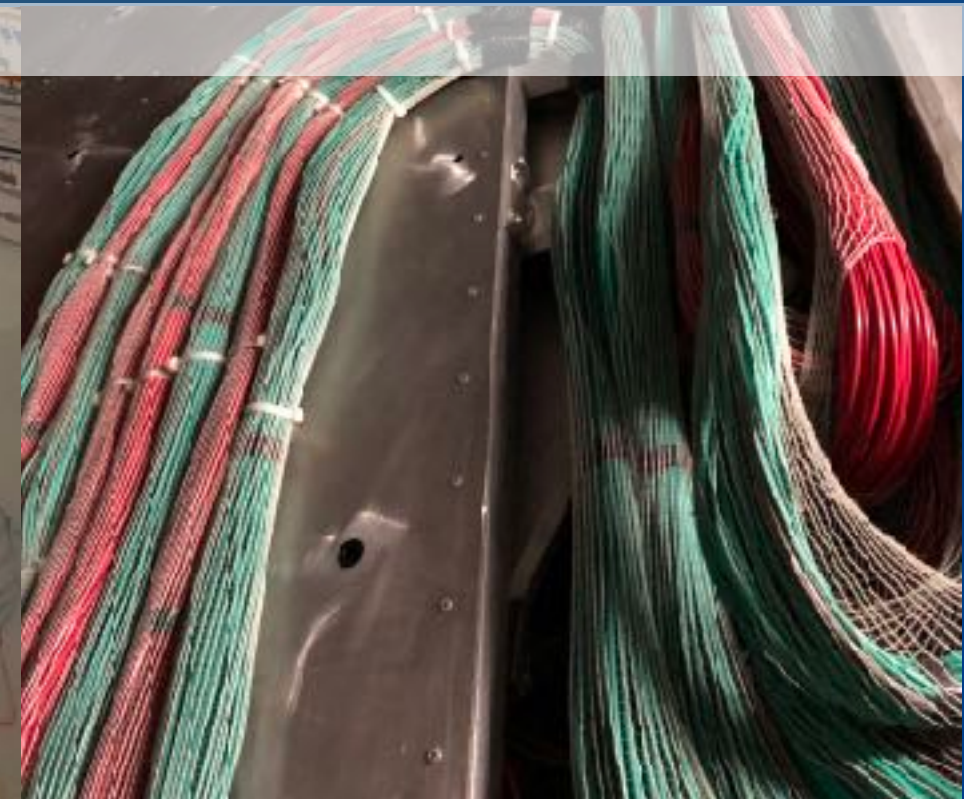
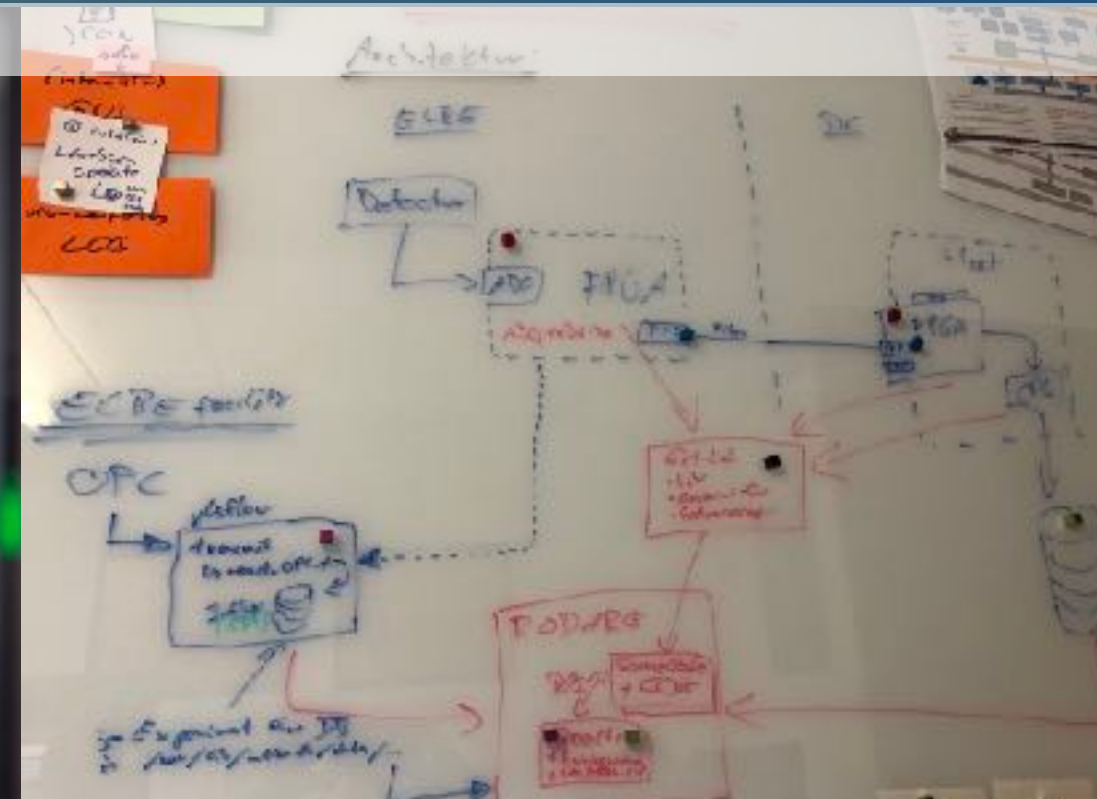
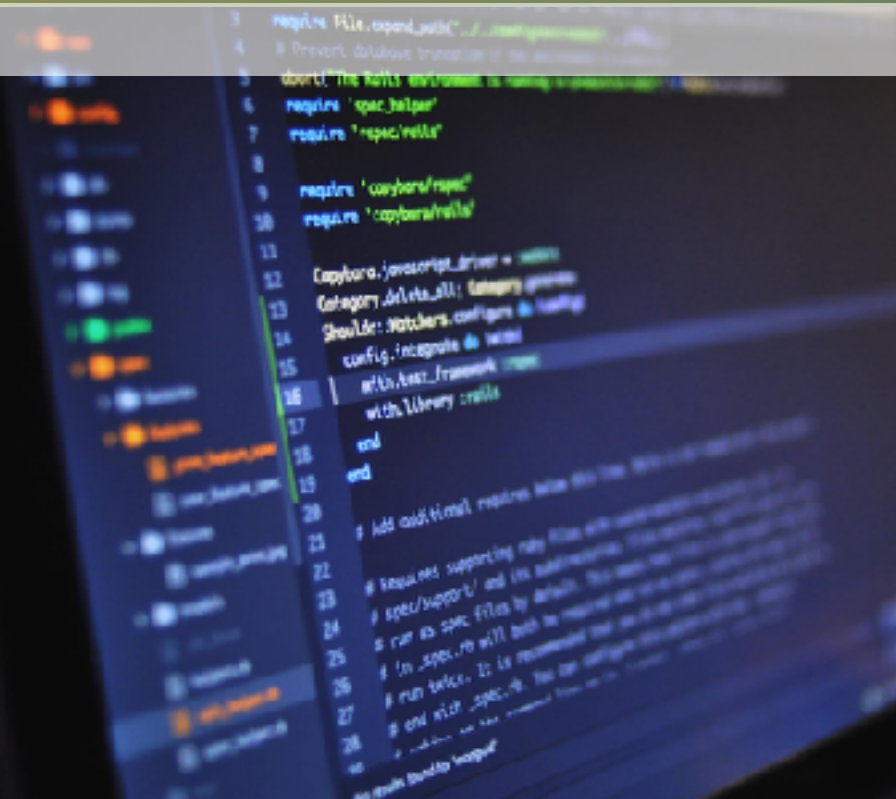




Dr.-Ing. Oliver Knodel

# Digitale Logik und Schaltwerke

Dresden // April, 2024



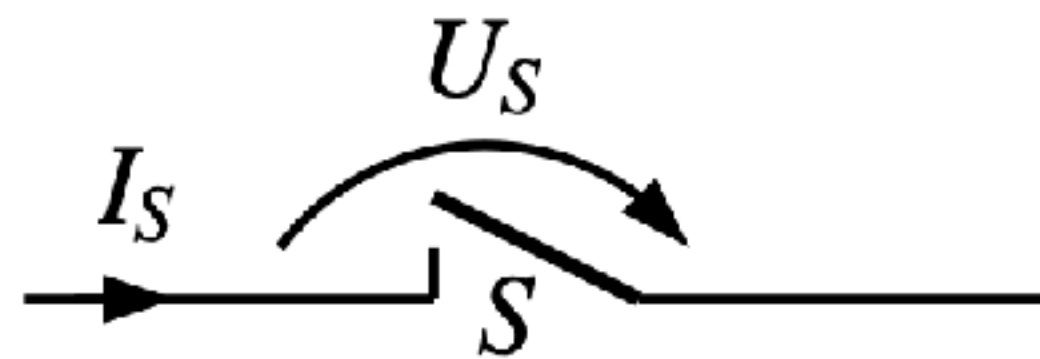
# Einfache Schalter

Schalter realisieren eine eindeutige Trennung zwischen zwei definierten Zuständen (binäre Entscheidung): Schalter **entweder** offen **oder** geschlossen.

⇒ Zentrale Bedeutung der Schalter bei logischen Verknüpfungen.

Schalter sind für die verschiedensten physikalischen Größen realisierbar: elektrisch/elektronisch, pneumatisch, hydraulisch, mechanisch, thermisch, optisch, ...

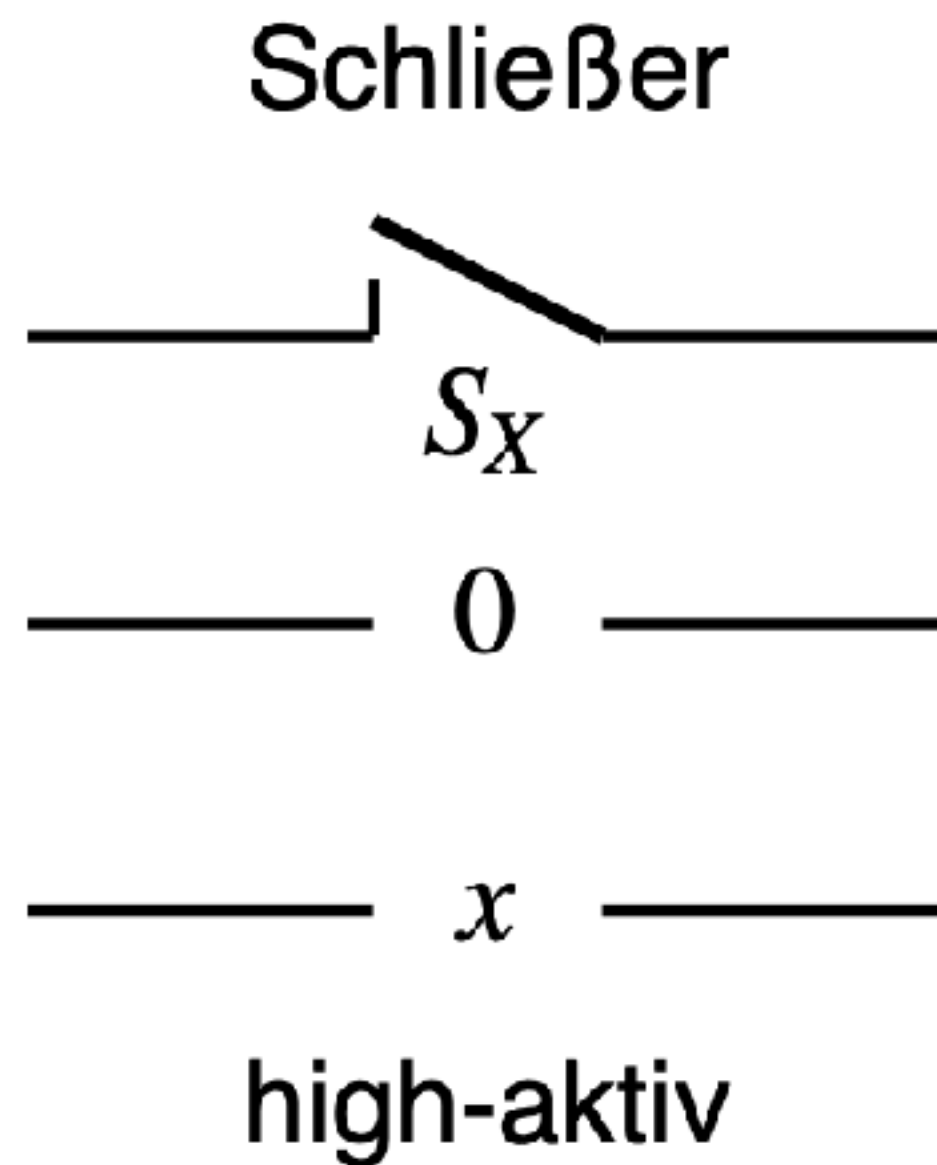
In der Computertechnik dominieren eindeutig elektrisch-elektronische Schalter.



Schalter offen :  $I_S = 0$  bei  $U_S \neq 0 \Rightarrow S = 0$

Schalter geschlossen :  $U_S = 0$  bei  $I_S \neq 0 \Rightarrow S = 1$

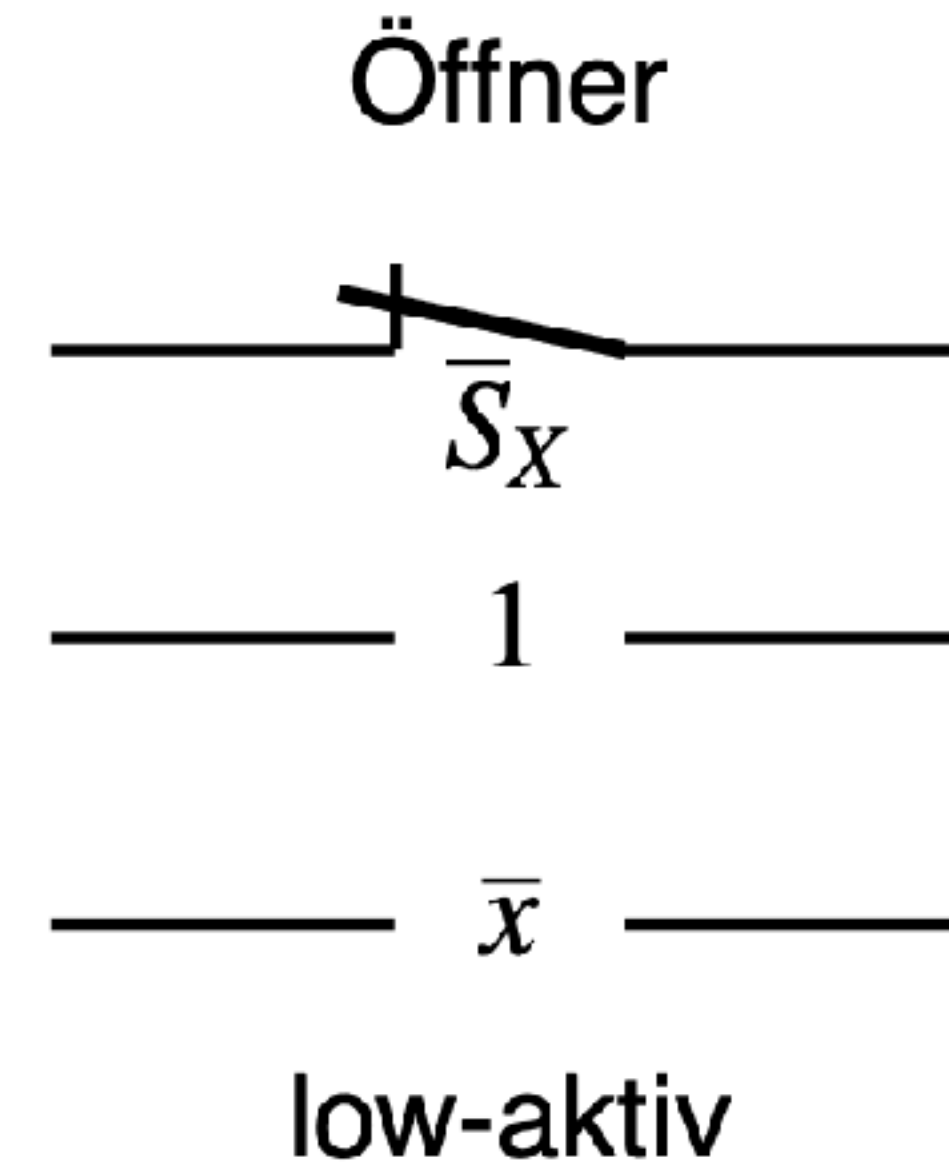
# Schalterzustände in der digitalen Logik



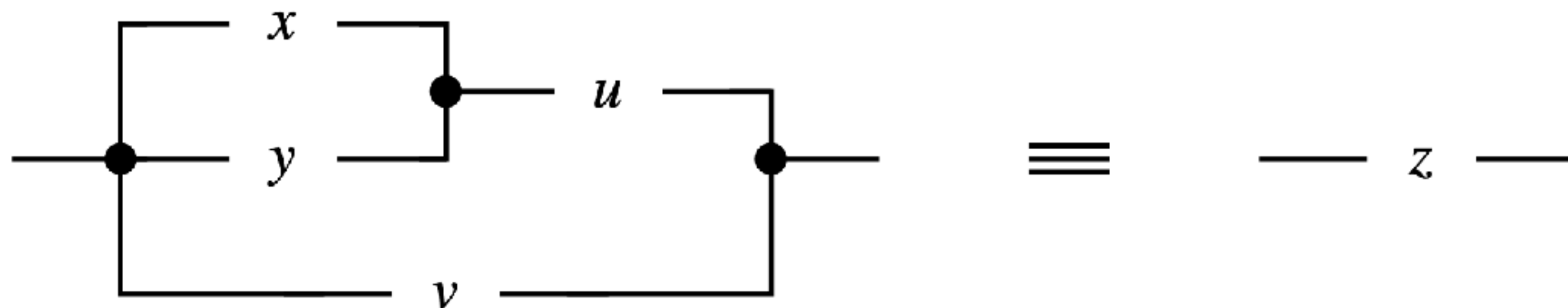
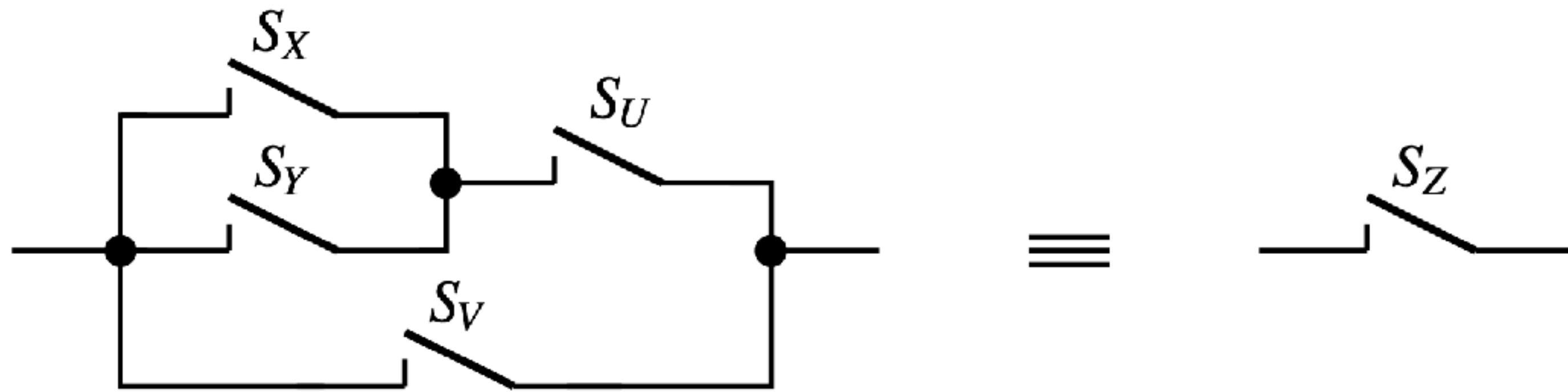
**Schalter**

**Schalterzustand**  
0-offen oder 1-geschlossen

**Schaltvariable**  
 $x, \bar{x} \in \{0, 1\}$



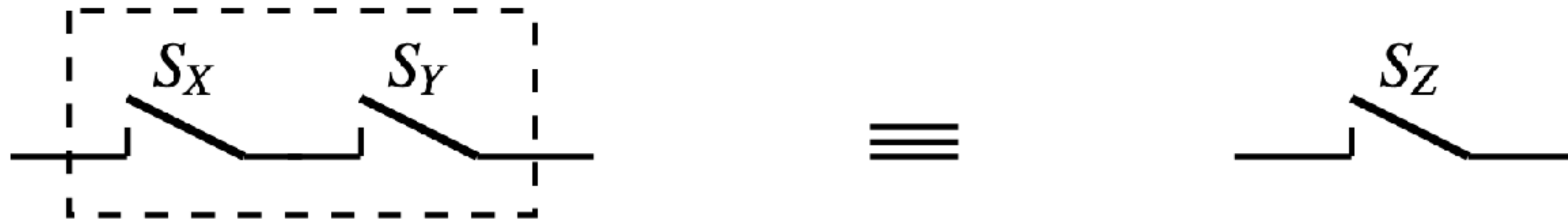
# Komplexe Netzwerke von Schaltern



$x$	$y$	$v$	$u$		$z = v \vee (u \wedge (x \vee y))$
0	0	0	0	16 Zeilen	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
1	1	1	1		1



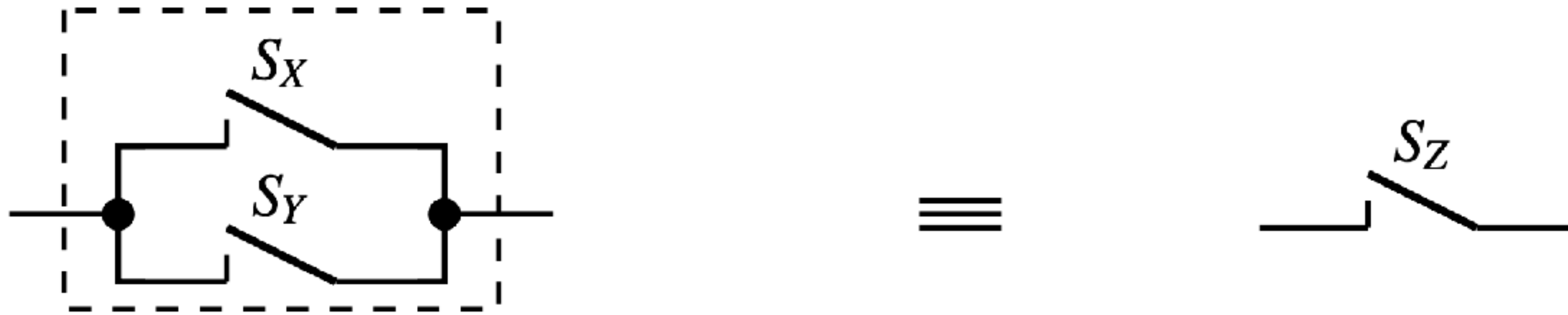
# Reihenschaltung



$S_Z$  ist dann und nur dann geschlossen, wenn  $S_X$  **und** ( $\wedge$ )  $S_Y$  geschlossen sind.

—	$x$	—	$y$	—	≡	—	$z$	—
$x$		$y$					$z = x \wedge y$	
0		0					0	
0		1					0	
1		0					0	
1		1					1	

# Parallelschaltung



$S_Z$  ist dann und nur dann geschlossen, wenn  $S_X$  **oder / und** ( $\vee$ )  $S_Y$  geschlossen sind.



$x$	$y$	$z = x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Zusammenfassung Grundfunktionen für Schalter

## NICHT

$x$	$z = \bar{x}$
0	1
1	0

## ODER

$x$	$y$	$z = x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

## UND

$x$	$y$	$z = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# Elektronische Verknüpfungsglieder

Realisierung der gesteuerten Schalter durch elektronische Bauelemente.

Als Bauelemente werden überwiegend Halbleiterbauelemente verwendet:

- Dioden (pn-Dioden),
- BJT (**B**ipolar **J**unktion **T**ransistor),
- MOS-FET (Metall Oxide Semiconductor - Field Effect Transistor).

Transistor → **Trans** - **Resistor** (steuerbarer Widerstand)

Als Schaltungstechnik und Halbleitertechnologie dominiert für höchstintegrierte Digitalerschaltungen (VLSI - **V**ery **L**arge **S**cale **I**ntegration) die CMOS-Technik .

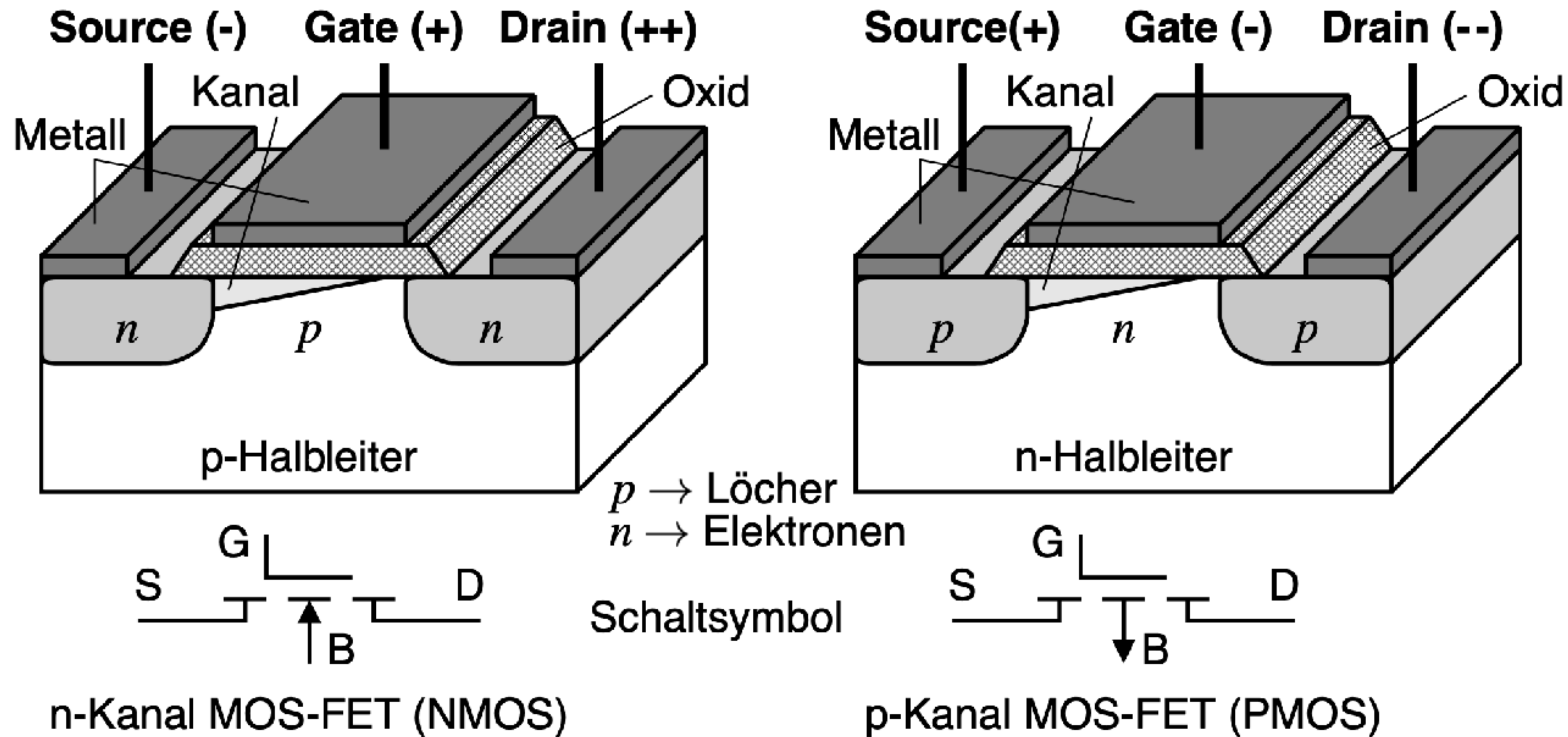
**Vorteile der CMOS-Technik (Complementary MOS):**

- kein statischer Querstrom und Ansteuerstrom, keine statische Verlustleistung,
- symmetrisches Schaltverhalten, ideale statische Pegel,
- geringe Abmaße, sehr gut geeignet für die Höchstintegration in Silizium.



# Aufbau und Wirkungsweise von MOS-FET

## Schnitt durch einen n- und p-Kanal MOS-FET (Enhancement Type)



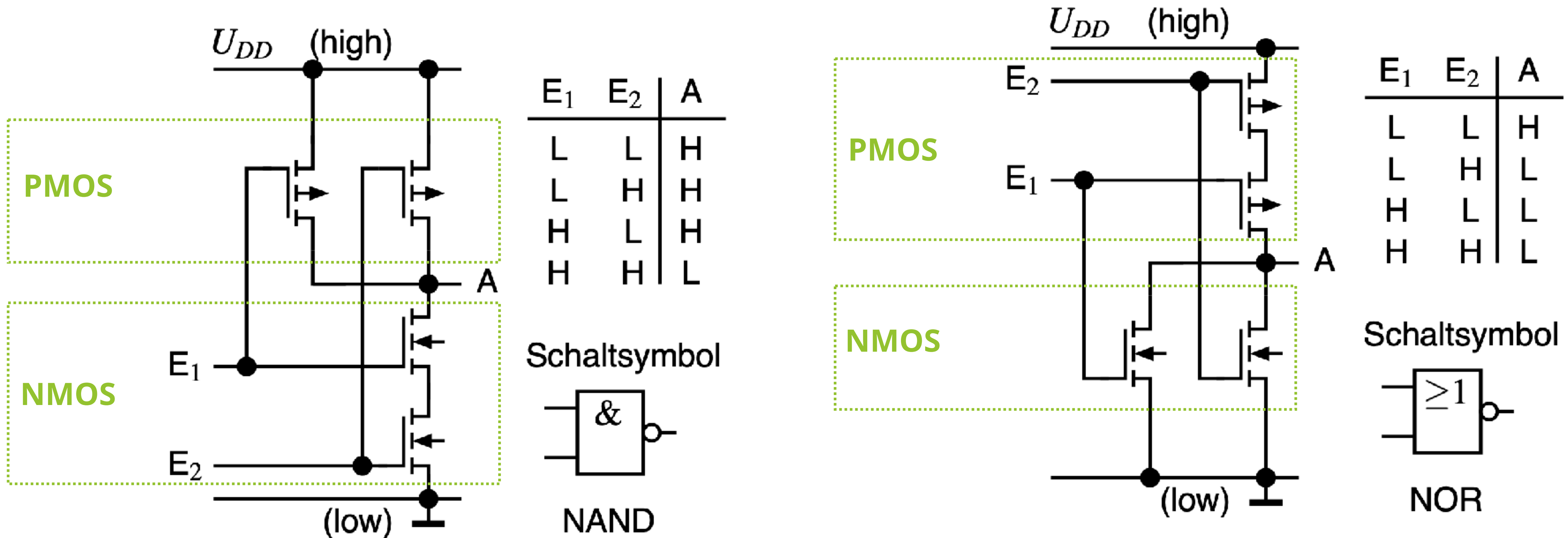
**G = High**  
**Transistor (B) = leitet**

**G = High**  
**Transistor (B) = sperrt**

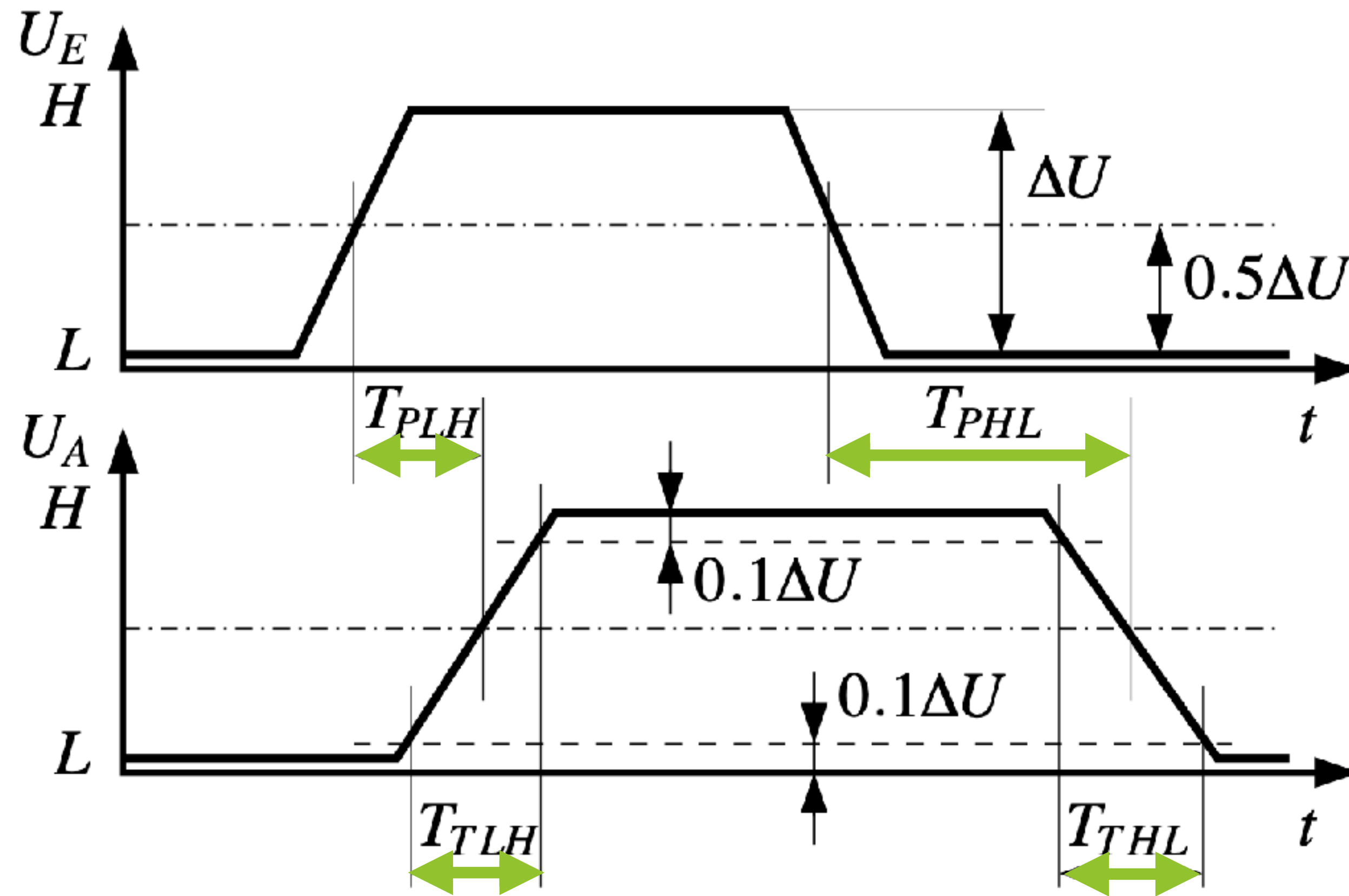


# CMOS-NAND, CMOS-NOR

- Signal am Ausgang A liegt bei CMOS invertiert vor
- Kein Energieverlust durch Lastwiderstand (Energieumsatz nur bei Schaltvorgang)
- Transistoren verhalten sich **komplementär** zueinander (Schaltung immer doppelt vorhanden/doppelte Fläche auf Silizium)
- Hohes oder niedriges Potential wird zum Ausgang durchgeleitet



# Zeitverhalten in CMOS



- $\Delta U$  Spannungshub
- $T_{PLH}$  Einschaltverzögerung
- $T_{PHL}$  Ausschaltverzögerung
- $T_{TLH}$  Anstiegszeit
- $T_{THL}$  Abfallzeit
- $H$  High - Pegel
- $L$  Low - Pegel
- $T_P$  Propagation Delay Time
- $T_T$  Transition Time



# Schaltalgebra (Boolesche Algebra)

Die Boolesche Algebra ist eine algebraische Struktur (George Boole, englischer Mathematiker, 1815 - 1864).

1. Es existiert eine Menge  $B = \{0, 1\}$  mit folgender Zuordnung:

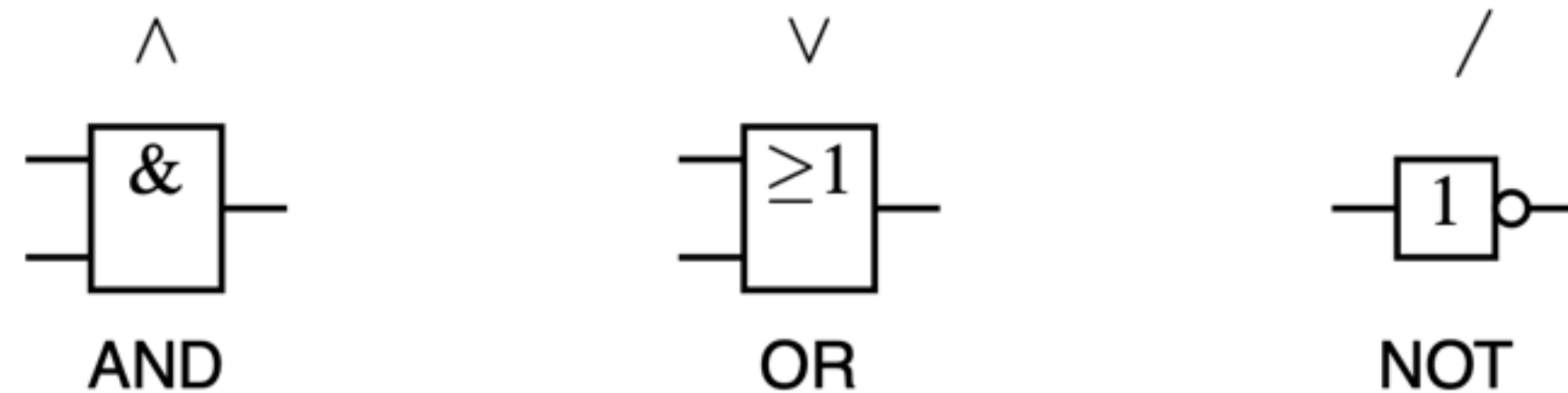
Zustand	positive Logik		negative Logik	
	0	1	1	0
Schalter	offen	geschlossen	offen	geschlossen
Pegel	low (L)	high (H)	low (L)	high (H)

Allgemein wird nur positive Logik verwendet ( $\rightarrow$  einheitlich verwenden).

2. Es existieren Operatoren mit folgender Zuordnung:

Operator	$\wedge$	$\vee$	$/$
Boolesche Verknüpfung	AND	OR	NOT
Schreibweise in Funktionen	$\cdot$	$+$	$/$

3. Einführung von Schaltsymbolen für die Darstellung der Operatoren:



# Gesetze der Booleschen Algebra I

$$a \wedge b = b \wedge a$$

$$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$$

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

$$a \wedge (a \vee b) = a$$

$$a \wedge e = a$$

$$a \wedge a = a$$

$$a \wedge \bar{a} = n$$

## Kommutativgesetze

## Assoziativgesetze

## Distributivgesetze

## Absorbtionsgesetze

## Neutrale Elemente

$$e = 1, n = 0, e = \bar{n}$$

## Tautologie

## Komplementäres Element

$$\bar{\bar{a}} = \overline{(\bar{a})} = a$$

$$a \vee b = b \vee a$$

$$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$$

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

$$a \vee (a \wedge b) = a$$

$$a \vee n = a$$

$$a \vee a = a$$

$$a \vee \bar{a} = e$$



# Gesetze der Booleschen Algebra II

## Dualitätsprinzip

Ist  $A$  eine Aussage der Booleschen Algebra (Boolesche Funktion), so auch die Aussage  $\bar{A}$ , die man durch Vertauschen von  $\wedge$  gegen  $\vee$  sowie  $n$  gegen  $e$  erhält.

### De Morgansche Regeln

$$\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b} \qquad \overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b}$$

### Weitere abgeleitete Regeln

$$(a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b}) = a \qquad (a \vee b) \wedge (a \vee \bar{b}) = a$$

$$a \wedge (\bar{a} \vee b) = a \wedge b \qquad a \vee (\bar{a} \wedge b) = a \vee b$$

$$(a \vee b) \wedge (c \vee d) = (a \wedge (c \vee d)) \vee (b \wedge (c \vee d))$$

$$(a \wedge b) \vee (c \wedge d) = (a \vee (c \wedge d)) \wedge (b \vee (c \wedge d))$$



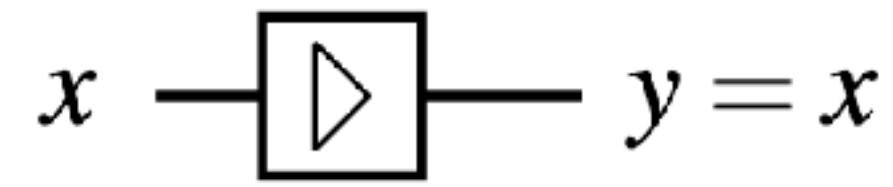
# Verknüpfungen und Schaltfunktionen

$f(x_1, x_2)$	Funktion	Bezeichnung	Kürzel
$f_1$	$y_1 = 0$	Konstanz	0
$f_2$	$y_2 = x_1 \wedge x_2$	Konjunktion, Und	AND
$f_3$	$y_3 = x_1 \wedge \bar{x}_2$	Inhibition	
$f_4$	$y_4 = x_1$	Identität	
$f_5$	$y_5 = \bar{x}_1 \wedge x_2$	Inhibition	
$f_6$	$y_6 = x_2$	Identität	
$f_7$	$y_7 = x_1 \neq x_2$	Antivalenz, Exclusives Oder	XOR
$f_8$	$y_8 = x_1 \vee x_2$	Disjunktion, Oder	OR
$f_9$	$y_9 = \overline{x_1 \vee x_2}$	Antidisjunktion, Antialternative	NOR
$f_{10}$	$y_{10} = x_1 \equiv x_2$	Äquivalenz	XNOR
$f_{11}$	$y_{11} = \bar{x}_2$	Negation, Nicht	NOT
$f_{12}$	$y_{12} = x_1 \vee \bar{x}_2$	Implikation	
$f_{13}$	$y_{13} = \bar{x}_1$	Negation, Nicht	NOT
$f_{14}$	$y_{14} = \overline{\bar{x}_1 \vee x_2}$	Implikation	
$f_{15}$	$y_{15} = \overline{x_1 \wedge x_2}$	Antikonjunktion	NAND
$f_{16}$	$y_{16} = x_1$	Konstanz	1

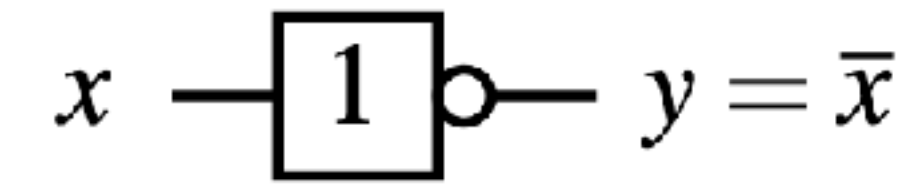


# Schaltsymbole für Verknüpfungsglieder

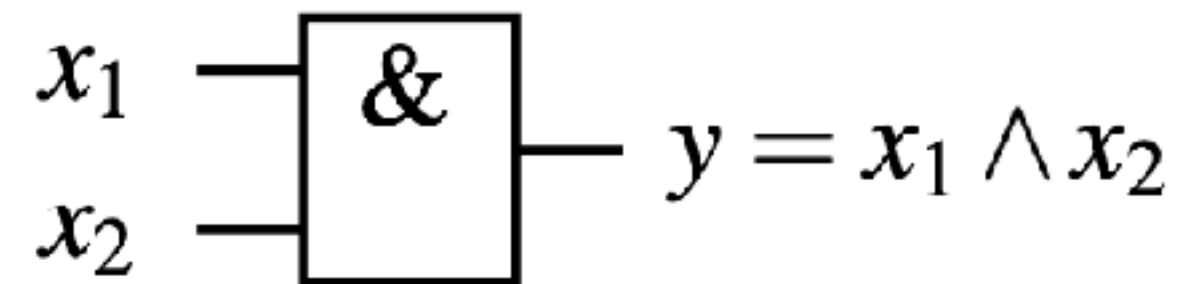
Identität  
(Buffer)



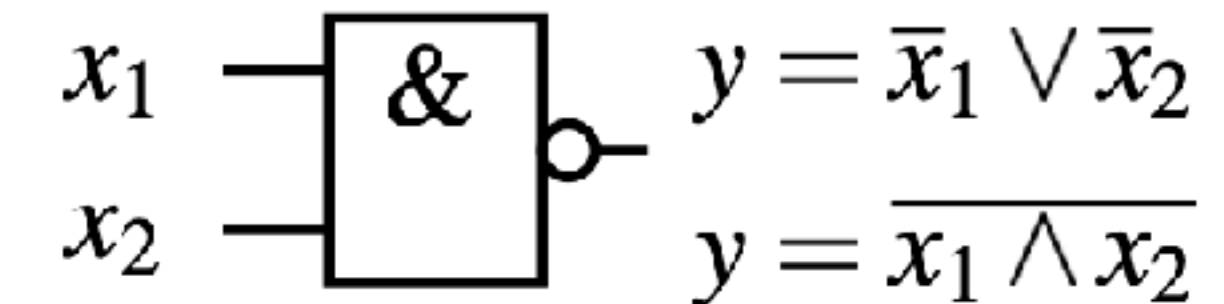
Negation  
(NOT)



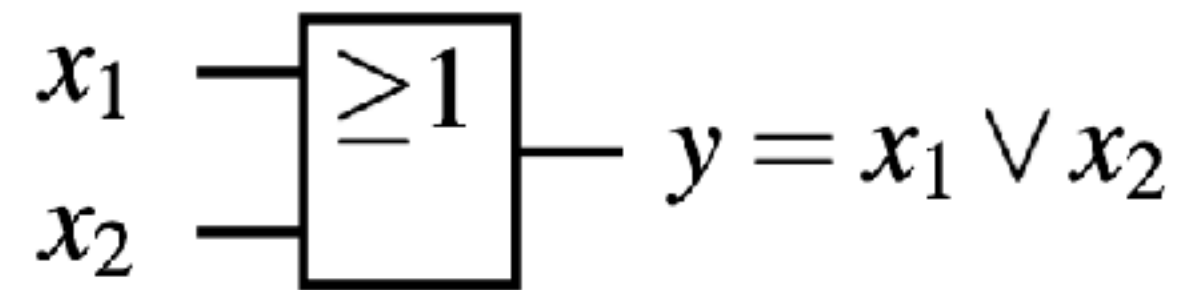
Konjunktion  
(AND)



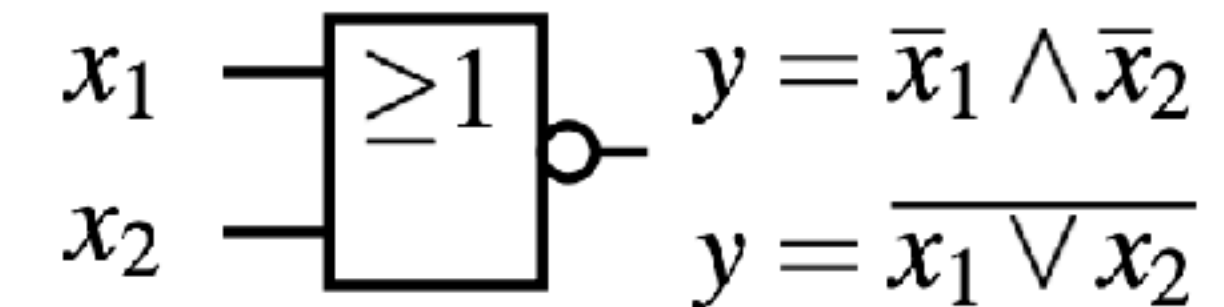
Antikonjunktion  
(NAND)



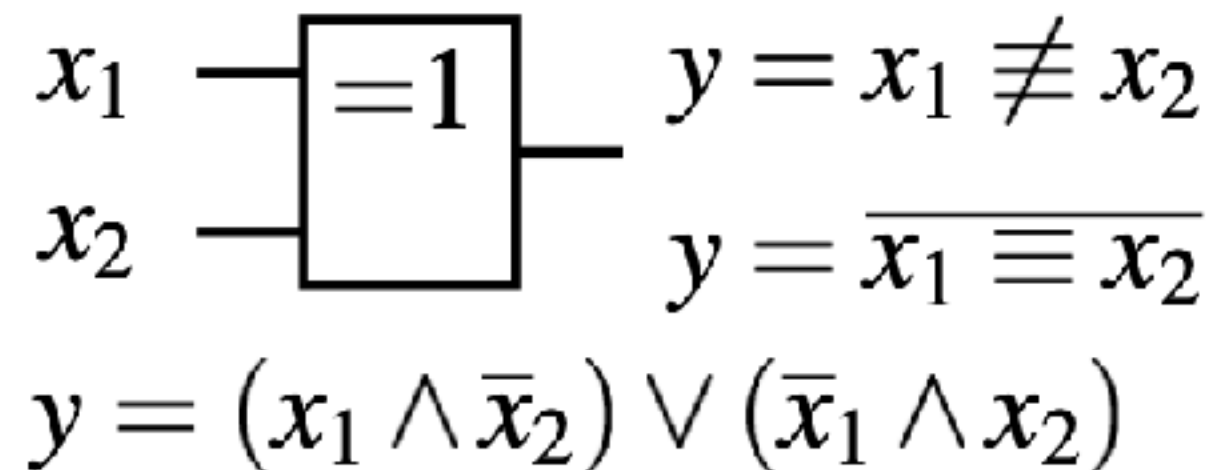
Disjunktion  
(OR)



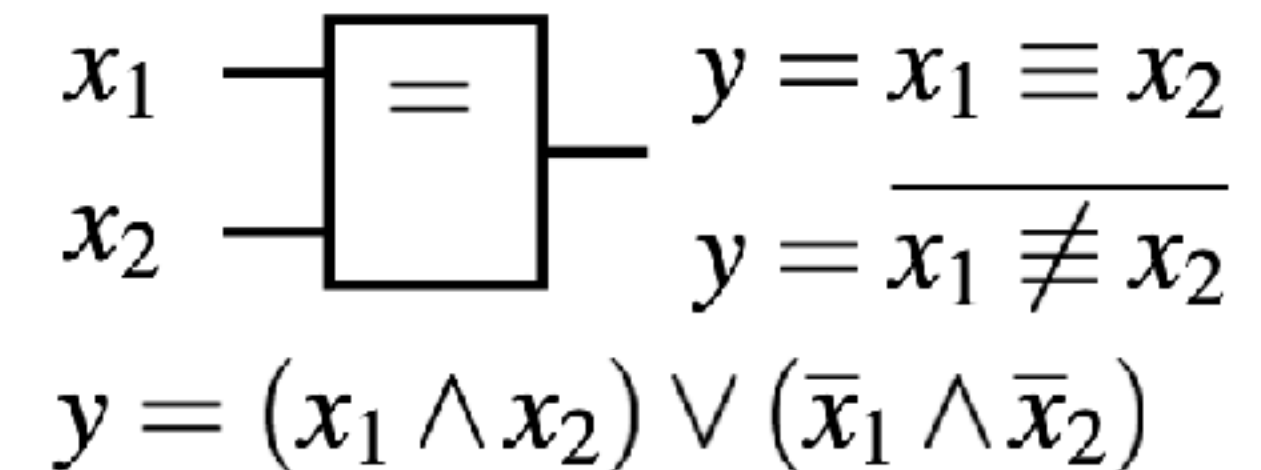
Antidisjunktion  
(NOR)



Antivalenz  
(XOR)



Äquivalenz  
(XNOR)



# Darstellung von Schaltfunktionen

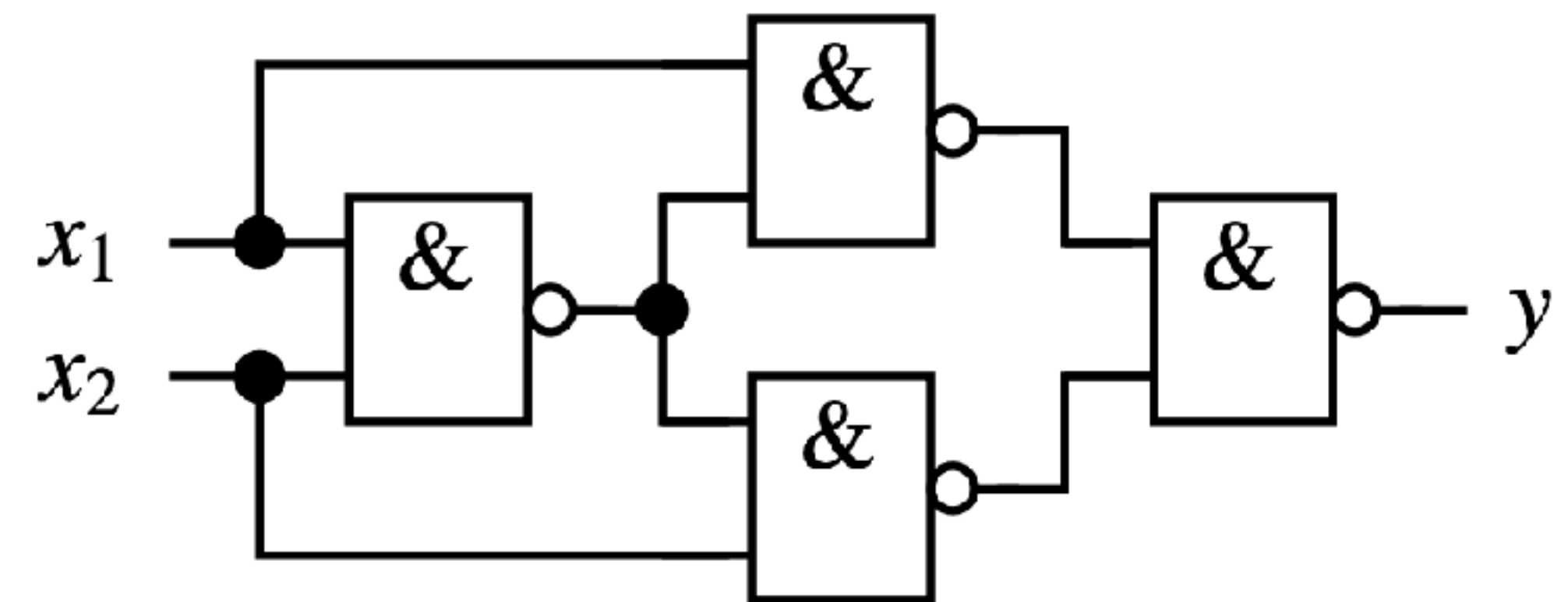
**Wertetabelle**  
(Wahrheitstabelle)

$x_1$	$x_2$	$y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

**Boolesche Gleichung**  
(Funktionsgleichung)

$$y = (x_1 \wedge \bar{x}_2) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2)$$

**Schaltplan**  
(Logikplan)



# Normalformen

## Kanonisch Disjunktive Normalform (KDNF)

Disjunktion (ODER-Verknüpfung) aller Minterme der Schaltfunktion  
(Schaltfunktion = 1 in der Wertetabelle).

## Kanonisch Konjunktive Normalform (KKNF)

Konjunktion (UND-Verknüpfung) aller Maxterme der Schaltfunktion  
(Schaltfunktion = 0 in der Wertetabelle).

### Beispiel Normalformen

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$	Minterme	Maxterme
0	0	0	0		$x_1 \vee x_2 \vee x_3$
0	0	1	1	$\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3$	
0	1	0	1	$\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3$	
0	1	1	0		$x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3$
1	0	0	1	$x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3$	
1	0	1	0		$\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3$
1	1	0	0		$\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3$
1	1	1	1	$x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$	

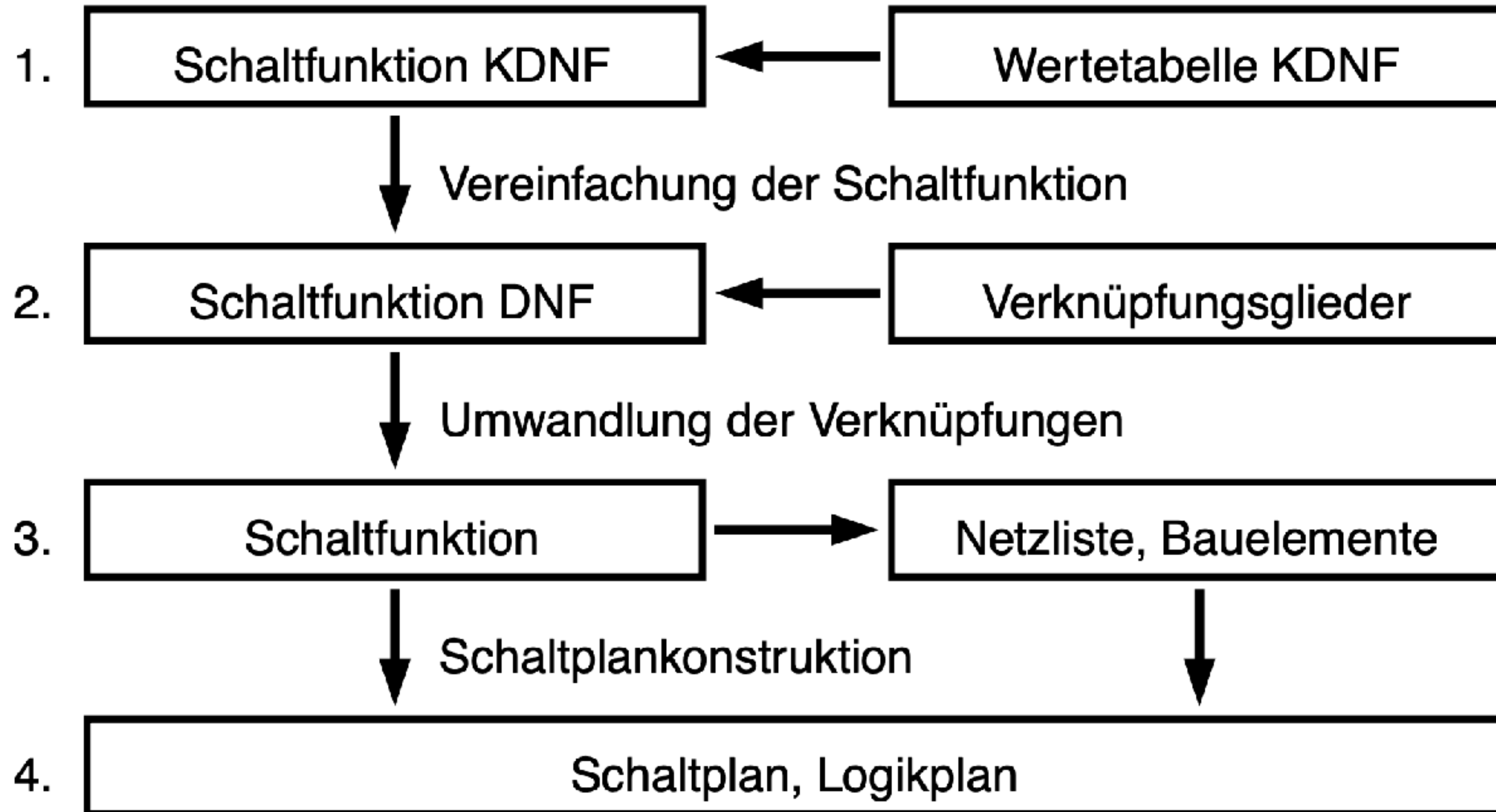
Kurzschreibweise für Schaltfunktionen:  $\wedge \rightarrow \cdot$  und  $\vee \rightarrow +$

KDNF:  $y = \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + x_1x_2x_3$

KKNF:  $y = (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3)$



# Synthese eines Schaltplanes aus einer Schaltfunktion



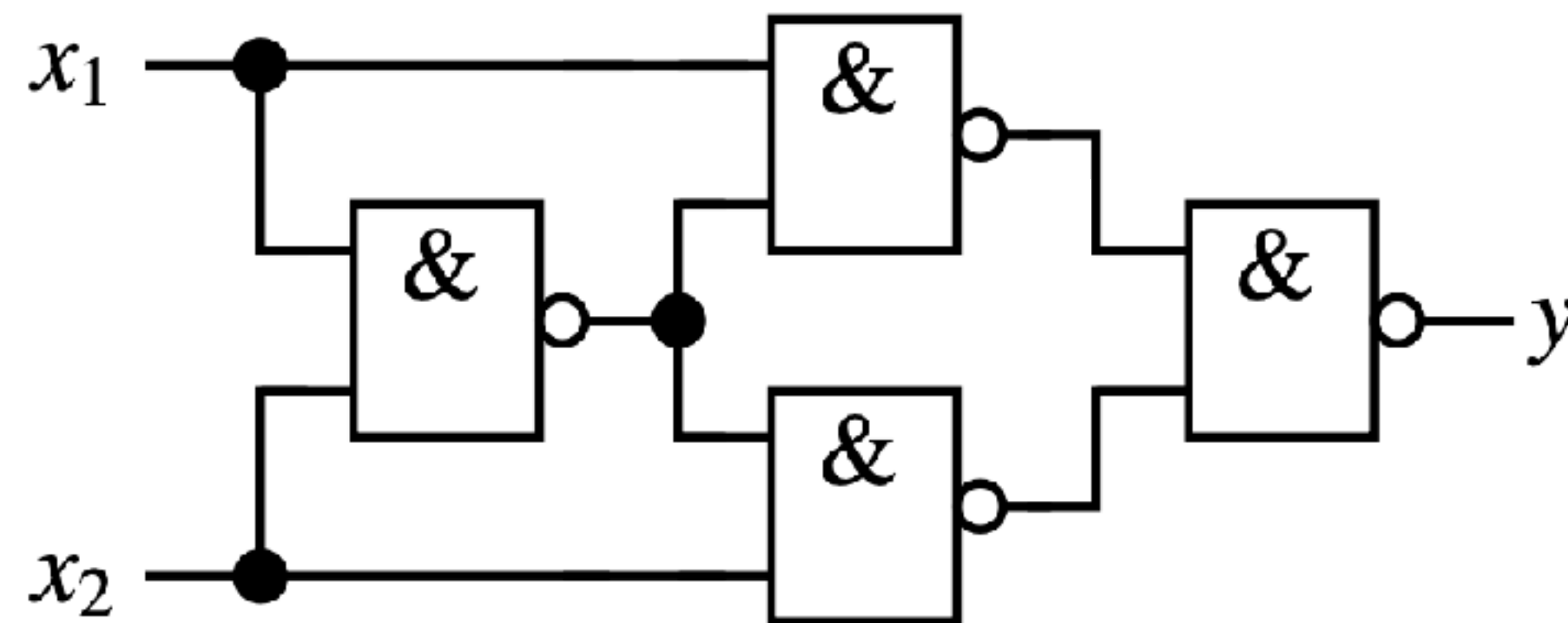
# Aufgaben — Digitale Logik I

1. Gegeben sei die Schaltfunktion:  $y = (x_2 + x_1)(x_1 + x_0)$ 
  - a) Lösen Sie die Klammern auf und optimieren Sie die Gleichung.
  - b) Stellen Sie die Funktion als Wertetabelle dar.
  - c) Realisieren Sie die Funktion durch eine logische Schaltung.
  - d) Formen Sie die Funktion so um, dass sie ausschließlich mit NAND-Gattern mit zwei Eingängen realisiert werden kann.



# Aufgaben — Digitale Logik II

2. Das nachfolgende Schaltnetz ist zu analysieren:

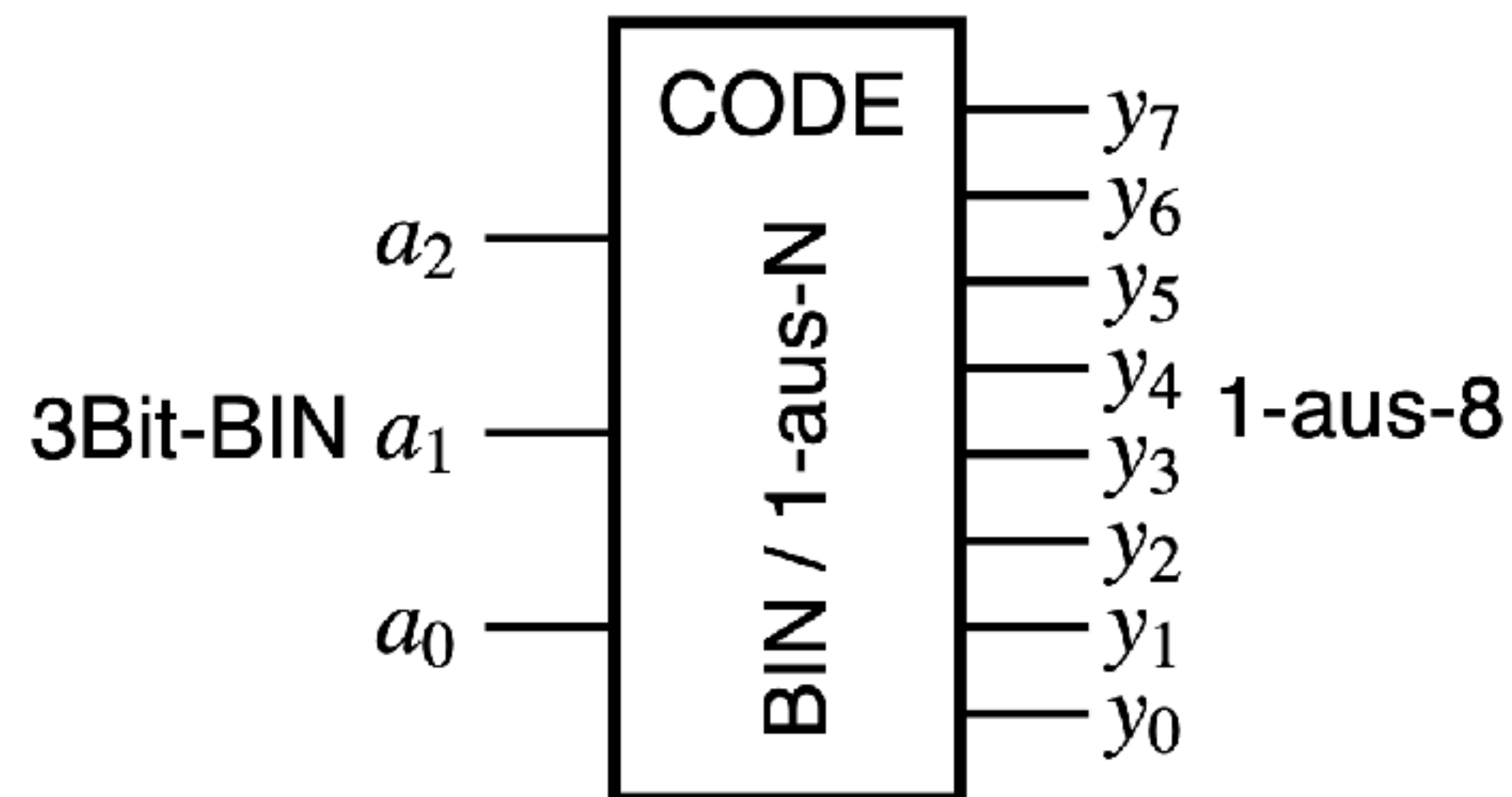


- Stellen Sie die vollständige Wertetabelle für die Ausgangsfunktion  $y$  auf (durch Simulation und symbolischer Berechnung der Schaltung).
- Als disjunktive Normalform (Oder-Verknüpfung aller Vollkonjunktionen mit dem logischen Wert 1)



# Aufgaben — Digitale Logik III

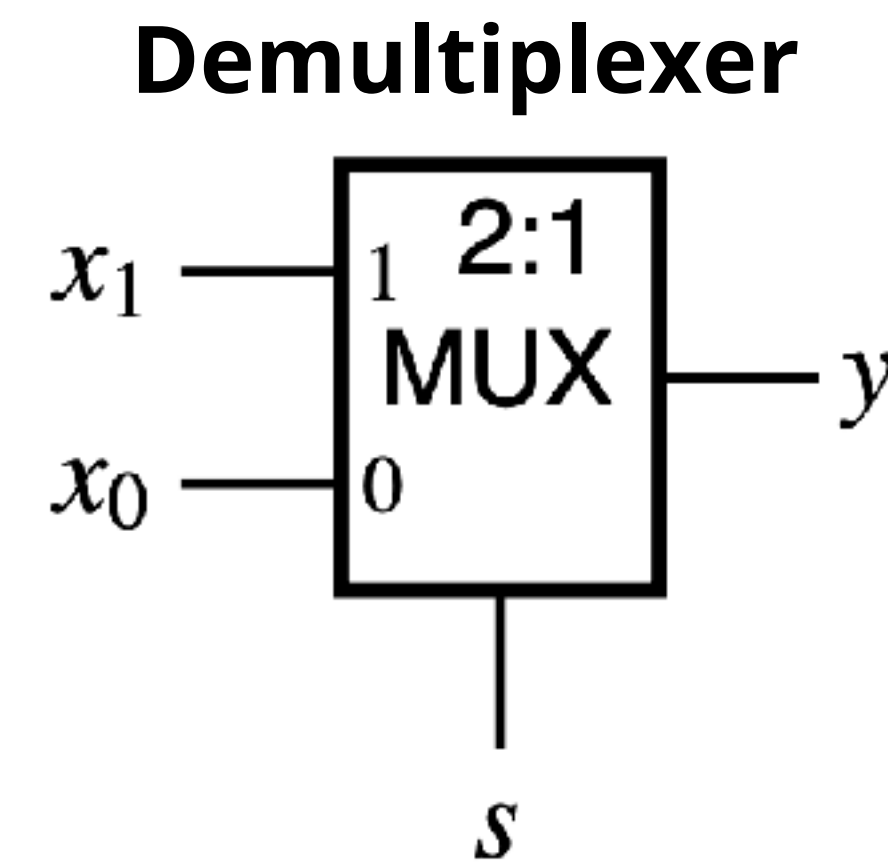
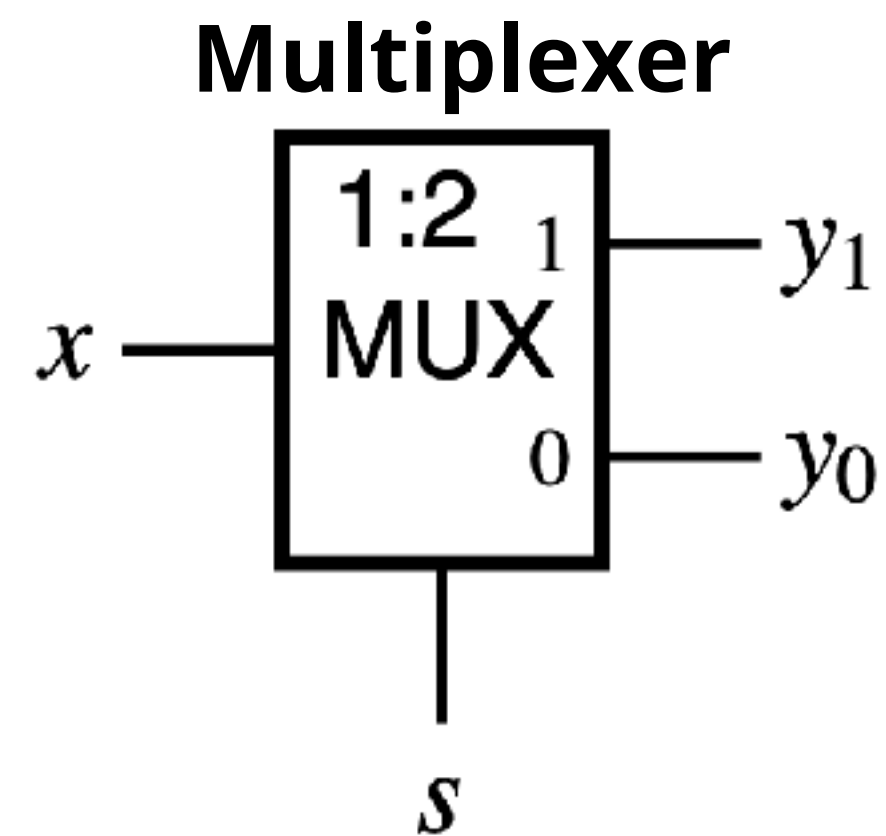
3. Der Aressdekodierer kodiert binäre Adressen in eine 1-aus-N Kodierung. Bei dieser Kodierung ist nur ein Ausgang entsprechend dem Eingangsbinaryäquivalent mit 1 belegt.
- a) Stellen Sie die Wertetabelle auf.
- b) Geben Sie die acht Funktionen für den Kodierer an.



# Aufgaben — Digitale Logik IV



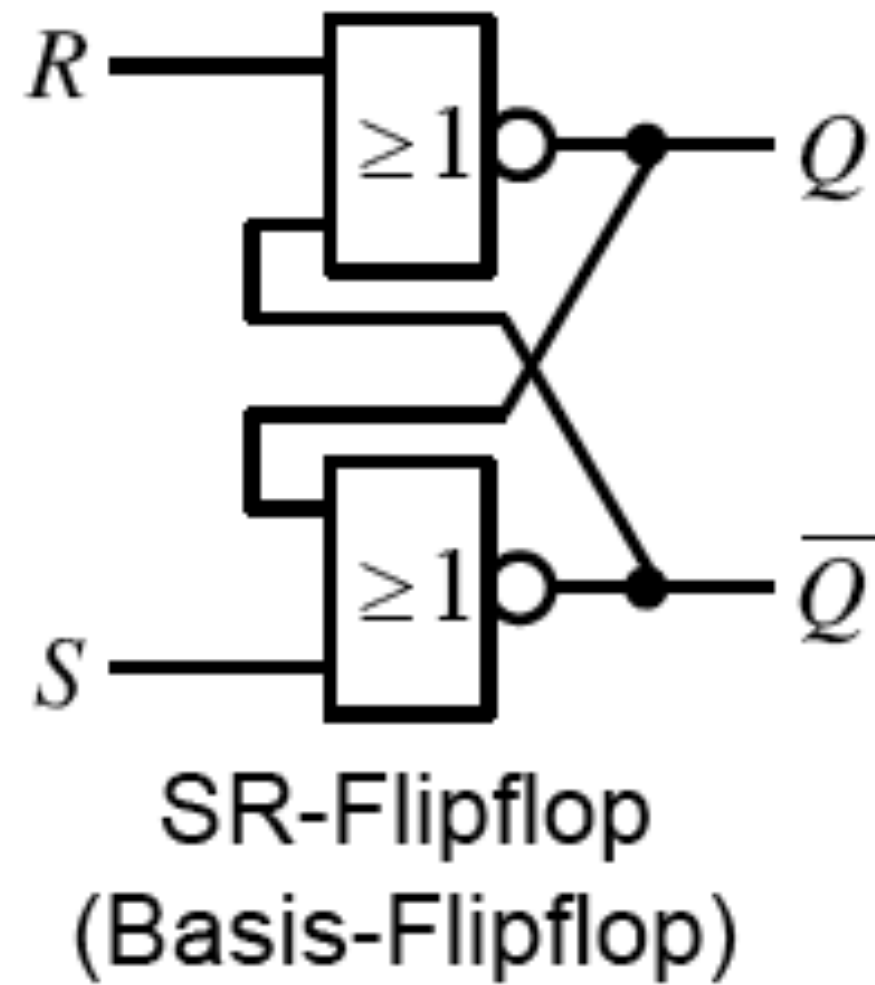
4. 1:2 Multiplexer bzw. 2:1 Multiplexer (Demultiplexer) dienen zur Umschaltung von Datenleitungen. Zusammengefaßt als Multiplexerbäume können mit ihnen komplexe Schaltnetze realisiert werden.
  - a) Stellen Sie die Wertetabellen auf.
  - b) Geben Sie die Funktionen  $y$  für beide Multiplexer und Demultiplexer an.



# FlipFlops (einfache Speicherglieder)



# SR-FlipFlop - Zustandstabelle



## Kurzdarstellung

$$R(t_n) \rightarrow R$$

$$S(t_n) \rightarrow S$$

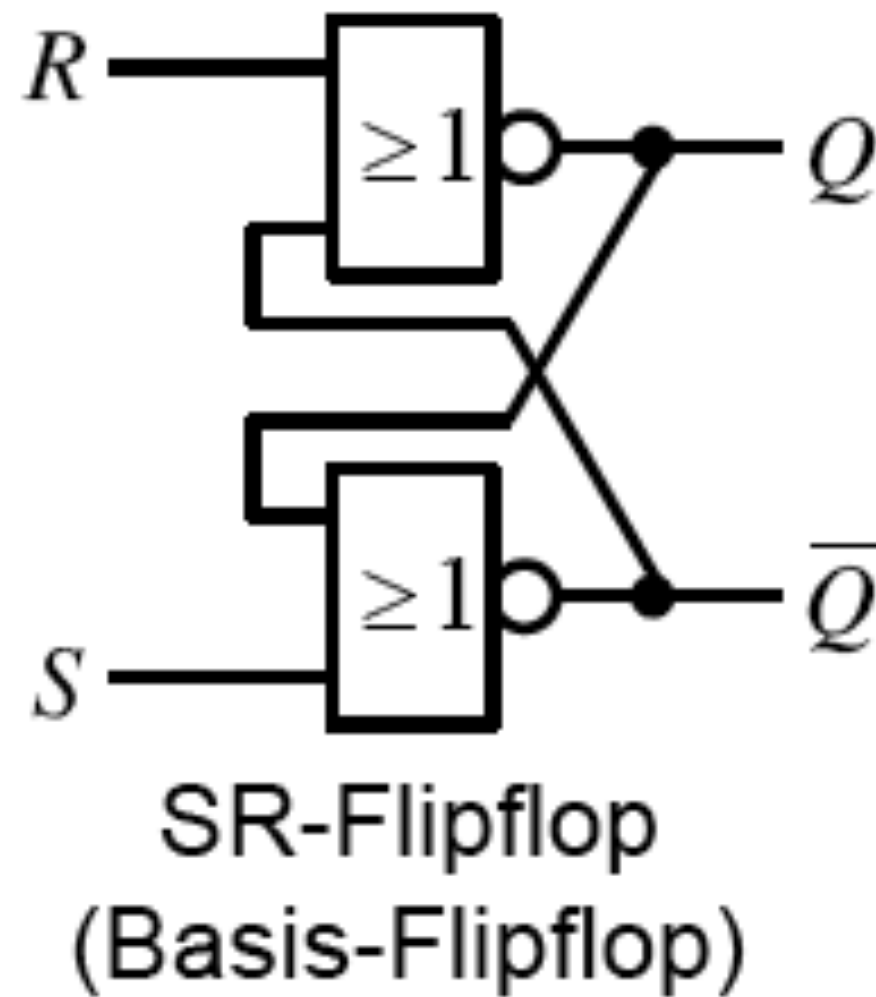
$$Q(t_n) \rightarrow Q$$

$$Q(t_{n+1}) \rightarrow Q^+$$

Abbildung aktueller Zeitpunkt  $\rightarrow$  Folgezeitpunkt

$(t_n)$			$(t_{n+1})$	
$R$	$S$	$Q$	$Q^+$	Zustandsfolgetabelle
0	0	0	0	speichern
0	1	0	1	setzen
1	0	0	0	rücksetzen
1	1	0	–	nicht zulässig
0	0	1	1	speichern
0	1	1	1	setzen
1	0	1	0	rücksetzen
1	1	1	–	nicht zulässig

# SR-FlipFlop - Zustandsübergänge

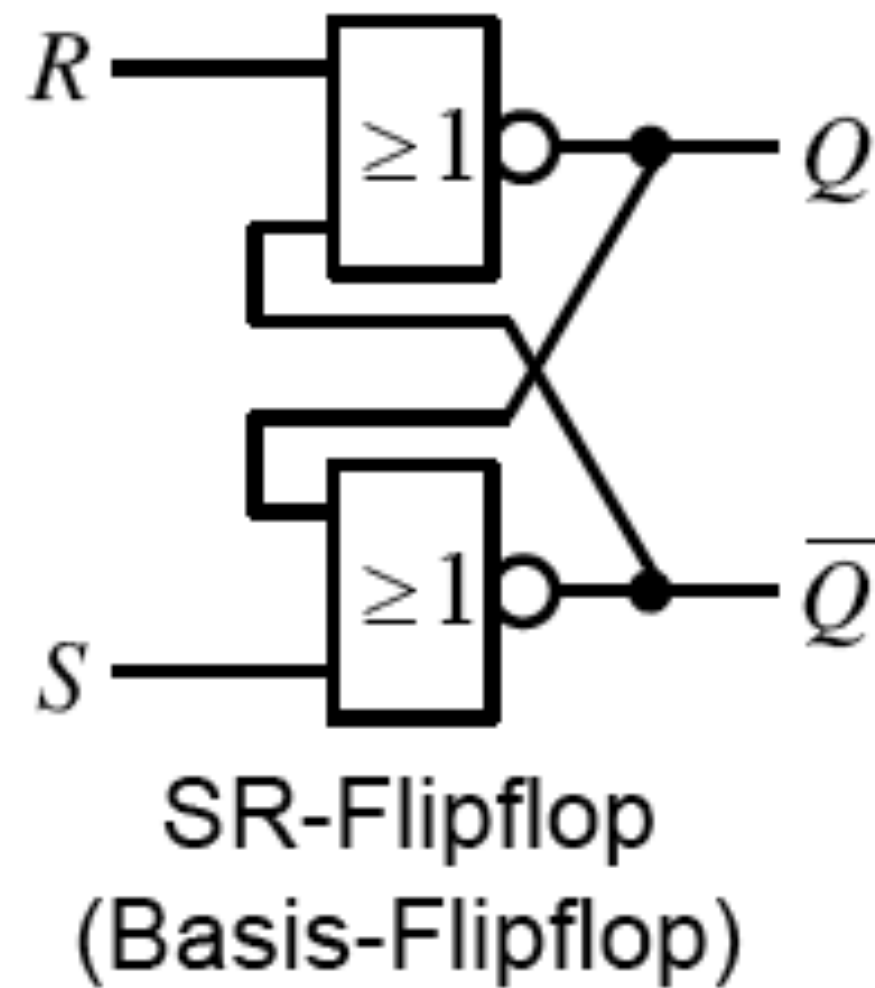


**Zustandsübergangstabelle**

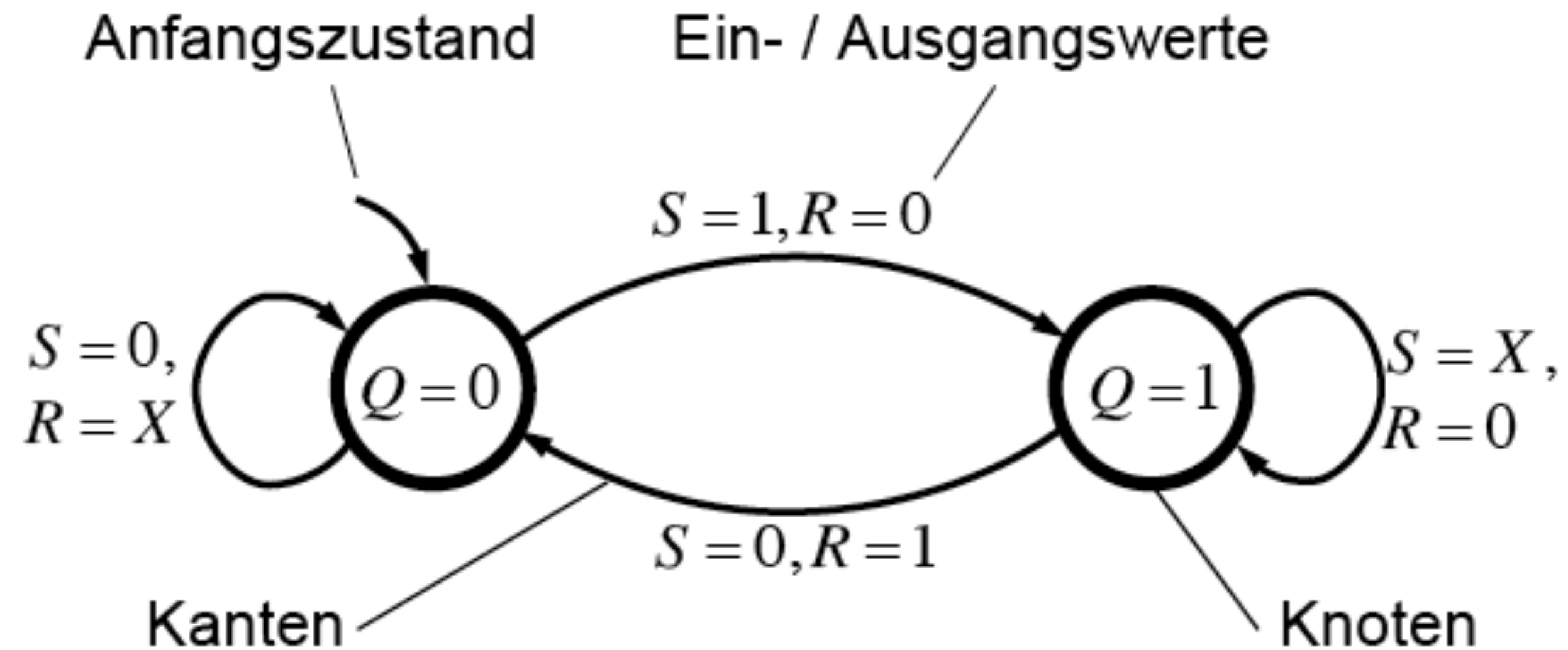
$(t_n)$	$\rightarrow$	$(t_{n+1})$	$(t_n)$		
$Q$	$\rightarrow$	$Q^+$	$R$	$S$	
0	$\rightarrow$	0	X	0	speichern oder rücksetzen, nicht setzen
0	$\rightarrow$	1	0	1	setzen
1	$\rightarrow$	0	1	0	rücksetzen
1	$\rightarrow$	1	0	X	speichern oder setzen, nicht rücksetzen

Antwort auf die Frage: Welche Belegung der Eingänge  $R$  und  $S$  ist erforderlich, um vom Zustand  $Q$  in den Zustand  $Q^+$  zu gelangen ( $\rightarrow$  Zustandsübergang).

# SR-FlipFlop - Zustandsgraph



Knoten: entsprechen den Zuständen  
Kanten: entsprechen den Zustandsübergängen  
Anfangszustand, einseitige Kante

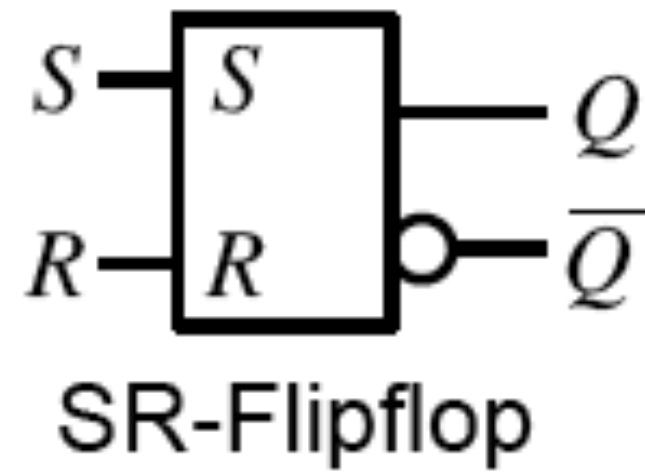


**Zustandsfolgetabelle → Zustandsübergangstabelle → Zustandsgraph**



# SR-FlipFlop - Darstellungen

Schaltsymbol



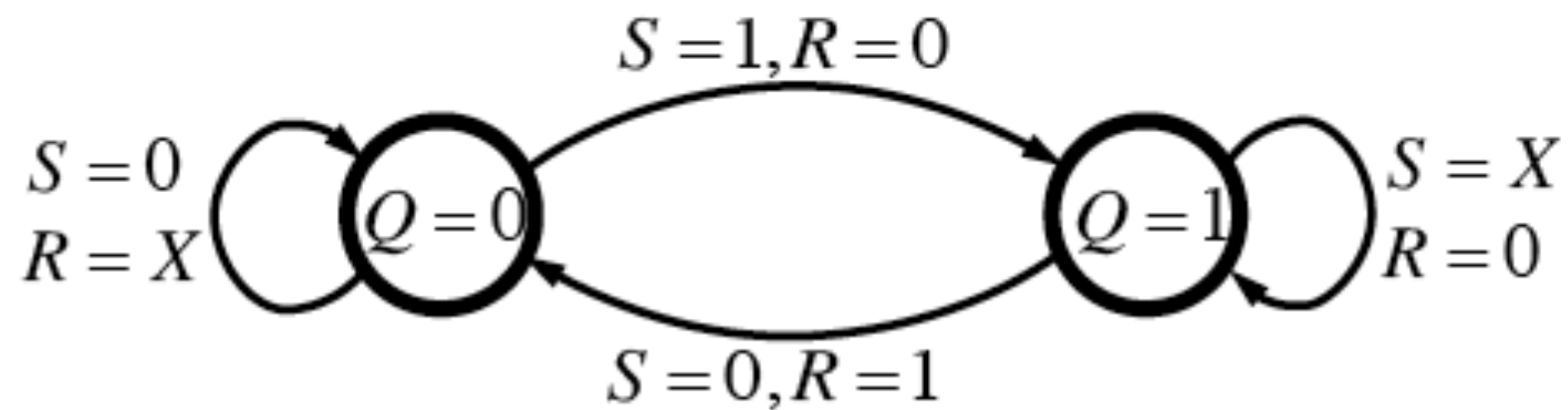
Zustandsfolgetabelle

$R$	$S$	$Q^+$	$\bar{Q}^+$
0	0	$Q$	$Q$
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	–	–

Zustandsübergangstabelle

$Q$	$\rightarrow$	$Q^+$	$R$	$S$
0	$\rightarrow$	0	X	0
0	$\rightarrow$	1	0	1
1	$\rightarrow$	0	1	0
1	$\rightarrow$	1	0	X

Zustandsgraph



Boolesche Gleichung

$$Q^+ := (S \wedge \bar{R}) \vee (\bar{S} \wedge \bar{R} \wedge Q)$$

mit  $S \wedge R = 0$

# Synchrone Speicherglieder

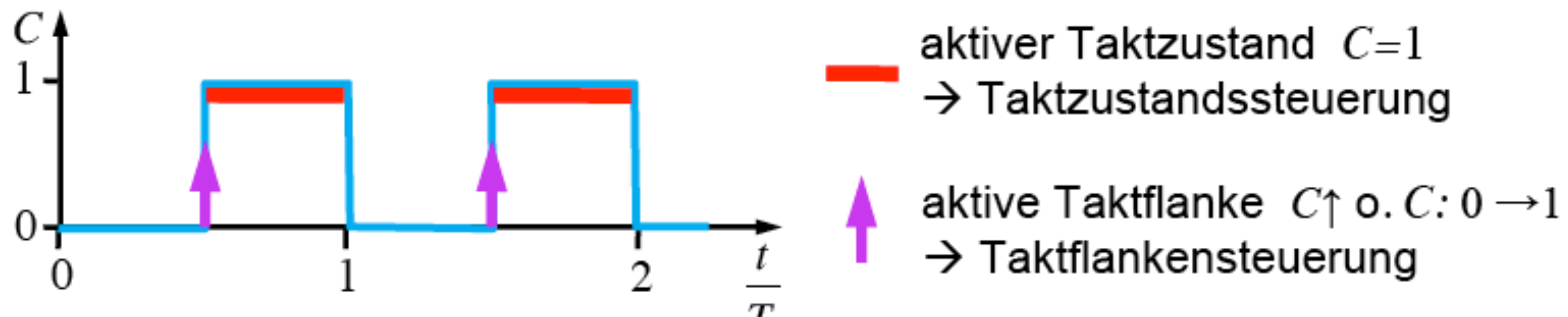
## Asynchrone Speicherglieder:

Der Zustand und die Ausgangswerte ändern sich unmittelbar nach der Änderung der Eingangswerte → **Datensteuerung** (bisherige Betrachtung)

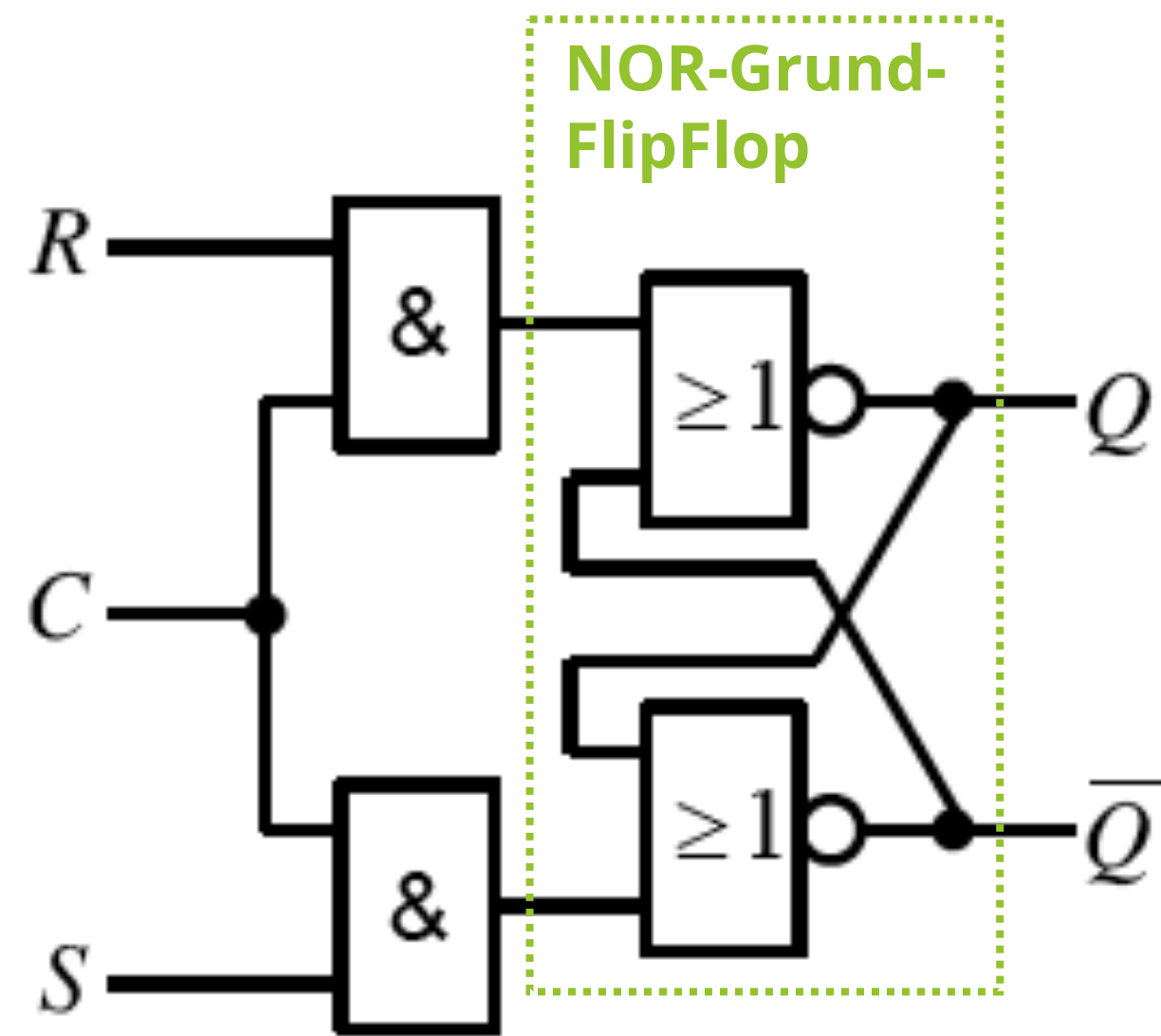
## Synchrone Speicherglieder:

Der Zustand und die Ausgangswerte ändern sich synchron zu einem Taktsignal → **Taktsteuerung** (Einführung eines Taktsignales)

## Taktsignal (Clock, Synchronisationssignal):

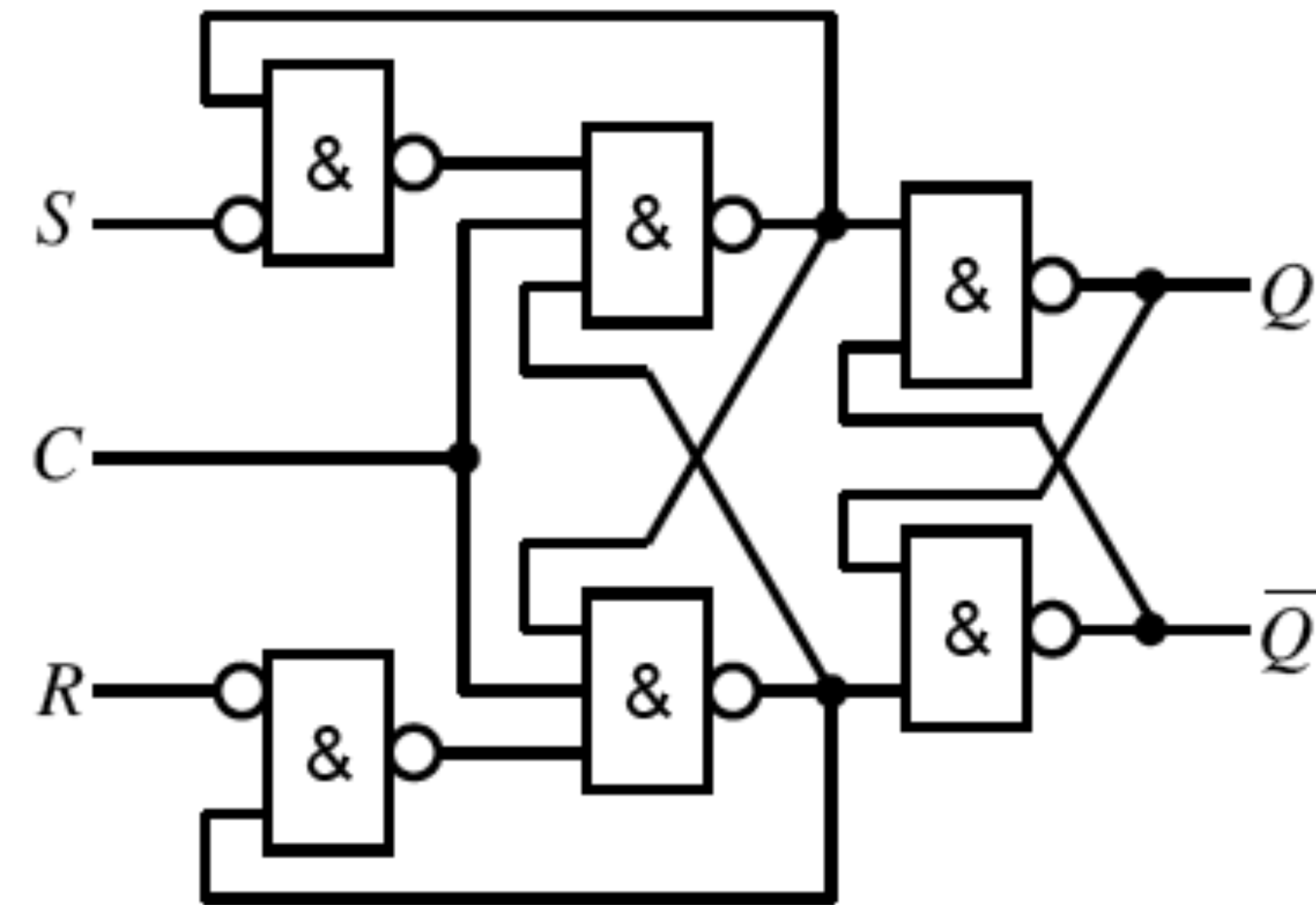
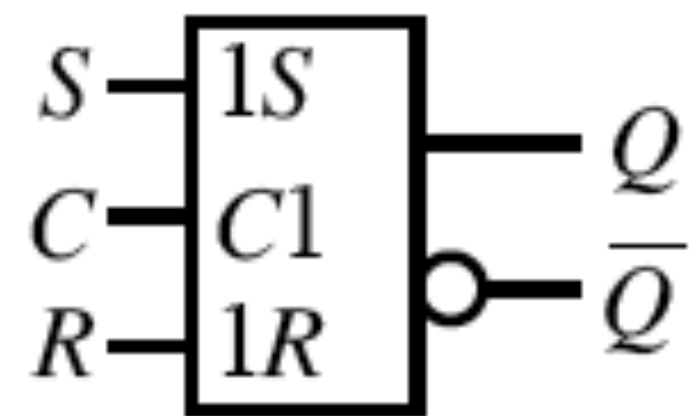


# Synchrones SR-FlipFlop I



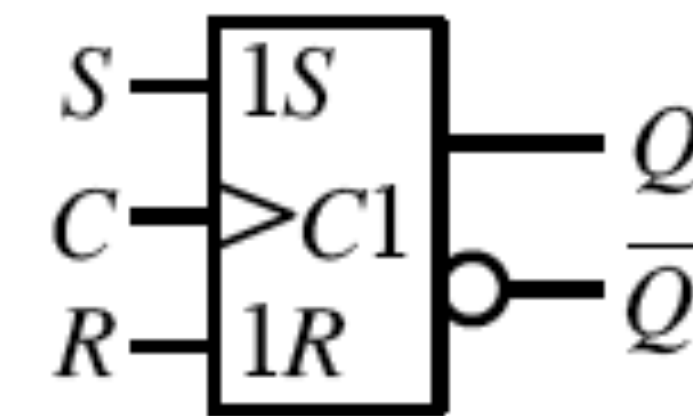
taktzustandsgesteuert

Schaltymbol SR-FF TZS



taktflankengesteuert

Schaltymbol SR-FF TFS



# Synchrones SR-FlipFlop II

Taktzustandsgesteuertes SR-Flipflop

$R$	$S$	$C$	$Q^+$
0	0	1	$Q$ speichern
0	1	1	1 setzen
1	0	1	0 rücksetzen
1	1	1	– nicht zulässig
$X$	$X$	0	$Q$ speichern

Taktflankengesteuertes SR-Flipflop

$R$	$S$	$C$	$Q^+$
0	0	↑	$Q$ speichern
0	1	↑	1 setzen
1	0	↑	0 rücksetzen
1	1	↑	– nicht zulässig
$X$	$X$	sonst	$Q$ speichern

Auf die Angabe des Taktes in der Zustandsfolgetabelle und im Zustandsgraphen kann verzichtet werden, wenn als Nebenbedingung die Art der Taktsteuerung mit angegeben wird (TZS oder TFS).

Ist der Takt nicht aktiv (Zustand oder Flanke), so speichert das Flipflop in jedem Fall den aktuellen Zustand.



# Weitere Speicherglieder

Ansteuerschaltungen für das SR-Flipflop zur Vermeidung der nicht zulässigen Eingangsbelegung  $S=R=1$  und für spezielle Ansteuervarianten und Funktionen

## Flipflop Varianten:

Typ	Eingänge	Funktionen
T-FF	1	invertieren, speichern
D-FF	1	setzen, rücksetzen
SR-FF	2	speichern, setzen, rücksetzen
JK-FF	2	speichern, setzen, rücksetzen, invertieren

Die einzelnen Flipflop-Typen lassen sich durch Zusatzbeschaltungen ineinander überführen. Alle Flipflop-Typen sind gleichwertig anwendbar.

In der Computertechnik dominieren D-Flipflop (Delay-Flipflop) mit Taktflankensteuerung (teilweise auch mit Taktzustandssteuerung).



# Aufgaben — FlipFlops

5. Machen Sie sich mit der Funktionsweise eines NOR-Grund-FlipFlops vertraut.
  - a) Stellen Sie die Wertetabelle auf.
  - b) Was unterscheidet ein FlipFlop von einem Schaltnetz?
  - c) Stellen Sie die Zustandsübergangstabelle auf.
  - d) Was passiert bei der Eingangsbelegung  $R = S = 1$
  - e) Entwerfen Sie eine kombinatorische Vor-Schaltung bei der das Setzen bei der Eingangsbelegung  $R = S = 1$  dominiert.
  - f) Entwerfen Sie eine kombinatorische Vorschaltung, welche aus einem RS-FlipFlop ein D-FlipFlop macht.



# Schaltwerke



# Schaltwerke - Übersicht

- Schaltwerke – Hauptbestandteile von Computern (v. Neumann Rechner)
- Schaltwerke enthalten Schaltnetze, Speicherglieder (Flipflops) und Signalrückführungen
- der in den Speichergliedern gespeicherte Zustand heißt „innerer Zustand“ des Schaltwerkes
- bei einem Schaltwerk hängen die Werte der Ausgangsvariablen von denen der Eingangsvariablen und vom inneren Zustand (der Vorgeschichte) ab
- einer Wertefolge der Eingangsvariablen ist damit eindeutig eine Wertefolge der Ausgangsvariablen zugeordnet (→ Anfangszustand)
- charakteristisch für ein Schaltwerk ist die funktionelle Bedeutung der Zeit (diskrete Zeitpunkte werden durch ein Taktsignal realisiert)
- Flipflops sind einfache Schaltwerke



# Schaltwerke - Definition

## Schaltwerk (nach DIN44300):

Ein Funktionseinheit zum Verarbeiten von Schaltvariablen, bei der die Werte aller Schaltvariablen am Ausgang (AusgangsvARIABLEN) zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t_0$  nach Verstreichen der Lauf- und Verzögerungszeit  $\Delta t$  nur von den Werten aller Schaltvariablen am Eingang (EingangsvARIABLEN) zum Zeitpunkt  $t-\Delta t$  abhängen und zu endlich vielen vorangegangenen Zeitpunkten sowie ggf. vom Anfangszustand.

(Ein Schaltwerk hat eine endlich Anzahl von inneren Zuständen und ist abstrakt gesehen ein endlicher Automat. Falls keine besonderen Vorkehrungen getroffen werden, können Schaltwerke beim Einschalten einen unbestimmten Anfangszustand annehmen.)

## Speicherglied (nach DIN44300) :

Ein Bestandteil eines Schaltwerkes, der Werte von Schaltvariablen aufnimmt, aufbewahrt und abgibt.

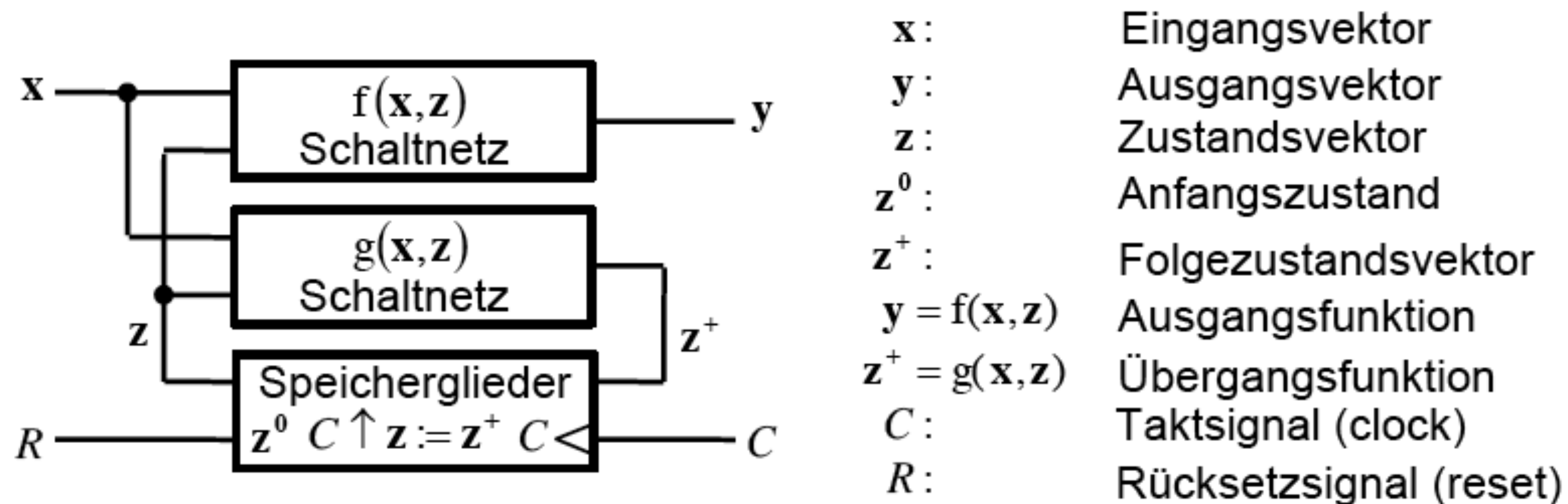


# Schaltwerke

## Bestandteile von Schaltwerken:

- Speicherglieder (Flipflop)
- Schaltnetze
- Verbindungen, Rückführungen
- Taktsignal ( $\rightarrow$  synchrone Schaltwerke).

## Allgemeine Darstellungsform (Huffman-Modell)



# Automatentheorie

## Automat – Modellmaschine

- abstraktes mathematisches Modell → Modellmaschine
- Kennzeichnung durch einen inneren Zustand → Zustandsautomat
- Automaten arbeiten sequentiell, gesteuert durch Takt oder Eingang.
- Automaten durchlaufen eine Abfolge von Zuständen, beginnend mit einem Anfangszustand, in Abhängigkeit von Eingangswerten oder Takt.
- Die Ausgabewerte der Modellmaschine sind von den aktuellen Eingabewerten und vom momentanen inneren Zustand der Maschine abhängig.

## Endliche Automaten

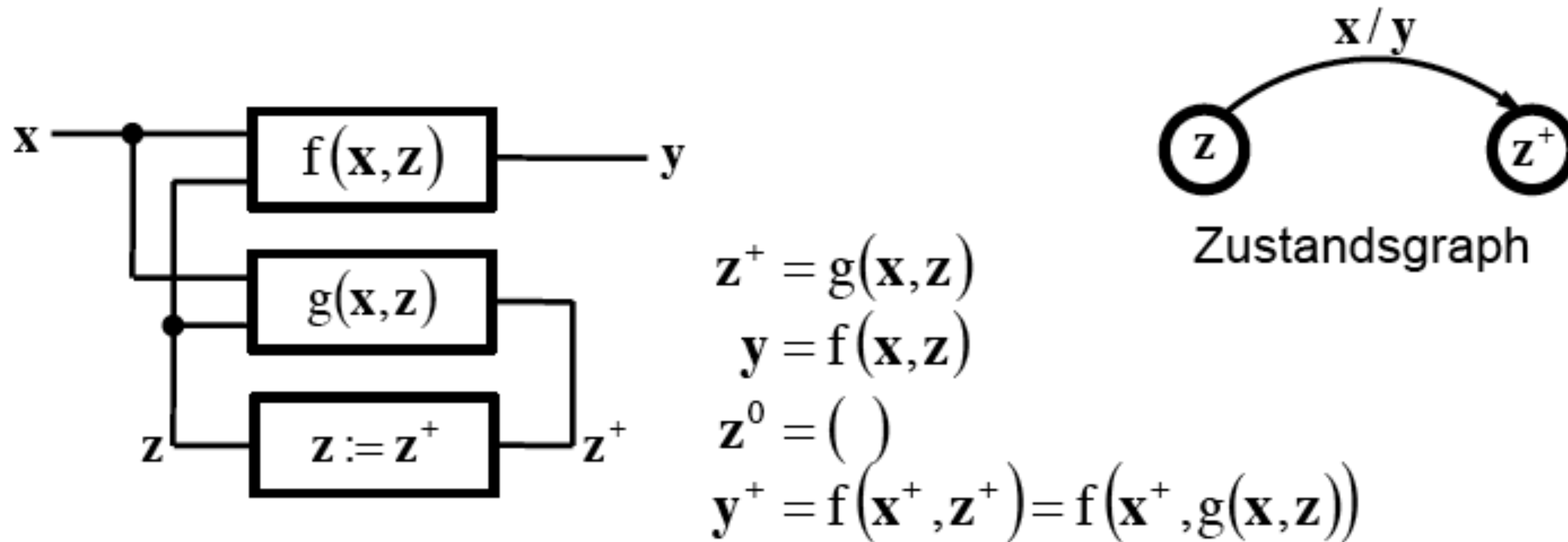
Die Menge der möglichen Eingabezeichen (Eingabealphabet), der Ausgabezeichen (Ausgabealphabet) und die Zahl der möglichen inneren Zustände (Zustandsmenge) sind endlich.

## Deterministische Automaten

Das Verhalten der Modellmaschine ist deterministisch, für eine gegebene Folge von Eingangswerten komplett vorhersagbar, determiniert.

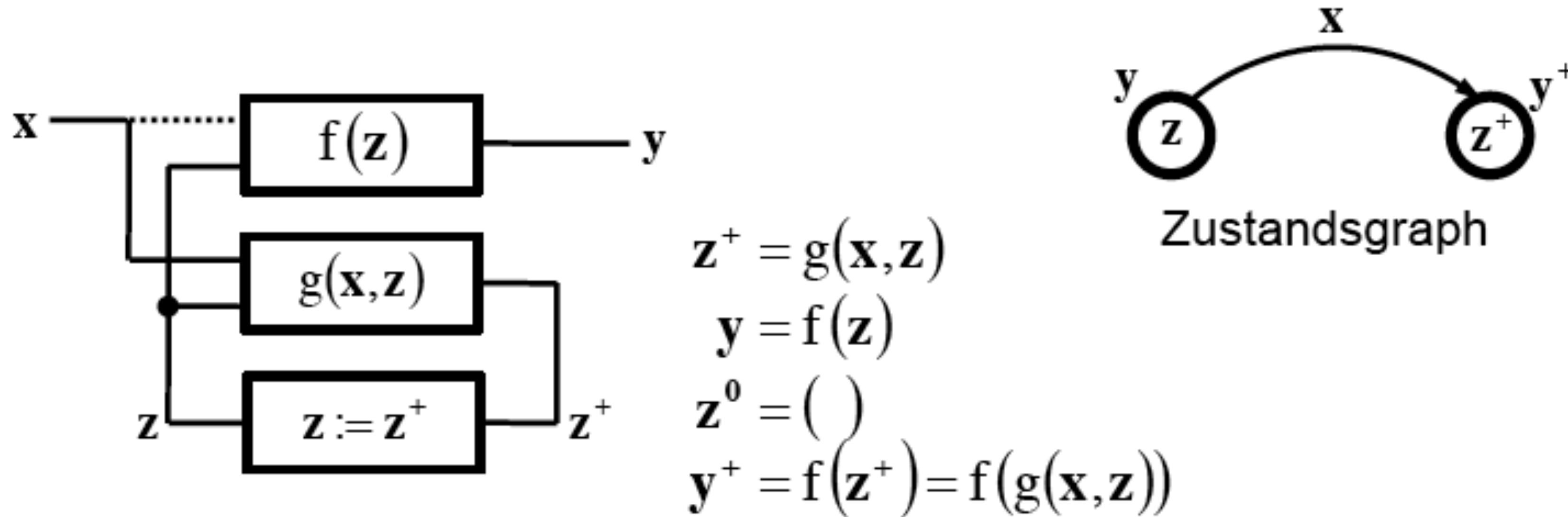


# Mealy-Automaten



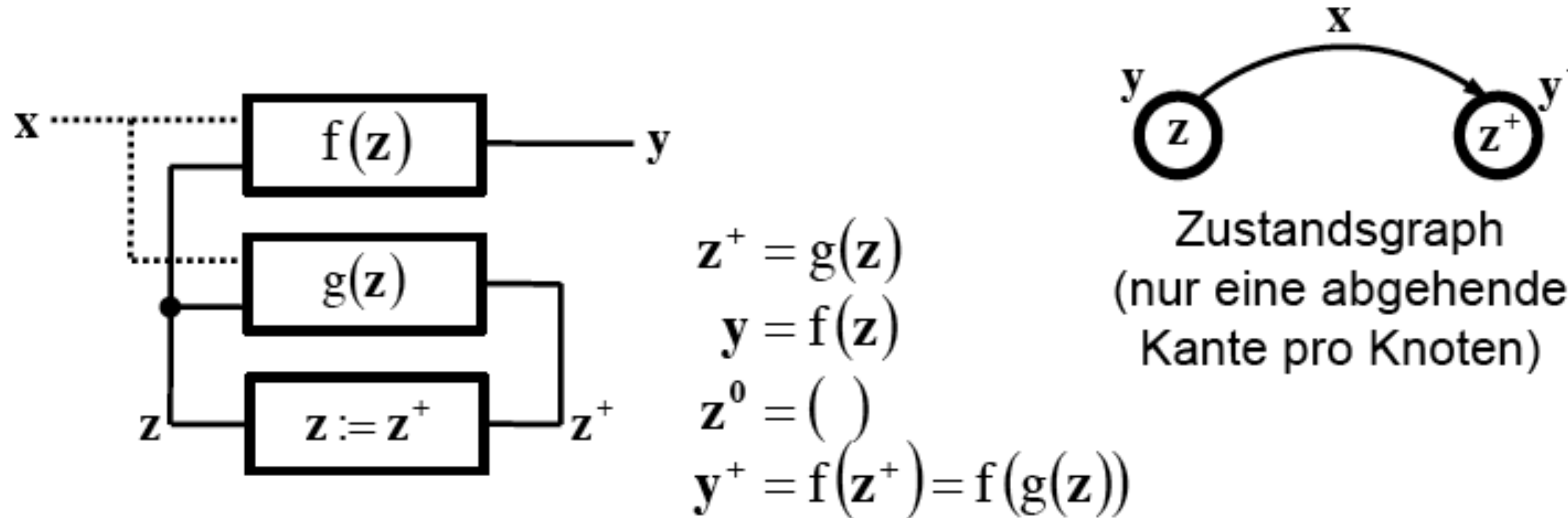
Mealy-Automaten sind **übergangsorientiert**.  
Änderungen des Einganges beeinflussen sofort den Ausgang. Sie stellen die  
allgemeinste Form der deterministischen endlichen Automaten dar.

# Moore-Automaten



Moore-Automaten sind **zustandsorientiert**.  
Änderungen des Einganges beeinflussen den Ausgang erst zum Folgezustand. Sie stellen einen Sonderfall des Mealy-Automaten.

# Autonome-Automaten



Autonome Automaten sind nicht eingangsgesteuert. Änderungen des Einganges beeinflussen somit weder den Ausgang noch den Folgezustand. Sie stellen einen Sonderfall des Moore-Automaten und verfügen nicht über einen Eingang.

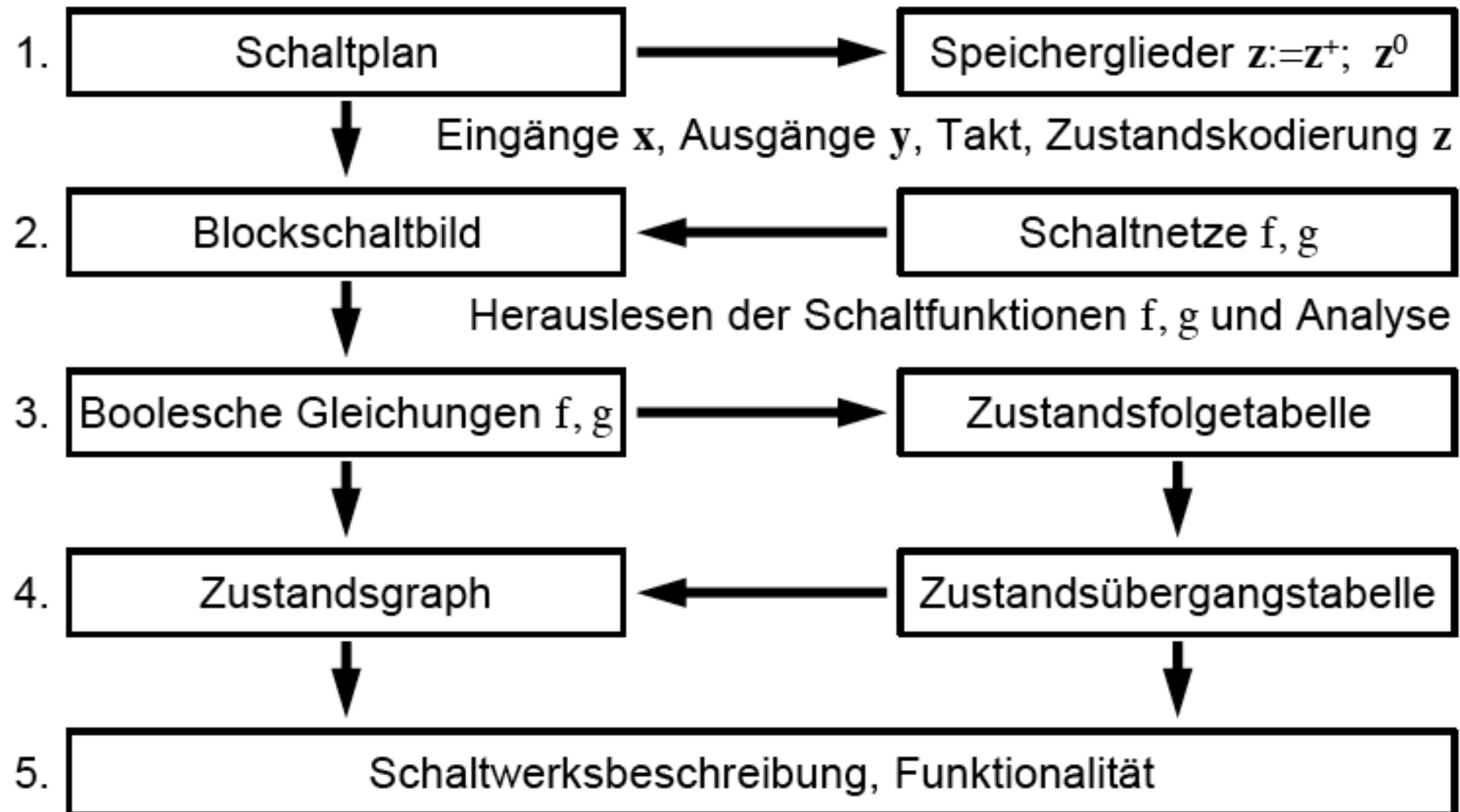
# Darstellung von Schaltwerken

Es gibt verschiedene mögliche Formen der Schaltwerksdarstellung. Alle Varianten sind inhaltlich gleichwertig und können ineinander überführt werden. Bezüglich der Anschaulichkeit und Nutzbarkeit gibt es Unterschiede.

- Boolesche Gleichungen (Automat)
- Zustandsfolgetabelle (Automatentabelle)
- Zustandsübergangstabelle
- Zustandsgraph
- Impulsfolgediagramm
- Schaltplan (Logikplan)
- Schaltsymbol (DIN-Norm)
- Hardwarebeschreibungssprachen (VHDL, Verilog, SystemC, ...)
- Programmiersprachen
- Binäre Entscheidungsgraphen (BDD), Speicherelemente

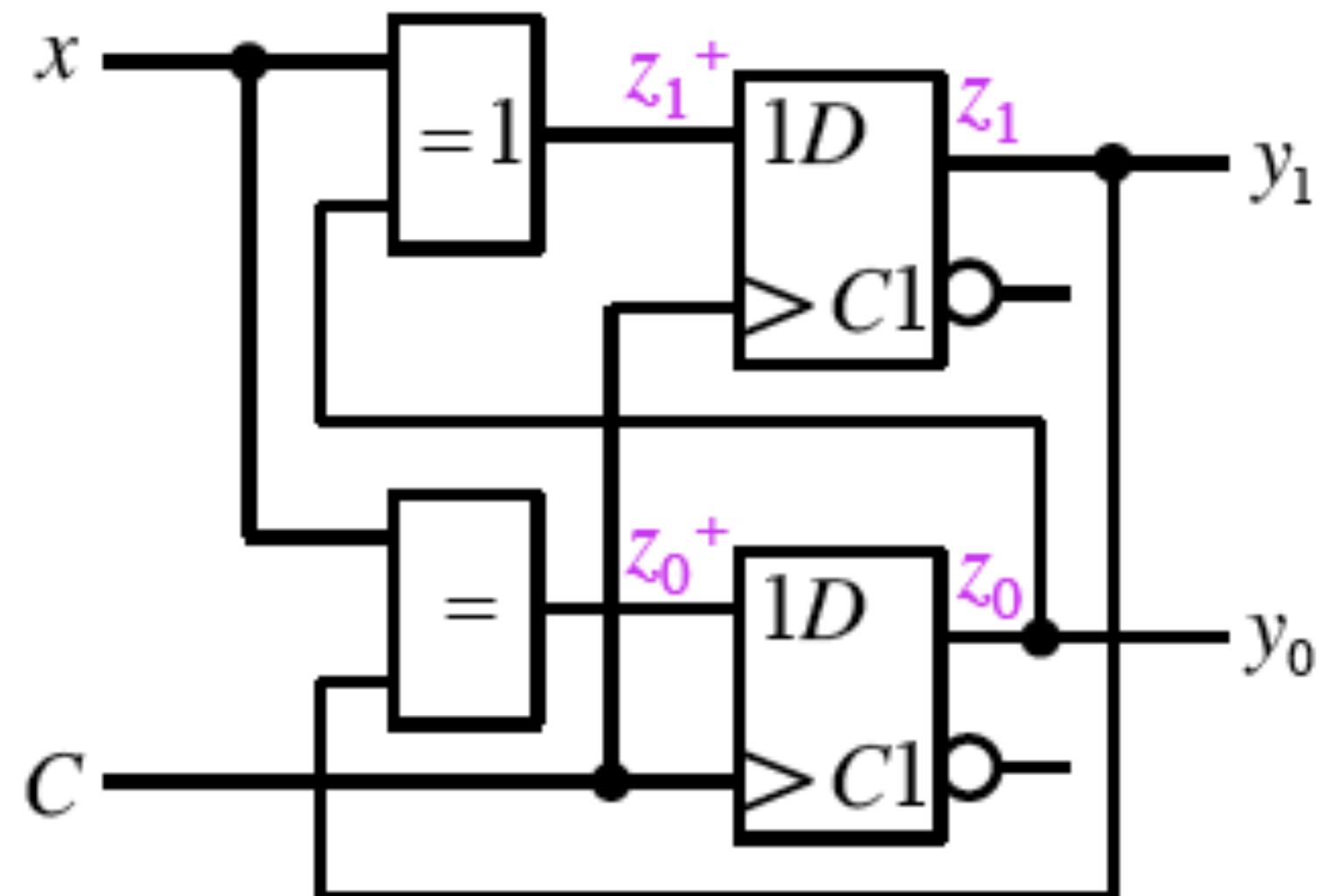


# Analyse von Schaltwerken



# Analysebeispiel - Ansteuerung

Ausgangspunkt Schaltplan



Zustandskodierung:

$$\mathbf{z} = (z_1, z_0)$$

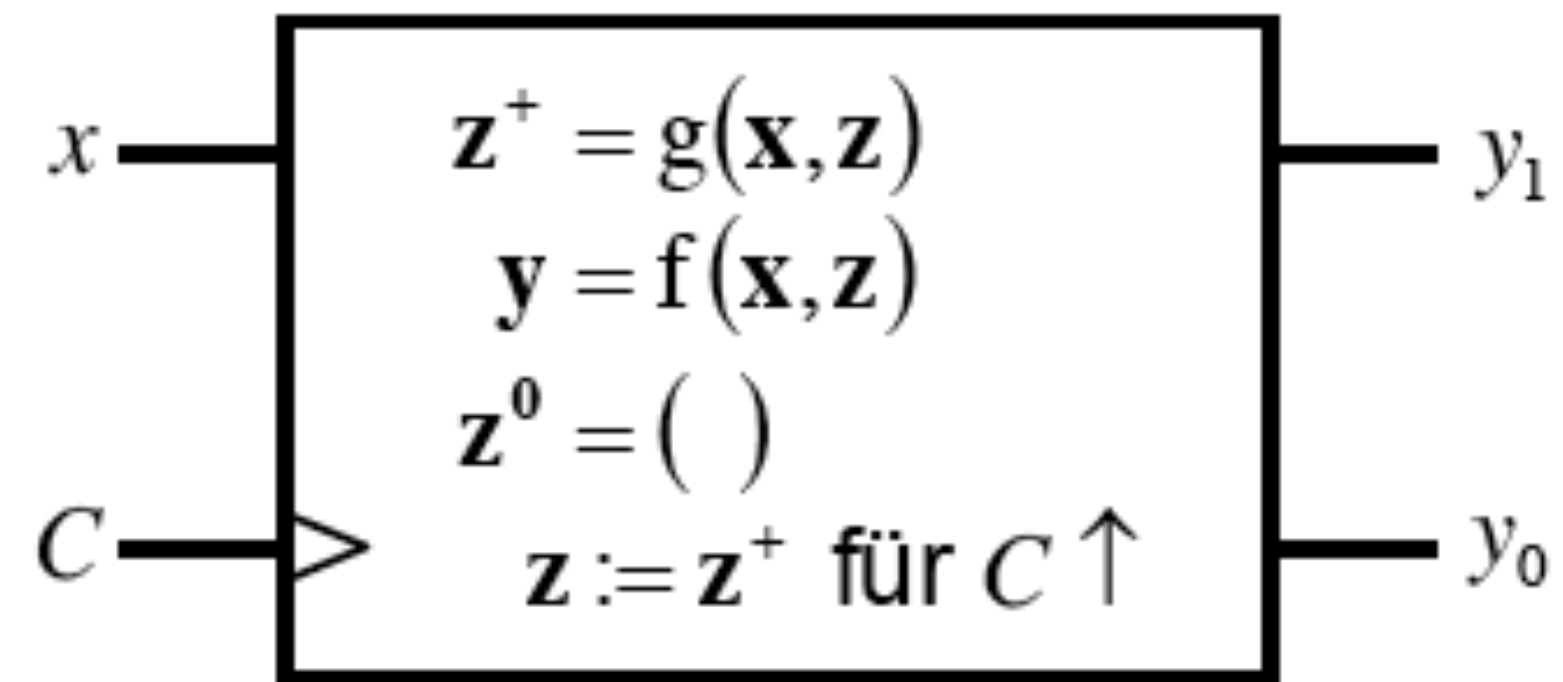
$$\mathbf{z}^+ = (z_1^+, z_0^+)$$

$$\mathbf{x} = (x)$$

$$\mathbf{y} = (y_1, y_0)$$

Moore-Automat:  $\mathbf{y} = f(\mathbf{z})$

Blockschaltbild



Boolesche Gleichungen

$$z_1^+ = xz_0 + \bar{x}z_0 ; \quad z_1^0 = 0$$

$$z_0^+ = xz_1 + \bar{x}\bar{z}_1 ; \quad z_0^0 = 0$$

$$y_1 = z_1$$

$$y_0 = z_0$$


← Anfangszustand



# Analysebeispiel - Zustandsfolge

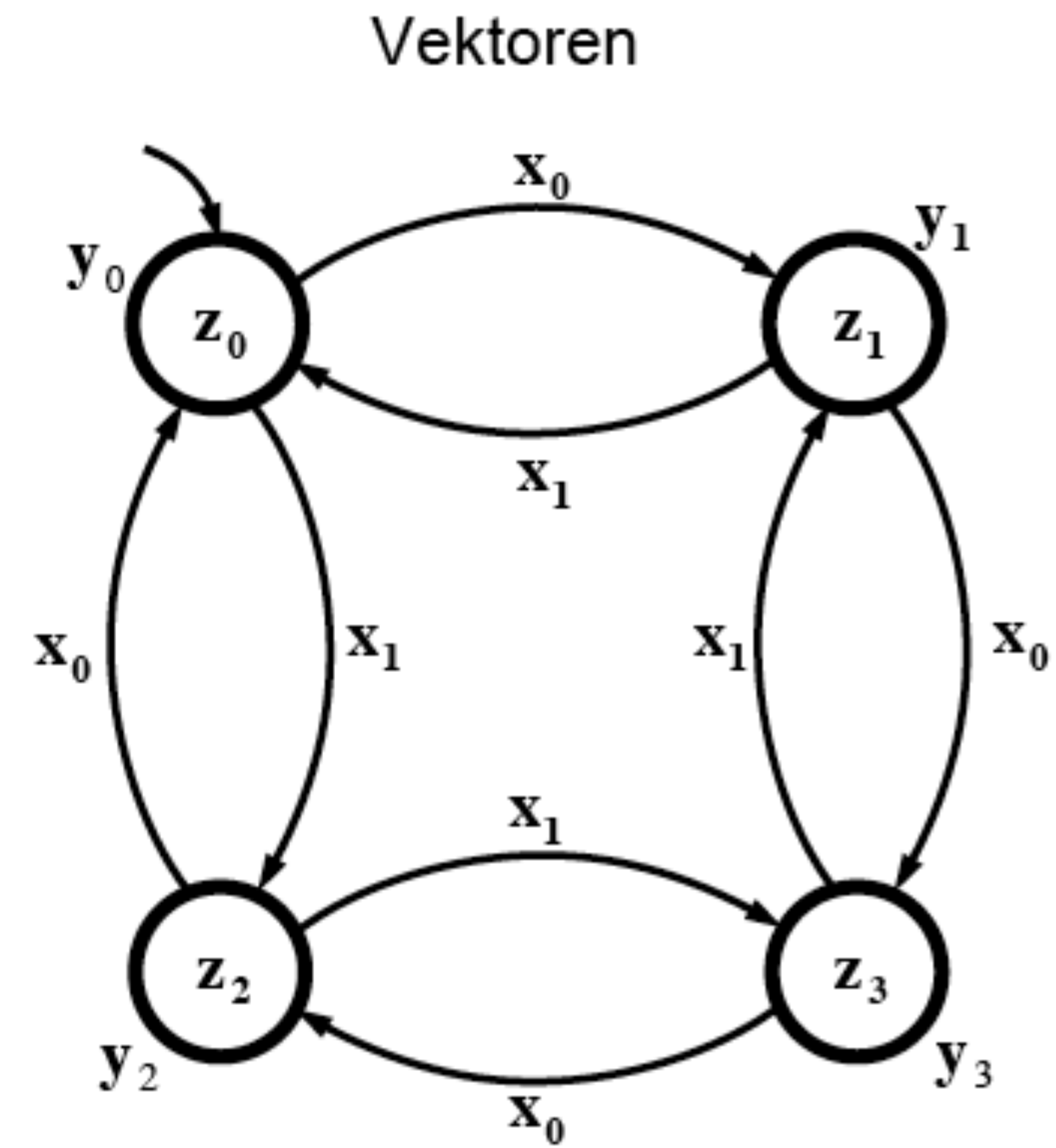
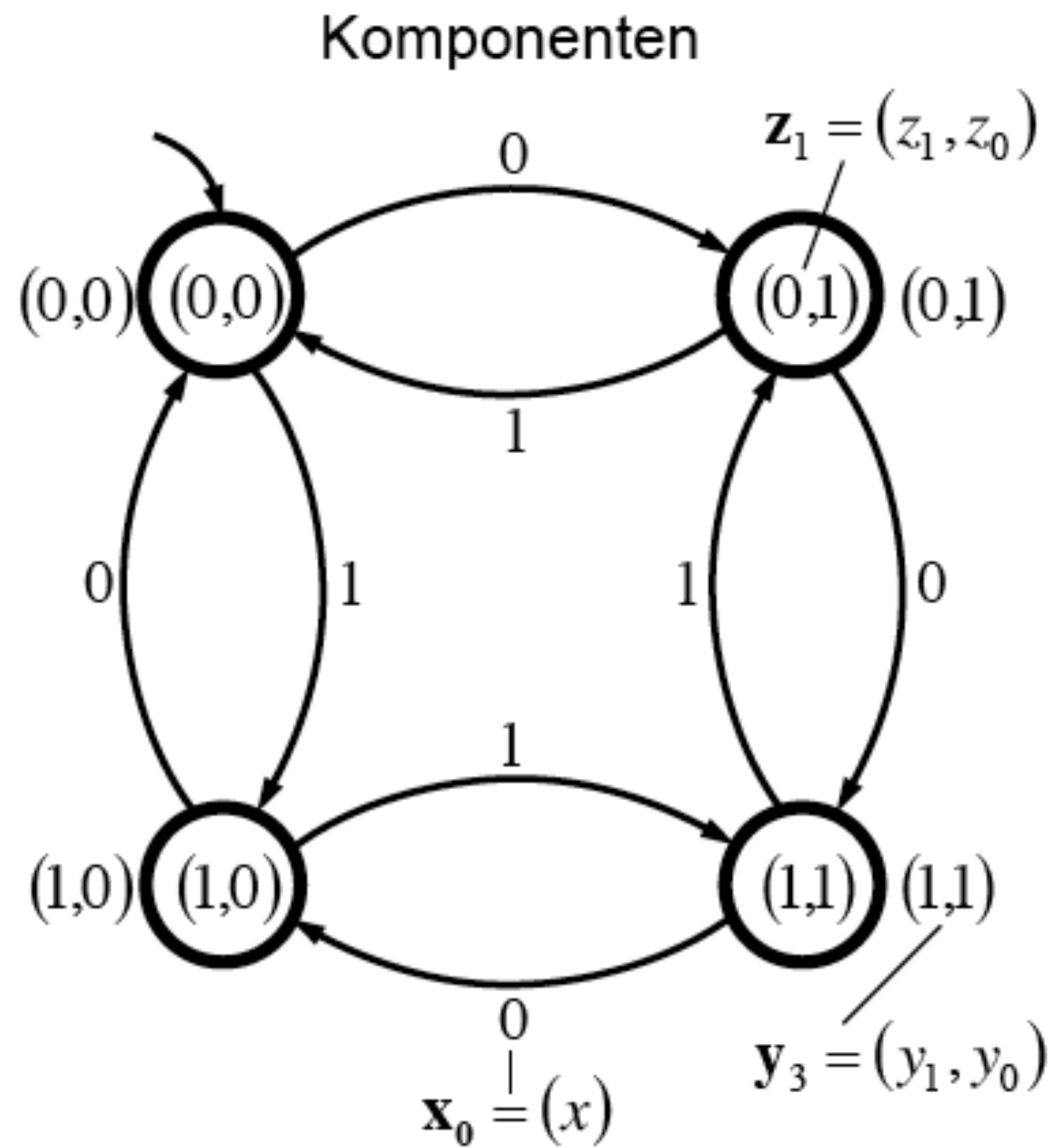
$x$	$\mathbf{x}$	$z_1$	$z_0$	$\mathbf{z}$	$\mathbf{z}^+$	$z_1^+$	$z_0^+$	$y_1$	$y_0$	$\mathbf{y}$
0	$\mathbf{x}_0$	0	0	$\mathbf{z}_0$	$\mathbf{z}_1$	0	1	0	0	$\mathbf{y}_0$
0	$\mathbf{x}_0$	0	1	$\mathbf{z}_1$	$\mathbf{z}_3$	1	1	0	1	$\mathbf{y}_1$
0	$\mathbf{x}_0$	1	0	$\mathbf{z}_2$	$\mathbf{z}_0$	0	0	1	0	$\mathbf{y}_2$
0	$\mathbf{x}_0$	1	1	$\mathbf{z}_3$	$\mathbf{z}_2$	1	0	1	1	$\mathbf{y}_3$
1	$\mathbf{x}_1$	0	0	$\mathbf{z}_0$	$\mathbf{z}_2$	1	0	0	0	$\mathbf{y}_0$
1	$\mathbf{x}_1$	0	1	$\mathbf{z}_1$	$\mathbf{z}_0$	0	0	0	1	$\mathbf{y}_1$
1	$\mathbf{x}_1$	1	0	$\mathbf{z}_2$	$\mathbf{z}_3$	1	1	1	0	$\mathbf{y}_2$
1	$\mathbf{x}_1$	1	1	$\mathbf{z}_3$	$\mathbf{z}_1$	0	1	1	1	$\mathbf{y}_3$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 &= (0) \\ \mathbf{x}_1 &= (1) \\ \mathbf{y}_0 &= (0,0) \\ \mathbf{y}_1 &= (0,1) \\ \mathbf{y}_2 &= (1,0) \\ \mathbf{y}_3 &= (1,1) \\ \mathbf{z}_0 &= (0,0) \\ \mathbf{z}_1 &= (0,1) \\ \mathbf{z}_2 &= (1,0) \\ \mathbf{z}_3 &= (1,1) \\ \mathbf{z}^0 &= \mathbf{z}_0 \end{aligned}$$

 Anfangszustand.



# Analysebeispiel - Zustandsgraph



# Analysebeispiel - Ergebnis

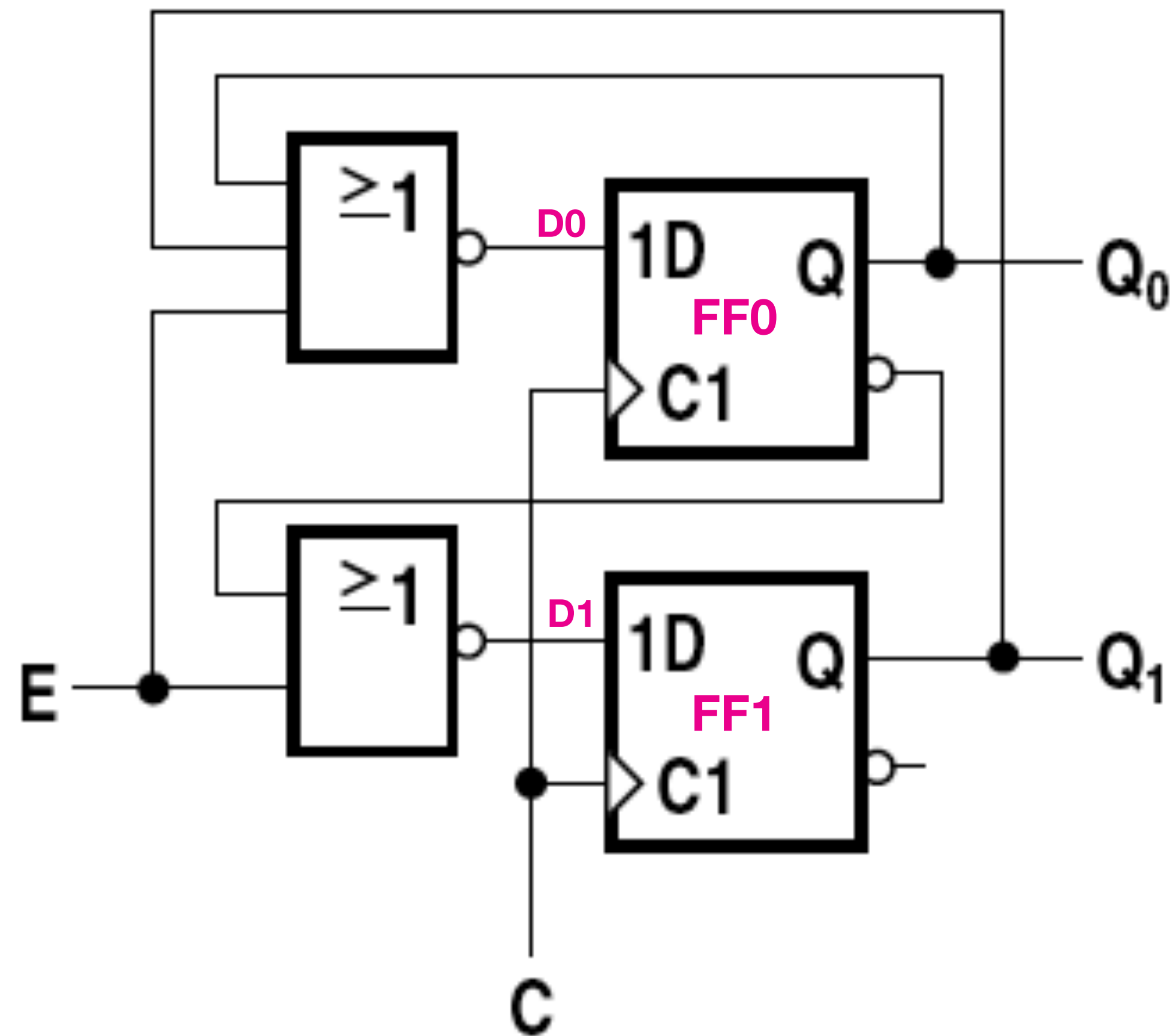
Das im Schaltplan gegebene Schaltwerk realisiert folgende Eigenschaften:

- zwei Speicherglieder realisieren vier verschiedene Zustände
- Moore-Automat
- folgende Zustandsfolge wird in Abhängigkeit vom Eingang realisiert:  
 $x = 0 : (0,0) \rightarrow (0,1) \rightarrow (1,1) \rightarrow (1,0) \rightarrow (0,0) \rightarrow (0,1) \rightarrow \dots$   
 $x = 1 : (0,0) \rightarrow (1,0) \rightarrow (1,1) \rightarrow (0,1) \rightarrow (0,0) \rightarrow (1,0) \rightarrow \dots$
- es handelt sich um einen 2-bit Gray-Kode zyklischen Synchronzähler mit Vor- und Rückwärtssteuerung (Zustandskodierung Gray-Kode)  
 $x = 0 : \text{vorwärts zählen}$   
 $x = 1 : \text{rückwärts zählen}$
- Zählrichtung kann in jedem beliebigen Zustand umgekehrt werden
- ausgegeben wird direkt der Zählerzustand (Gray-Kode)
- Startzustand ist  $z^0 = z_0 = (0,0)$ .



# Aufgaben — Synthese und Analyse von Schaltwerken I

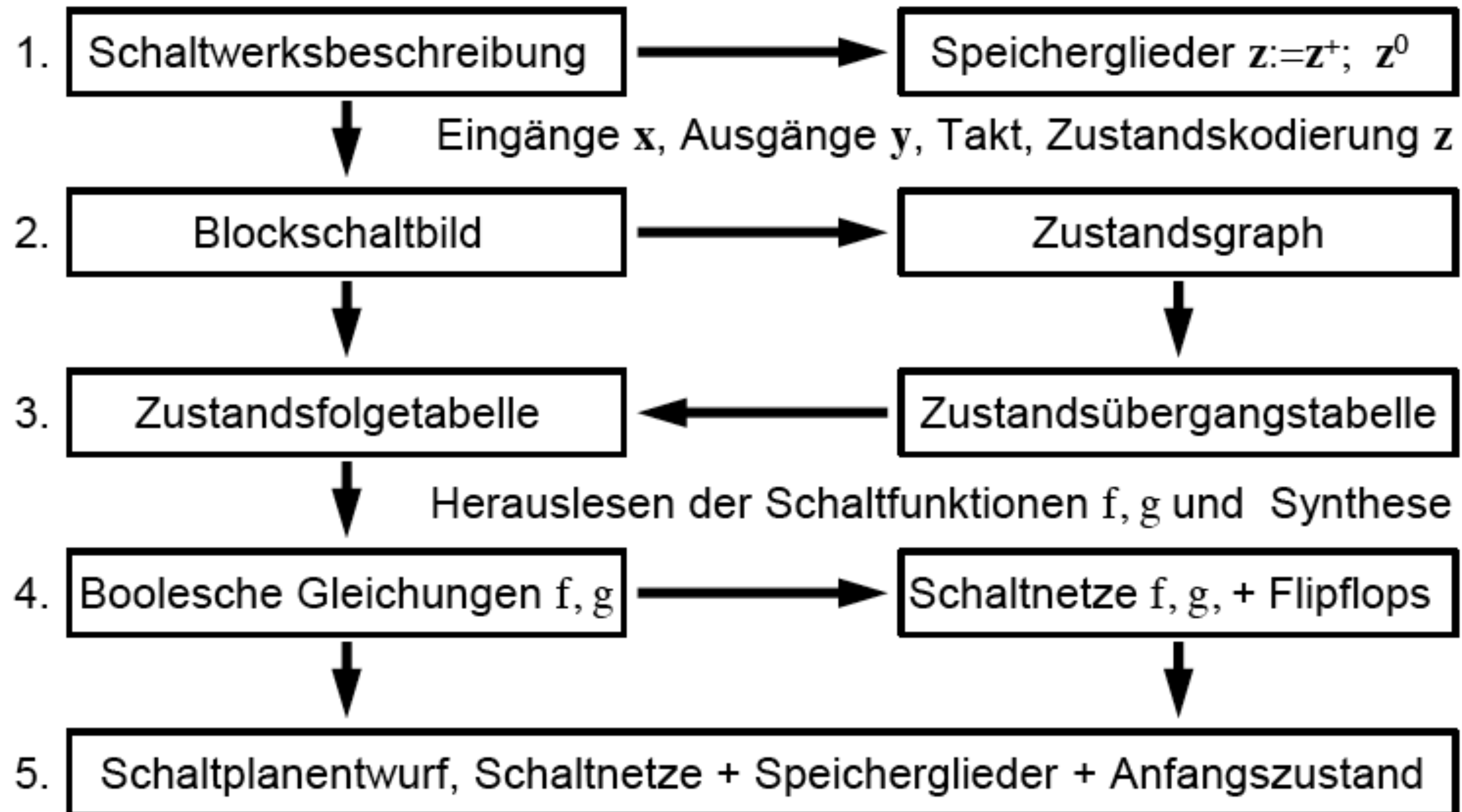
6. Gegeben sei folgende Schaltung:



- Ermitteln Sie die Ansteuerfunktionen für die FlipFlops.
- Stellen Sie die Zustandsübergangstabelle auf.
- Zeichnen Sie den Zustandsgraphen.
- Geben Sie eine geeignete Bezeichnung für die Schaltung an.
- Welcher Typ (Art der Ausgänge) liegt vor?



# Synthese von Schaltwerken



# Aufgaben — Synthese und Analyse von Schaltwerken II

7. Zur Überwachung einer Signalleitung  $x$  soll ein Zustandsautomat eingesetzt werden. Der erwartete Signalverlauf ist dabei die strikt alternierende Folge von Nullen (0) und Einsen (1). Eine beliebige Abweichung von diesem Muster ist durch einen Impuls auf einem Fehlerindikationssignal  $F$  anzuzeigen.
- Wie wird eine Fehler identifiziert? Die unterstellte Fehlerzahl bei einer Abweichung soll möglichst gering sein. So weist etwa die Folge **0101000101** einen **Bitflip** von 1 nach 0 und nicht zwei Einschübe von 0 auf.
  - Entwickeln Sie den Zustandsübergangsgraphen.
  - Stellen Sie die Zustandsübergangstabelle auf. Es stehen D-FF mit einem gesonderten Rücksetzeingang zur Verfügung.
  - Welcher Typ (Art der Ausgänge) liegt vor?



# Aufgaben — Synthese und Analyse von Schaltwerken III

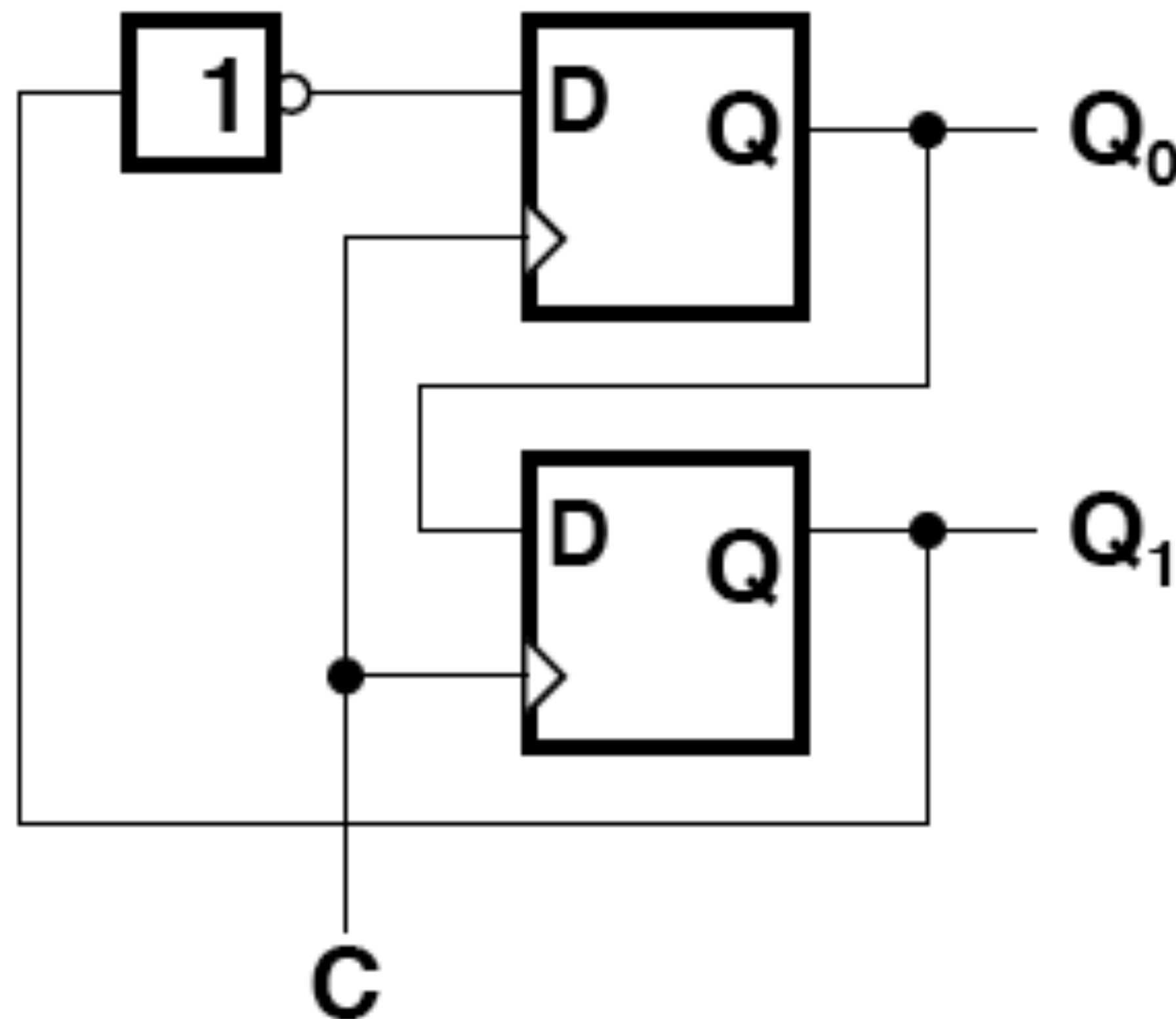
8. Ein getakteter serieller Datenbus  $x$  führt im Ruhezustand einen High-Pegel. Die Datenübertragung wird durch einen Low-Impuls einer Taktlänge eingeleitet und umfasst jeweils genau die vier Bits der direkt darauf folgenden Takte.

Entwerfen Sie einen den Zustandsgraphen für einen Automaten, der den Abschluss der Übertragung (**E**) eines solchen Nibbles und dann auch dessen Parität (**P**) signalisiert.



# Aufgaben — Synthese und Analyse von Schaltwerken IV

9. Gegeben sei folgende Schaltung:



- Ermitteln Sie die Ansteuerfunktionen für die FlipFlops.
- Welcher Typ (Art der Ausgänge) liegt vor?
- Stellen Sie die Zustandsübergangstabelle auf.
- Zeichnen Sie den Zustandsgraphen.
- Nach welchem Code zählt dieses Schaltwerk?



