Aufgabe 7.6

Zu jeder Menge M wird die Relation $R_M \subseteq 2^M \times 2^M$ auf der Potenzmenge der Menge M definiert durch $R_M = \{(X, Y) \mid |X| = |Y|\}$.

Für jedes $i \in \mathbb{N}$ ist die Menge $M_i \subseteq \mathbb{N}$ definiert durch $M_i = \{0, \dots, i\}$.

a. Geben Sie für jedes $i \in \{0, 1, 2\}$ die Menge M_i und die Relation $R_{(Mi)}$ an.

i= 0: $M_0 = \{\varnothing\}$; $R_{(M0)} = \{(\varnothing,\varnothing)\}$

i= 1: $M_1 = \{\varnothing,\{0\}\}$; $R_{(M1)} = \{(\varnothing,\varnothing),(\{0\},\{0\})\}$

i= 2: $M_2 = \{\varnothing,\{0\},\{0,1\}\}$; $R_{(M2)} = \{(\varnothing,\varnothing),(\{0\},\{0\}),(\{0,1\},\{0,1\})\}$

b. Zeigen Sie, dass die Relation $R_{(M7)}$ für die Menge $M_7 = \{0, \dots, 7\}$ eine Äquivalenzrelation ist.

Die Relation $R_{(M7)}$ ist eine Äquivalenzrelation, wenn sie sowohl reflexiv, symmetrisch als auch transitiv ist.

- **Reflexivität:** Jede Menge ist zu sich selbst gleich $|X| = |X|$.
- **Symmetrie:** Wenn $|X| = |Y|$, dann gilt auch $|Y| = |X|$.
- **Transitivität:** Wenn $|X| = |Y|$ und $|Y| = |Z|$, dann gilt auch $|X| = |Z|$.

c. In wieviele Äquivalenzklassen teilt die Relation $R_{(M7)}$ die Menge $2^{(M7)}$?

In 8 Äquivalenzklassen (M_0 bis M_7)

d. Geben Sie zu jeder Äquivalenzklasse ein Element und die Mächtigkeit der Äquivalenzlasse an.

M_0: $\{\varnothing\}$	$\lvert M_0 \rvert = 1$
M_1: $\{1\}$	$\lvert M_1 \rvert = 7$
M_2: $\{0,1\}$	$\lvert M_2 \rvert = 21$
M_3: $\{0,1,2\}$	$\lvert M_3 \rvert = 35$
M_4: $\{0,1,2,3\}$	$\lvert M_4 \rvert = 35$
M_5: $\{0,1,2,3,4\}$	$\lvert M_5 \rvert = 21$
M_6: $\{0,1,2,3,4,5\}$	$\lvert M_6 \rvert = 7$
M_7: $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$	$\lvert M_6 \rvert = 1$

e. In wieviele Äquivalenzklassen teilt die Relation $R_{(Mn)}$ die Menge $2^{(Mn)}$?

Geben Sie aus jeder Äquivalenzklasse einen Repräsentanten an.

n wird nicht definiert deshalb teilt die Relation $R_{(Mn)}$ die Menge $2^{(Mn)}$

In unendlich viele Äquivalenzklassen.