



TUBAF

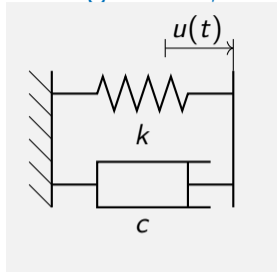
The University of Resources.
Since 1765.

Bodendynamik

Dominik Kern

April 29, 2024

Leistungsbilanz, lineares Kraftelement 1/2

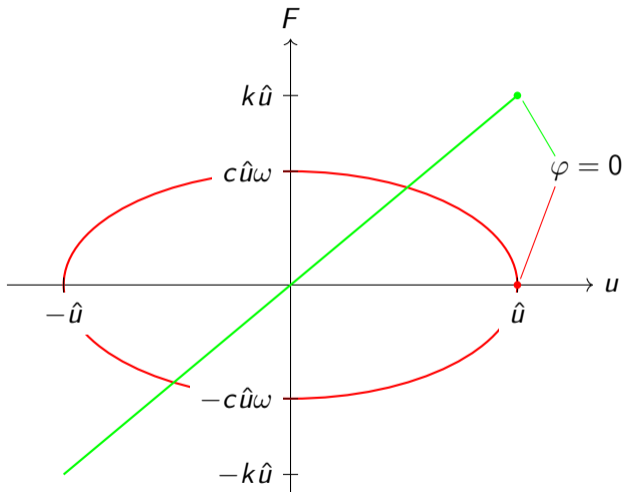


Feder- und Dämpferkraft bei harmonischer Bewegung

$$F_F = ku = k\hat{u} \cos(\varphi),$$

$$F_D = c\dot{u} = -c\hat{u}\omega \sin(\varphi)$$

mit $\varphi = \omega t - \theta_u$.



Leistungsbilanz, lineares Kraftelement 2/2

Federarbeit pro Zyklus $\varphi = 0 \dots 2\pi$ mit $du = -\hat{u} \sin \varphi d\varphi$:

$$W_F = \int_{\hat{u}}^{-\hat{u}} F_F du + \int_{-\hat{u}}^{\hat{u}} F_F du = \int_0^{\pi} -k\hat{u}^2 \cos \varphi \sin \varphi d\varphi + \int_{\pi}^{2\pi} -k\hat{u}^2 \cos \varphi \sin \varphi d\varphi$$
$$= 0$$

Hinweis: skizzieren Sie $\cos \varphi \sin \varphi$ für $0 \dots \pi$ und $\pi \dots 2\pi$.

Dämpferarbeit pro Zyklus:

$$W_D = \int_{\hat{u}}^{-\hat{u}} F_D du + \int_{-\hat{u}}^{\hat{u}} F_D du = \int_0^{\pi} c\hat{u}^2 \omega \sin^2 \varphi d\varphi + \int_{\pi}^{2\pi} c\hat{u}^2 \omega \sin^2 \varphi d\varphi$$
$$= \pi c \hat{u}^2 \omega$$

Bei geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung steigt die pro Zyklus dissipierte Energie linear mit der Frequenz an. In Experimenten tritt diese Frequenzabhängigkeit nicht (ausgeprägt) auf.

Hysteretische Dämpfung 1/2

Die Dämpfungskapazität ist definiert als pro Zyklus dissipierte Energie bezogen auf die maximal in der Feder gespeicherten Energie

$$\Psi = \frac{W_D}{\max(E_F)}$$

Beim linearen Feder-Dämpfer Element wäre das

$$\Psi = \frac{\pi c \hat{u}^2 \omega}{\frac{1}{2} k \hat{u}^2} = \frac{2\pi c \omega}{k} = \frac{2\pi c \omega}{m \omega_n^2} = 2\pi \frac{c}{m} \frac{\beta}{\omega_n}$$

Die Motivation hysteretischer Dämpfung besteht darin die Dämpfungskapazität Ψ als Materialkonstante festzulegen, d.h. für eine fest vorgegebene Frequenz entspräche die Dämpferkonstante (nicht *konstant*, sondern frequenzabhängig)

$$c = \frac{k\Psi}{2\pi\omega}$$

Hysteretische Dämpfung 2/2

Vergleich der Standardform für beide Dämpfungsmodelle

$$\frac{c}{m} = 2D\omega_n,$$
$$\frac{c}{m} = \frac{\Psi}{2\pi\omega} \frac{k}{m} = \frac{\Psi}{2\pi\omega} \omega_n^2 = \underbrace{\frac{\Psi}{2\pi}}_{\text{const.}} \frac{\omega_n}{\beta} = 2\frac{D_h}{\beta}\omega_n.$$

Ist die Anregungsfrequenz konstant, so lassen sich die Ergebnisse des geschwindigkeitsproportional gedämpften Einmassenschwingers mit $D = D_h/\beta$ für Vergrößerungsfunktion und Phasendifferenz wiederverwenden

$$V = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2D_h)^2}},$$
$$\tan \theta = \frac{2D_h}{1 - \beta^2}.$$

Erdbeben

breites Frequenzspektrum

niedrige Frequenzen
(0.5 . . . 10 Hz)

wenige Sekunden

wenige Zyklen

verschiebungsgesteuert

große Verformungen
(starke Erdbeben)

Technische Vorgänge (Maschinen, Verkehr)

diskretes Frequenzspektrum

hohe Frequenzen
(bis kHz-Bereich)

langanhaltend

viele Zyklen

kraftgesteuert

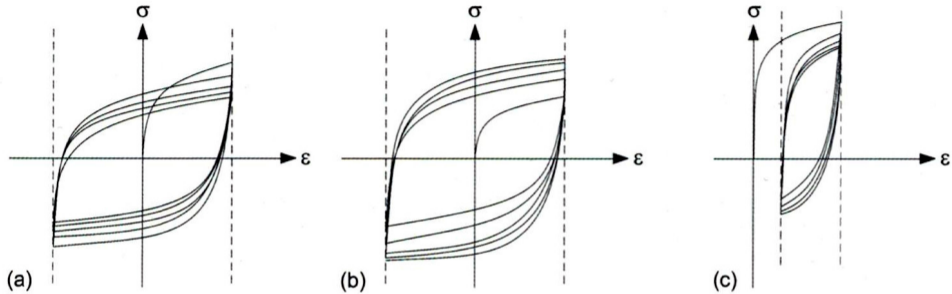
kleine Verformungen
(Normalbetrieb)

Als *zyklisch* werden diejenigen wiederholten Belastungen definiert, bei denen Trägheitseffekte vernachlässigt werden können, andernfalls werden sie als *transient* oder *dynamisch* bezeichnet.

Nichtlineares Verhalten tritt in den meisten Böden auf, sobald die Dehnungen größer als ca. $\varepsilon = 10^{-5}$ werden.

Das nichtlineare Verhalten von Böden unter zyklischer Belastung ist kompliziert und soll zunächst nur phänomenologisch beschrieben werden.

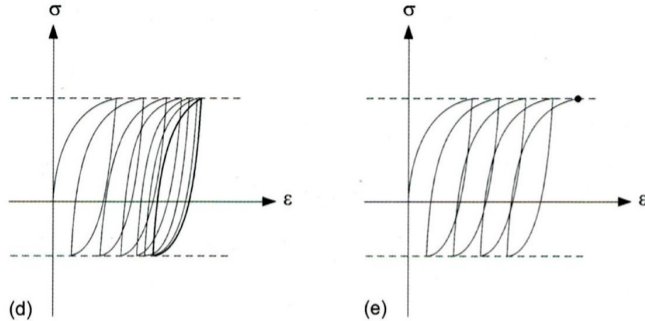
Dehnungsgesteuerte Belastung



(a) Entfestigung, (b) Verfestigung, (c) Relaxation der Mittelspannung [Vre17]

Das Verhalten ist vorwiegend durch die Vorgeschichte bestimmt.

Spannungsgesteuerte Belastung



(d) Einspielen “Shakedown”, (e) unbegrenzt Anwachsen plastischer Dehnungen
“inkrementeller Kollaps” [Vre17]

Einspielen tritt eher bei teilweise gesättigten Böden und unter dränierten Verhältnissen auf, das unbegrenzte Anwachsen eher bei gesättigten Böden.

Stationärer Zustand

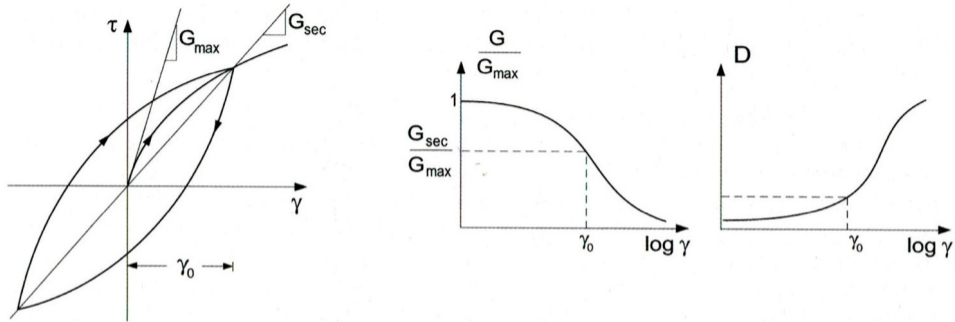
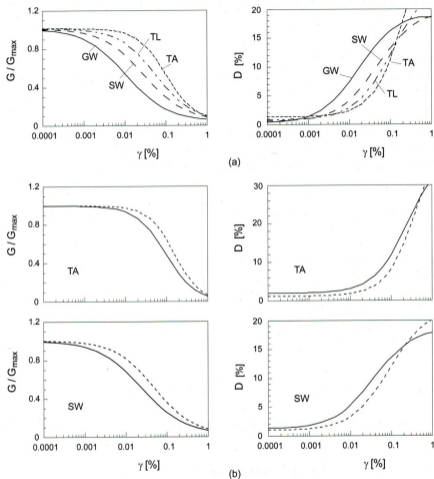


Bild 15. (a) Idealisierte Hystereseschleife, (b) Abnahme des Sekantenmoduls G/G_{\max} und Zunahme der Dämpfung D mit wachsender Scherdehnungsamplitude γ_0

Solange keine plastischen Verformungen gesucht werden, wird angenommen, dass sich nach einigen Lastzyklen ein stationärer Zustand eingestellt hat [Vre17].

Parameterabhängigkeit



Schubmodul und Dämpfung werden, neben der Dehnungsamplitude, vornehmlich von folgenden Parametern beeinflusst [Vre17]:

- effektives Druckniveau,
- Porenzahl,
- Plastizitätszahl,
- Überkonsolidierungsgrad bei bindigen Böden,
- Anzahl der Zyklen.

Bild 16. Typische Variation des Schubmoduls und der Dämpfung mit der Dehnungsamplitude für verschiedene Böden. (GW) mit $U = 50$, (SW) mit $U = 10$, (TL) mit $I_p = 0,20$, (TA) mit $I_p = 0,60$.
Diagramme (a): $\sigma'_0 = 100$ kPa, Diagramme (b): $\sigma'_0 = 50$ kPa (—) und $\sigma'_0 = 400$ kPa (---) [18, 19]

Einfache hysteretische Modelle

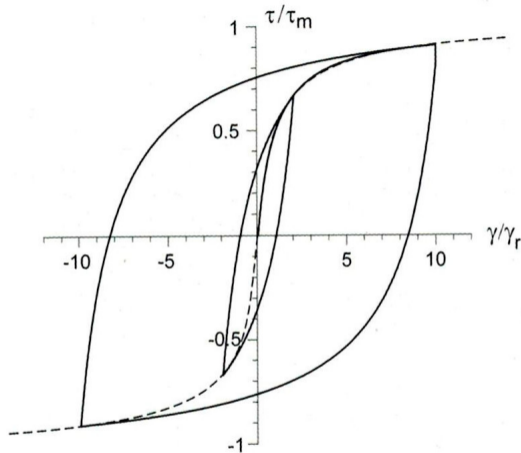


Bild 18. Hyperbolisches Modell nach Gl. (63)
für $c = 2$ und $\gamma_r = 10^{-3}$

Skelettkurve (gestrichelt) und Hysteresekurve der Spannungs-Dehnungsbeziehung [Vre17].

Zur Beschreibung des Bodenverhaltens stehen grundsätzlich zwei Alternativen zur Auswahl [Vre17]:

- Entwicklung eines Modells, womit das hysteretisch-plastische Stoffverhalten innerhalb jedes Belastungszyklus beschrieben wird.
- Aufstellung eines empirischen Akkumulationsmodells, das die wesentlichen Parameter beinhaltet, ohne jedoch die Vorgänge in jedem Zyklus zu beschreiben.



Office Hours: CEEN 545 - Lecture 18 - Dynamic Soil Properties (Part 1)

Office Hours: CEEN 545 - Lecture 19 - Dynamic Soil Properties (Part 2)

Die Reihenfolge der Videos (Teil 1: Experimentelle Parameterbestimmung, Teil 2: Mathematische Modelle) ist andersrum als in dieser Vorlesung und enthält einige Vorgriffe, nichtsdestotrotz lohnt sich schon jetzt ein Blick in Teil 2.

[Vre17] Christos Vrettos. “Bodendynamik”. In: *Grundbau-Taschenbuch*. Wiley, Apr. 2017, pp. 573–631. DOI: 10.1002/9783433607275.ch9.