

Aufgabe 1-2 (Mischdichte)

In einer diskontinuierlich arbeitenden Rührmaschine soll eine Suspension hergestellt werden. Die Flüssigkeitskomponenten bestehen aus 85 Liter Wasser ($\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$), 12 Liter Glycerin ($\rho_{\text{Gly}} = 1260 \text{ kg/m}^3$) und den zerkleinerten Feststoffkomponenten von:

- 12 kg Feststoff der Komponente A ($\rho_A = 1420 \text{ kg/m}^3$)
- 4 kg Feststoff der Komponente B ($\rho_B = 1690 \text{ kg/m}^3$)
- 2 kg Feststoff der Komponente C ($\rho_C = 1320 \text{ kg/m}^3$)

Berechnen Sie die Dichte der Suspension!

Aufgabe 1-2 (Mischdichte)

Definition: $\mu\text{m} := 10^{-6} \text{ m}$

Vorgegebene Werte:

Wasser: $\rho_W := 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $V_W := 85 \text{ l}$

Glyzerin: $\rho_G := 1260 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $V_G := 12 \text{ l}$

Feststoff A: $\rho_A := 1420 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $m_A := 12 \text{ kg}$

Feststoff B: $\rho_B := 1690 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $m_B := 4 \text{ kg}$

Feststoff C: $\rho_C := 1320 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $m_C := 2 \text{ kg}$

Lösung:

1. Berechnung der Mischdichte (vereinfacht)

Mischdichte: $\rho_M = \frac{m_M}{V_M}$

Hinweis: Während sich die Masse einer Mischung aus der Addition der Teilmassen ergibt, gilt dies nicht notwendigerweise für die Volumina. Das Gesamtvolumen einer Mischung entspricht nur dann der Summe der Teilvolumina, wenn die einzelnen Komponenten auf molekularer Ebene nicht mischbar sind (s.u.).

Annahme für weitere Herleitung: $V_M = \sum V_i$

$$\Rightarrow \rho_M = \frac{m_M}{V_M} = \frac{\sum m_i}{\sum V_i}$$

Masse Wasser: $m_W := V_W \cdot \rho_W$ $m_W = 85.00 \cdot \text{kg}$

Masse Glyzerin: $m_G := V_G \cdot \rho_G$ $m_G = 15.12 \cdot \text{kg}$

Volumen der Feststoffkomp.: $V_A := \frac{m_A}{\rho_A}$ $V_B := \frac{m_B}{\rho_B}$ $V_C := \frac{m_C}{\rho_C}$

$V_A = 8.45 \text{ l}$ $V_B = 2.37 \text{ l}$ $V_C = 1.52 \text{ l}$

Gesamtmasse $m_M := m_W + m_G + m_A + m_B + m_C$ $m_M = 118.12 \cdot \text{kg}$

Gesamtvolumen $V_M := V_W + V_G + V_A + V_B + V_C$ $V_M = 109.33 \text{ l}$

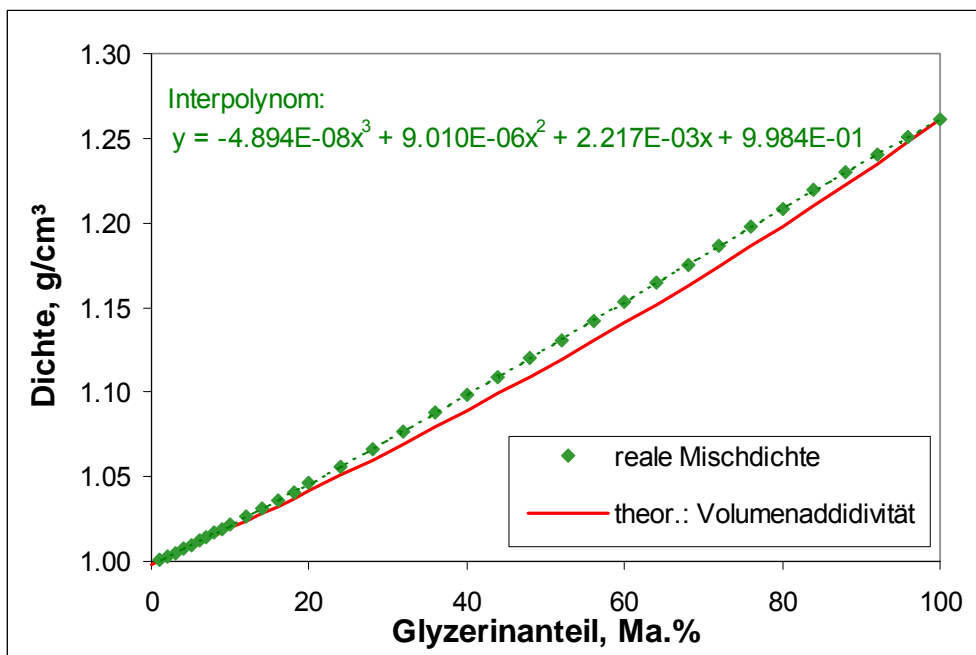
Mischdichte: $\rho_M := \frac{m_M}{V_M}$ $\rho_M = 1080.4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

2. Berechnung der Mischdichte (ausführlich)

Glycerin und Wasser sind ineinander lösliche Flüssigkeiten, deshalb ist es nicht zulässig ihr Mischungsvolumen als Summe der Teilvolumina aufzufassen. Das unten stehende Diagramm verdeutlicht dies:

Für ineinander nicht lösliche Flüssigkeiten gilt: $\rho_M = \frac{\sum m_i}{\sum V_i} = \frac{\sum \rho_i \cdot V_i}{\sum V_i} = \sum \rho_i \cdot \phi_i$

Die Mischdichte ist hier eine lineare Funktion der Volumenanteile. Im Diagramm wird dieser Ansatz von der roten Linie repräsentiert. Die experimentellen Werte (grün) weichen von dieser deutlich ab. Eine Mischung aus Glycerin und Wasser weist demnach ein geringeres Volumen auf, als die beiden ursprünglichen Teilvolumina zusammengenommen.



Konsequenz für Berechnung der Mischdichte der gesamten Suspension:

- i) Ermittlung der Mischdichte von Glycerin/Wasser
- ii) Berechnung des Volumens der kontinuierlichen Phase
- ii) Berechnung der Suspensionsdichte

$$\text{Glycerinanteil in kont. Phase: } w_G := \frac{m_G}{m_G + m_W} \quad w_G = 0.151$$

$$\text{Mischdichte Glycerin Wasser: } \rho_L := \left(-48.94 \cdot w_G^3 + 90.1 \cdot w_G^2 + 221.7 \cdot w_G + 998.4 \right) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \rho_L = 1033.8 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Volumen der kont. Phase: } V_L := \frac{m_G + m_W}{\rho_L} \quad V_L = 96.85 \text{ l}$$

$$\text{Gesamtvolumen: } V_S := V_L + V_A + V_B + V_C \quad V_S = 109.18 \text{ l}$$

$$\text{Suspensionsdichte: } \rho_S := \frac{m_M}{V_S} \quad \rho_S = 1081.9 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Frage: Wie signifikant ist der Fehler der vereinfachten Rechnung (ca. 0.1%) für praktische Belange?