

Aufgabe 5-3 (laminare Querstromklassierung)

Aus einem feststoffhaltigem Prozessabwasser ($V_S = 30 \text{ l/min}$, $\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 0,001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $c_S = 25 \text{ kg/m}^3$) sollen die groben Partikel mit Hilfe eines Querstromklassierers abgeschieden werden. Die Partikel ($\rho_S = 2400 \text{ kg/m}^3$) gelten als logarithmisch normalverteilt ($x_{50,3} = 70 \text{ }\mu\text{m}$; $\sigma_{ln} = 0,6$). Im Klassierer wird eine ideale Trennung sowie ein konstantes Strömungsprofil über den Querschnitt vorausgesetzt. Die Breite des Kanals beträgt 25 cm, seine Höhe 40 cm.

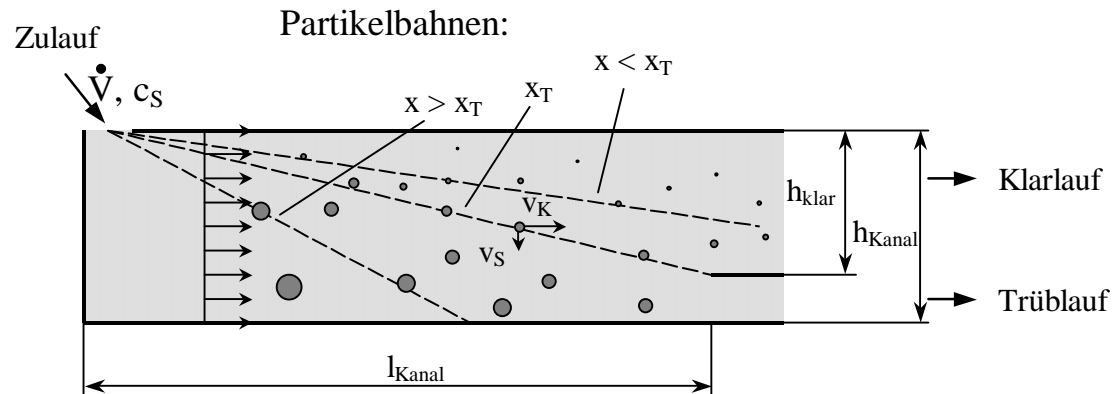
Berechnen Sie unter der Voraussetzung einer 80 %-igen Abtrennung des Feststoffes:

- die Trennteilchengröße,
- die Länge des Querstromklassierers, wenn die Ansaugstelle für den Trüblauf 30 cm unter dem Einlauf liegt,
- die Feststoffkonzentration im Klar- und Trüblauf,
- die Veränderung des Gesamtabscheidegrades, wenn der Durchsatz durch den in b) ausgelegten Klassierer auf 50 l/min erhöht wird!

Aufgabe 5-3 (laminare Querstromklassierung)

Definition: $\mu\text{m} := 10^{-6} \text{ m}$

Querstromklassierer:



Vorgegebene Werte:

Abwasser: $VS := 30 \frac{1}{\text{min}}$ $c_S := 25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $VS_{\text{neu}} := 50 \frac{1}{\text{min}}$

flüssige Phase: $\rho_L := 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $\eta_L := 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

disperse Phase: $\rho_S := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Logarithm. Normalverteilung: $x_{50} := 70 \mu\text{m}$ $\sigma_{\ln} := 0.6$

Strömungskanal: $b_{\text{Kanal}} := 25 \text{ cm}$ $h_{\text{Kanal}} := 40 \text{ cm}$ $h_{\text{klar}} := 30 \text{ cm}$

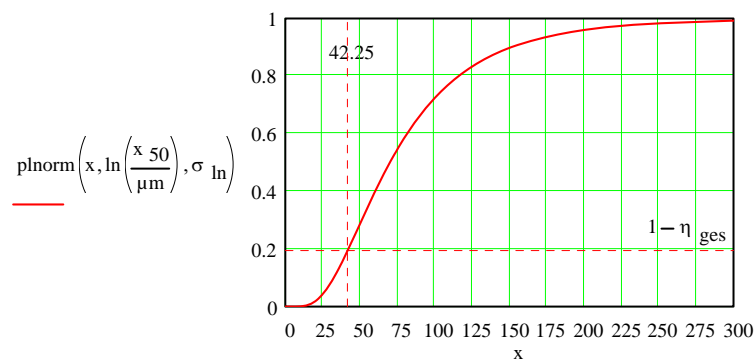
Gesamtabscheidegrad: $\eta_{\text{ges}} := 80 \%$

Lösung:

1. Trennteilchengröße

für ideale Trennung gilt: $m_{\text{Sklar}} = m_S \cdot Q(x_T) \Rightarrow Q(x_T) = 1 - \frac{m_{\text{S}_\text{trüb}}}{m_S} = 1 - \eta_{\text{ges}}$

$x := 0 \dots 300$



Trennteilchengröße:
$$x_T := q \ln \text{norm} \left(1 - \eta_{\text{ges}}, \ln \left(\frac{x_{50}}{\mu\text{m}} \right), \sigma_{\ln} \right) \cdot \mu\text{m} \quad x_T = 42.25 \mu\text{m}$$

(zur grafischen Bestimmung mit Wahrscheinlichkeitspapier s. letztes Blatt;
Berechnung in Excel über LOGINV(p, μ, σ), wobei p die Wahrscheinlichkeit, μ = ln(x₅₀), σ = σ_{ln})

2. Länge des Querstromklassierers

für Trennteilchengröße gilt:
$$t_{\text{vert}}(h_{\text{klar}}) = t_{\text{hor}}(l_{\text{Kanal}}) \quad \Rightarrow \quad \frac{h_{\text{klar}}}{v_S(x_T)} = \frac{l_{\text{Kanal}}}{v_{\text{Kanal}}}$$

Kanalgeschwindigkeit
(konstantes Strömungsprofil):

$$v_{\text{Kanal}} = \frac{VS}{A_{\text{Kanal}}}$$

$$v_{\text{Kanal}} := \frac{VS}{h_{\text{Kanal}} \cdot b_{\text{Kanal}}}$$

$$v_{\text{Kanal}} = 5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Sinkgeschwindigkeit:

$$\Delta\rho := \rho_S - \rho_L$$

$$\Delta\rho = 1400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$Ar := \frac{g \cdot \Delta\rho \cdot \rho_L \cdot x_T^3}{\eta_L^2}$$

$$Ar = 1.035$$

$$A := \begin{cases} 1 & \text{if } Ar \leq 10 \\ 0.8 & \text{if } 10 < Ar \leq 325 \\ 0.6 & \text{if } 325 < Ar \leq 1.067 \cdot 10^4 \\ 0.4 & \text{if } 1.067 \cdot 10^4 < Ar \leq 2.23 \cdot 10^5 \\ 0 & \text{if } 2.23 \cdot 10^5 < Ar \leq 3 \cdot 10^9 \end{cases}$$

$$B := \begin{cases} 24 & \text{if } Ar \leq 10 \\ 27 & \text{if } 10 < Ar \leq 325 \\ 17 & \text{if } 325 < Ar \leq 1.067 \cdot 10^4 \\ 6.5 & \text{if } 1.067 \cdot 10^4 < Ar \leq 2.23 \cdot 10^5 \\ 0.4 & \text{if } 2.23 \cdot 10^5 < Ar \leq 3 \cdot 10^9 \end{cases}$$

$$v_{ST} := \frac{\eta_L}{\rho_L \cdot x_T} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{Ar}{B} \right)^{\frac{1}{2-A}}$$

$$v_{ST} = 1.361 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

alternativ, da $Ar < 10$:
(Stokes-Bereich)

$$v_{ST} := \frac{g \cdot \Delta\rho}{18 \cdot \eta_L} \cdot x_T^2$$

$$v_{ST} = 1.361 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Länge des Kanals:

$$l_{\text{Kanal}} := h_{\text{klar}} \cdot \frac{v_{\text{Kanal}}}{v_{ST}}$$

$$l_{\text{Kanal}} = 1.102 \text{ m}$$

3. Feststoffkonzentrationen im Klar- und Trüblauf

Bilanz der Gesamtmengen:
$$VS = VS_{\text{klar}} + VS_{\text{trüb}}$$

Feststoffbilanz:
$$c_S \cdot VS = c_{S_{\text{klar}}} \cdot VS_{\text{klar}} + c_{S_{\text{trüb}}} \cdot VS_{\text{klar}}$$

Gesamtabscheidegrad:
$$\eta_{\text{ges}} = \frac{m_{S_{\text{trüb}}}}{m_S} = \frac{c_{S_{\text{trüb}}} \cdot VS_{\text{trüb}}}{c_S \cdot VS} = 1 - \frac{c_{S_{\text{klar}}} \cdot VS_{\text{klar}}}{c_S \cdot VS}$$

Klarlaufkonzentration:

$$c_{S_klar} = c_S \cdot \frac{VS}{VS_{klar}} \cdot (1 - \eta_{ges})$$

$$c_{S_klar} := c_S \cdot \frac{h_{Kanal}}{h_{klar}} \cdot (1 - \eta_{ges})$$

$$c_{S_klar} = 6.67 \frac{kg}{m^3}$$

Trüblaufkonzentration:

$$c_{S_trüb} = c_S \cdot \frac{VS}{VS_{trüb}} \cdot \eta_{ges}$$

$$c_{S_trüb} := c_S \cdot \frac{h_{Kanal}}{h_{Kanal} - h_{klar}} \cdot \eta_{ges}$$

$$c_{S_trüb} = 80 \frac{kg}{m^3}$$

Vergleich mit Abwasserkonzentration:

$$c_S = 25 \frac{kg}{m^3}$$

4. Veränderung des Abscheidegrades bei höherem Durchsatz

ohne Rechnung: höherer Durchsatz \Rightarrow schnellere Kanalströmung \Rightarrow Sinktiefe der Partikel am Kanalende ist reduziert \Rightarrow Trennteilchengröße ist erhöht \Rightarrow verminderter Gesamtabscheidegrad

Kanalströmung:

$$v_{K_neu} := \frac{VS_{neu}}{h_{Kanal} \cdot b_{Kanal}}$$

$$v_{K_neu} = 8.333 \frac{mm}{s}$$

Sinkgeschwindigkeit der Trennteilchengröße:

$$v_{ST_neu} := v_{K_neu} \cdot \frac{h_{klar}}{l_{Kanal}}$$

$$v_{ST_neu} = 2.269 \frac{mm}{s}$$

neue Trennteilchengröße:

$$L_j := \frac{\rho_L \cdot v_{ST_neu}^3}{g \cdot \Delta\rho \cdot \eta_L}$$

$$L_j = 8.507 \cdot 10^{-4}$$

$$A := \begin{cases} 1 & \text{if } L_j < 0.017 \\ 0.8 & \text{if } 0.017 \leq L_j < 3.18 \\ 0.6 & \text{if } 3.18 \leq L_j < 172 \\ 0.4 & \text{if } 172 \leq L_j < 2542 \\ 0 & \text{if } 2542 \leq L_j < 3.3 \cdot 10^5 \end{cases}$$

$$B := \begin{cases} 24 & \text{if } L_j < 0.017 \\ 27 & \text{if } 0.017 \leq L_j < 3.18 \\ 17 & \text{if } 3.18 \leq L_j < 172 \\ 6.5 & \text{if } 172 \leq L_j < 2542 \\ 0.44 & \text{if } 2542 \leq L_j < 3.3 \cdot 10^5 \end{cases}$$

$$x_{T_neu} := \frac{\eta_L}{\rho_L \cdot v_{ST_neu}} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot B \cdot L_j \right)^{\frac{1}{1+A}}$$

$$x_{T_neu} = 54.54 \mu m$$

alternativ, da $L_j < 0.017$:
(Stokes-Bereich)

$$x_{T_neu} := \sqrt{\frac{18 \cdot \eta_L}{g \cdot \Delta\rho} \cdot v_{ST_neu}}$$

$$x_{T_neu} = 54.54 \mu m$$

neuer Abscheidegrad:

$$\eta_{ges_neu} := 1 - \text{plnorm}\left(\frac{x_{T_neu}}{\mu m}, \ln\left(\frac{x_{50}}{\mu m}\right), \sigma_{\ln}\right)$$

$$\eta_{ges_neu} = 0.661$$

Zusatz: Ermittlung der Verteilungsparameter mit dem Wahrscheinlichkeitspapier

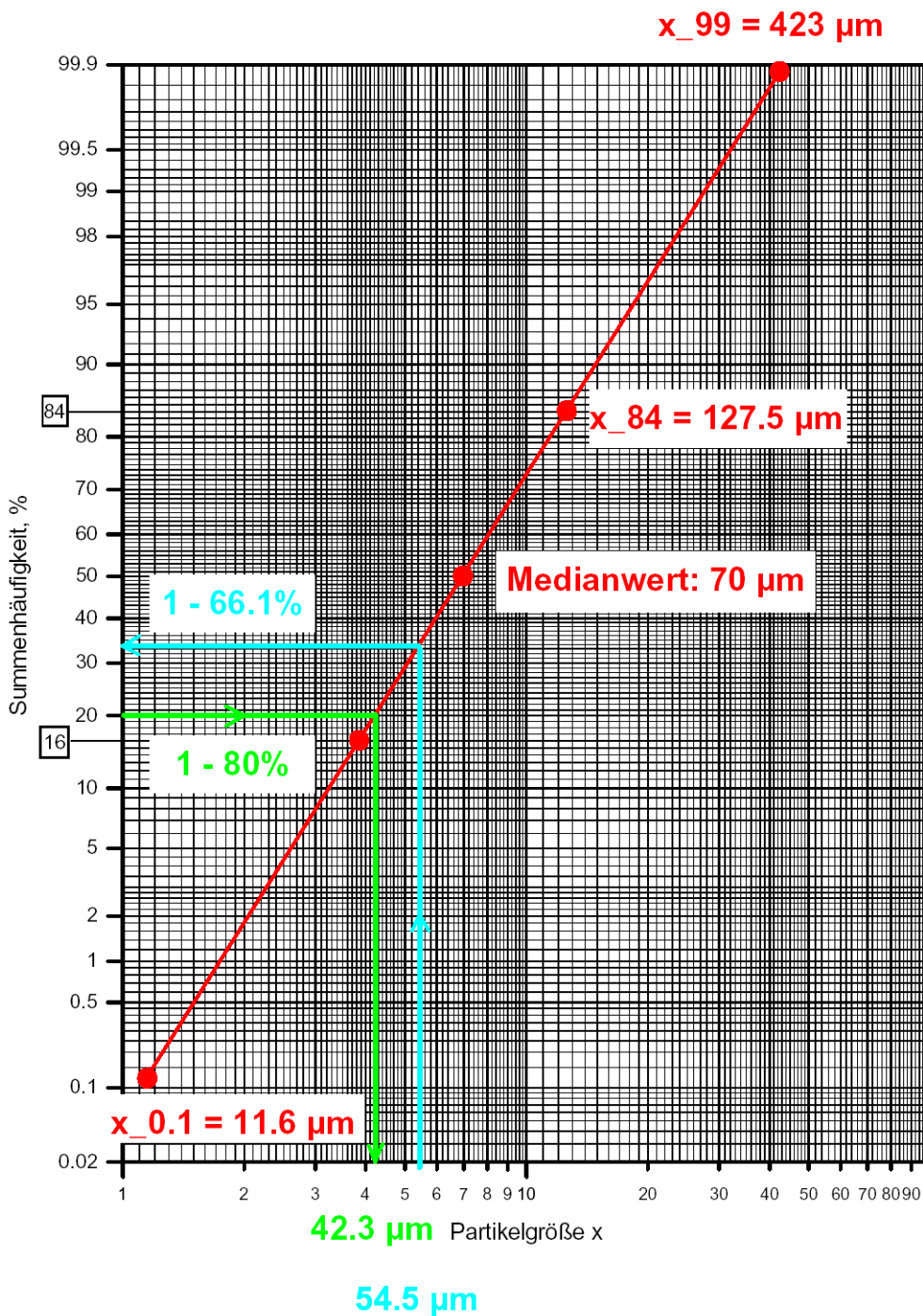
1. Darstellung der Verteilungsfunktion

Dafür werden zwei Punkte der Funktion benötigt, z. B. $x_{50,3}$ & $x_{84,3}$ oder $x_{0,1,3}$ & $x_{99,3}$

$$\begin{aligned}
 x_{84} &:= x_{50} \cdot e^{\sigma \ln} & x_{84} &= 127.5 \mu\text{m} & x_{16} &:= x_{50} \cdot e^{-\sigma \ln} & x_{16} &= 38.4 \mu\text{m} \\
 x_{0.1} &:= x_{50} \cdot e^{-3 \cdot \sigma \ln} & x_{0.1} &= 11.6 \mu\text{m} & x_{99.9} &:= x_{50} \cdot e^{3 \cdot \sigma \ln} & x_{99.9} &= 423.5 \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

2. Trennteilchengröße = Quantil der Verteilung für Wahrscheinlichkeitswert $1 - \eta_{\text{ges}}$

3. Abscheidgrad $\eta_{\text{ges}} = 1 - \text{Wahrscheinlichkeitswert für Trennteilchengröße}$



Grafische Lösung in kartesischen Koordinaten

