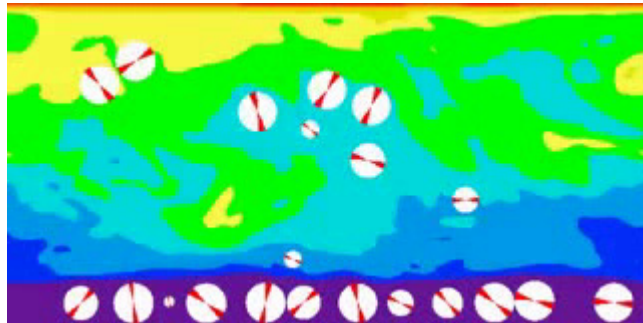
*- Partikel im Bereich der Mikroturbulenz -*

# Was passiert mit Partikeln in turbulenten Strömungen?

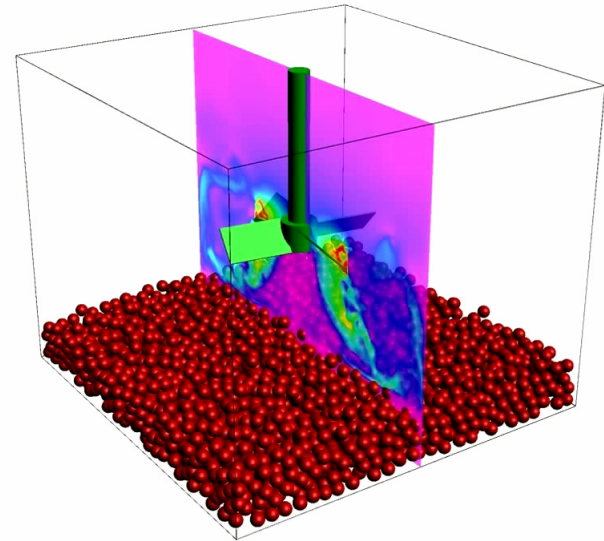
- grundsätzliche Effekte
  - stochastischer Transport in Wirbeln → turbulente Diffusion  
(ist dem konvektiven Transport in der Grundströmung und der Partikelmigration in Kraftfeldern überlagert)
  - Deformation und Zerkleinerung infolge hydrodynamischer Kräfte  
(ist abhängig von Turbulenzintensität und Materialeigenschaften der Partikel)
  - Begünstigung von Wärme- und Stoffaustausch  
(hohe Transportkoeffizienten, ausgeglichene Temperatur+Konzentrationsprofile)
- Zusammenwirken von Partikelgröße und Wirbelgröße
  - Partikelgröße  $x \ll r_w \rightarrow$  vorwiegend Transport
  - Partikelgröße  $x \approx r_w \rightarrow$  Scher- und Druckbeanspruchung des gesamten Partikels
  - Partikelgröße  $x \gg r_w \rightarrow$  örtliche Beanspruchung der Phasengrenzflächen

# Partikeltransport in turbulenten Strömungen

Mitnahme grobdisperser  
Sedimentpartikel



Turbulentes Suspendieren in  
Rührkesseln



Jos Derksen, University of Alberta  
<https://sites.ualberta.ca/~jos/moviegallery/resuspension.mpg>  
<https://sites.ualberta.ca/~jos/moviegallery/dnsss.mpg>

# Wirbelintensität im Bereich der Mikroturbulenz

- Wirbelintensität → Effektivwert der Differenzgeschwindigkeit  $\sqrt{\Delta w'^2}$
- isotrope Funktion für  $\Delta r < 0.1 \times \Lambda$

$$\sqrt{\Delta w'^2} = \begin{cases} 0.26 \cdot (\varepsilon \nu)^{1/4} \cdot \left(\frac{\Delta r}{l_D}\right) & \text{für } \frac{\Delta r}{l_D} < 5 \quad \text{Dissipat}^{\text{ns}} \text{bereich (lam. Fließen)} \\ 0.45 \cdot (\varepsilon \nu)^{1/4} \cdot \left(\frac{\Delta r}{l_D}\right)^{2/3} & \text{für } 5 < \frac{\Delta r}{l_D} < 20 \quad \text{Übergangsbereich} \\ 1.38 \cdot (\varepsilon \nu)^{1/4} \cdot \left(\frac{\Delta r}{l_D}\right)^{1/3} & \text{für } 20 < \frac{\Delta r}{l_D} \quad \text{Trägheitsbereich} \end{cases}$$



- anders als im Dissipationsbereich keine viskose Kopplung zwischen den Messpunkten im Trägheitsbereich → Wirbelbewegung ist trägheitsdominiert
- Differenzgeschwindigkeit wächst unterproportional im Trägheitsbereich
- Differenzgeschwindigkeit ermöglicht Abschätzung von Normal- und Schubspannungen, die auf Partikel wirken

# Partikelbeanspruchungen

- feine Partikel im Wirbelkern eines laminar fließenden Mikrowirbels
  - keine Beanspruchung
- feine Partikel in laminar fließenden Mikrowirbeln (d.h. im Dissipationsbereich)
  - analog zu einer laminaren Scherströmung
  - vorwiegend Schubspannungen
  - maximale Scherrate:
    - Abschätzung für Oseen-Wirbel:  $\dot{\gamma}_{\max} = 0.6 \cdot \omega = 0.156 \cdot \sqrt{\varepsilon/\nu}$  an der Stelle  $r/r_w = 1.2$
- Partikel im Trägheitsbereich (d.h. kleinste Mikrowirbel  $\ll$  Partikel)
  - fluktuierende Druckstöße  $\rightarrow$  Beanspruchung durch Normalspannungen
  - Wirbel ähnlicher Größe  $\rightarrow$  Deformation (elast. / plastisch) & Bruch
  - deutlich kleinere Wirbel  $\rightarrow$  lokale Beanspruchung (Erosion)