



Formelsammlung zur Vorlesung „Bremsen der Schienenfahrzeuge“, Version 2.0

Dr.-Ing. Martin Kache

3. Mai 2020

Inhaltsverzeichnis

0. Liste der verwendeten Symbole	5
1. Grundlagen	9
1.1. Umrechnung SI-fremder Einheiten	9
1.2. Masse	10
1.3. Bremsmechanik	11
1.3.1. Bremsverzögerung	11
1.3.2. Arbeit und Leistung	12
1.3.3. Mechanik der Radbremsen	13
1.4. Bremsbewertung	14
2. Bremskräfte	15
2.1. Grundlegende Zusammenhänge	15
2.2. Bremskräfte mechanischer Radbremsen	16
2.2.1. Klotzbremskräfte	16
2.3. Bremskräfte dynamischer Radbremsen	18
2.3.1. Bremskraft elektrodynamischer Bremsen	18
2.3.2. Bremskraft hydrodynamischer Bremsen	19
2.4. Bremskräfte von Magnetschienenbremsen	20
3. Fahrdynamik	21
3.1. Fahrdynamische Grundgleichung	21
3.2. Fahrdynamischer Massenfaktor	21
3.3. Spezifische Kräfte	22
3.4. Fahrwiderstandskräfte	23
3.4.1. Streckenwiderstandskraft	23
3.4.2. Fahrzeugwiderstandskraft von Schienenfahrzeugen	26
4. Kinematische Berechnungen	27
4.1. Kinematische Grundlagen	27
4.1.1. Definitionen	27
4.1.2. Gleichmäßig beschleunigte Bewegung	28
4.1.3. Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung	29
4.2. Überschlagsrechnungen	30
4.3. Klassische numerische Verfahren zur Berechnung von Bewegungsvorgängen	30
4.3.1. Zeitschrittverfahren	30
4.3.2. Wegschrittverfahren	31

4.3.3. Geschwindigkeitsschrittverfahren	31
4.4. Beschleunigungsgrundfunktion	32
4.5. Algorithmus nach Jentsch zur Integration bei ungleichmäßig beschleunigten Bewegungen	34
5. Bremswegberechnung	37
5.1. Empirische Bremsweggleichungen	37
5.1.1. Mindener Bremsweggleichung (1961)	37
5.1.2. Gleichung nach Jaenichen und Eske (2015)	38
5.2. Kinematische Bremswegberechnung	39
5.2.1. Bremsung mit mittlerer Verzögerung	39
5.2.2. Bremsablauf	39
5.2.3. Zweiteiliges Bremsablaufmodell	41
5.2.4. Dreiteiliges Bremsablaufmodell	42
A. Anhang	A-1
A.1. Mittlere korrigierte Streckenneigung	A-2
A.2. Empirische Fahrzeugwiderstandsgleichungen für lokbespannte Züge	A-3
A.3. Baureihenspezifische Triebfahrzeugwiderstandsgleichungen	A-4
A.4. Fahrzeugwiderstandsgleichungen von Hochgeschwindigkeitszügen	A-7
A.5. Empirische Gleichungen für spezifische Wagenzugwiderstände	A-9

0. Liste der verwendeten Symbole

Kleine lateinische Buchstaben

Symbol	Bedeutung
a	Beschleunigung
b	Verzögerung
$b_{m,s}$	wegbezogene mittlere Beschleunigung
$b_{m,t}$	zeitbezogene mittlere Beschleunigung
h	Höhe
f	spezifische Kraft (Bezug: Gewichtskraft)
g	Erdbeschleunigung (Standardwert: $9,81 \text{ m/s}^2$)
i	Strecken­neigung oder Übersetzungsverhältnis Kontext beachten!
l	Länge (allgemein)
k	Teil-Hebellänge im Bremsgestänge (Zylinder- oder Festpunkthebel)
m	Masse (allg.)
m_{rot}	äquivalente rotierende Masse
m_A	Fahrzeugmasse je Radsatz
m_{bel}	Masse des beladenen Fahrzeuges
$m_{R,S,T}$	Massenanteil, der auf den angetriebenen Radsätzen ruht
m_T	Triebfahrzeugmasse(n)
m_W	Wagenzugmasse
m_{zul}	Masse der Zuladung
n	Drehzahl
p	(statischer) Druck (allg.)
p_C	Bremszylinderdruck
q	Teilhebellänge des Achsbremshebels
r	Radradius
s	Weg
t	Zeit, (Fahrzeit von Anfangspunkt bis Endpunkt)
u	Ruck
v	Geschwindigkeit
v_W	(Gegen-)Windgeschwindigkeit
x	Wegkoordinate

0. Liste der verwendeten Symbole

Symbol	Bedeutung
\ddot{x}	Beschleunigung (allg.)
Z	Anzahl
Z_L	Anzahl der Laufradsätze im Fahrzeugverband
Z_K	Anzahl der Bremsklötze
Z_P	Anzahl der Passagiere
Z_T	Anzahl der angetriebenen Radsätze im Fahrzeugverband

Große Lateinische Buchstaben

Symbol	Bedeutung
A_C	Bremszylinder-Kolbenbodenfläche
A_K	Reibfläche von Bremsklotzsohlen
B	Bremsmasse („Bremsgewicht“)
E	Energie
F	absolute Kraft
F_a	Beschleunigungskraft
F_B	Bremskraft
$F_{B,ED}$	Bremskraft der elektrodynamischen Bremse(n)
$F_{B,EH}$	Bremskraft der hydrodynamischen Bremse(n)
$F_{B,K}$	Bremskraft der Klotzbremsen
F_C	Bremszylinderkraft
F_F	Gegenkraft der Bremsgestängerückzugfeder
F_G	Gewichtskraft
F_{GS}	Gegenkraft des Bremsgestängestellers
F_K	Klotzkraft
F_{RN}	Radaufstandskraft
F_T	Zugkraft (Antriebskraft) an den Treibrädern
F_W	Widerstandskraft (allg.)
F_{WS}	Streckenwiderstandskraft
F_{WF}	Fahrzeugwiderstandskraft
F_{WFT}	Fahrzeugwiderstandskraft Triebfahrzeug
F_{WFW}	Fahrzeugwiderstandskraft Wagen(zug)
F_{WFZ}	Fahrzeugwiderstandskraft Zug
F_Z	Zugkraft (Antriebskraft) am Zughaken
J	Massenträgheitsmoment
M	Drehmoment (allg.)
M_B	Bremsmoment am Radsatz
P	Leistung (allg.)
P_B	Bremsleistung
$P_{B,d}$	Bremsleistung während einer Beharrungsbremung
R	Gleisbogenradius
W	Arbeit (allg.)
W_B	Bremsarbeit
$W_{B,d}$	Bremsarbeit während einer Beharrungsbremung

Griechische Buchstaben

Symbol	Bedeutung
α	Überhöhungswinkel (Bogen), Neigungswinkel (Gerade)
β	Wagenkasten­neigung(-swinkel) / Spurkranz­neigungswinkel
η	Wirkungsgrad (allg.)
η_{dyn}	dynamischer Brems­gestängewirkungsgrad
λ	Bremshundertstel
κ	Abbremsung
μ	Reibwert
μ_K	Bremsklotz­reibwert
τ	Kraftschluss­beiwert zwischen Rad und Fahrbahn
θ	Temperatur
ξ	fahrdynamischer Massen­faktor

Beachte: spezifische Größen werden mit Kleinbuchstaben bezeichnet, unter Beibehaltung der Indizes

1. Grundlagen

1.1. Umrechnung SI-fremder Einheiten

Kraft

$$1 \text{ kp} = 9,80665 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$1 \text{ lb}_f \text{ (pound-force)} = 4,448 \text{ N}$$

$$1 \text{ daN} = 10 \text{ N} = 0,01 \text{ kN}$$

Masse

$$1 \text{ lb} \text{ (pound)} = 0,454 \text{ kg}$$

$$1 \text{ t}_s = 907,2 \text{ kg}$$

Länge

$$1 \text{ in} \text{ (Zoll)} = 0,0254 \text{ m}$$

$$1 \text{ ft} \text{ (Fuß)} = 0,3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ mi} \text{ (Meile)} = 1609 \text{ m}$$

Geschwindigkeit

$$1 \text{ mph} = 1,609 \text{ km/h}$$

$$1 \text{ km/h} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$$

$$1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h} = 0,514 \text{ m/s}$$

Leistung

$$1 \text{ PS} = 0,7355 \text{ kW}$$

$$1 \text{ hp} = 0,7457 \text{ kW}$$

Energie/Arbeit

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ Nm}$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \text{ MJ} = 3600 \text{ kJ}$$

Druck

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa}$$

1.2. Masse

Fahrzeug- / Zugmasse:

$$m_Z = \sum m_T + \sum m_{W,leer} + \sum m_{zul} \quad (1.1)$$

Masse der Zuladung im Personenfernverkehr („Normale Zuladung“ gemäß DIN EN 15663):

$$\sum m_{zul} = z_P \cdot 0,08 t \quad (1.2)$$

Masse der Zuladung im Personennahverkehr („Normale Zuladung“ gemäß DIN EN 15663):

$$\sum m_{zul} = z_P \cdot 0,07 t \quad (1.3)$$

es bedeuten:

m_T	[t]	Triebfahrzeugmasse
m_W	[t]	Wagenzugmasse
m_{bel}	[t]	Masse des beladenen Fahrzeuges
m_{zul}	[t]	Masse der Zuladung
$m_{RS,T}$	[t]	Treibradsatzfahrmasse
z_P	[-]	Anzahl der Passagiere
z_L	[-]	Anzahl der Laufradsätze
z_T	[-]	Anzahl der Treibradsätze

„äquivalente rotierende Masse“ nach EN 14531-1:2015¹

$$m_{rot} = m (\xi - 1) \quad (1.4)$$

¹In der Norm wird von der fahrdynamischen Konvention, rotierende Trägheiten über den „fahrdynamischen Massenfaktor“ (siehe Seite 21) zu berücksichtigen, abgewichen und stattdessen mit „rotierenden Massen“ gerechnet.

1.3. Bremsmechanik

1.3.1. Bremsverzögerung

Definition Verzögerung:

$$b = -a = \frac{\sum F_B + \sum F_{WF}}{\xi m} \quad (1.5)$$

zeitbezogene mittlere Bremsverzögerung:

$$b_{m,t} = \frac{v_0 - v_1}{t_0 - t_1} \quad (1.6)$$

wegbezogene mittlere Bremsverzögerung:

$$b_{m,s} = \frac{(v_0^2 - v_1^2)}{2 \cdot (s_B)} \quad (1.7)$$

1.3.2. Arbeit und Leistung

Arbeit (allg. Definition):

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F(s) ds \quad (1.8)$$

Bremsarbeit bei Anhaltebremsung auf ebenem, geraden Gleis:

$$W_B = \xi \frac{m}{2} v_0^2 - \int \sum F_{WF} ds \quad (1.9)$$

Bremsarbeit bei Beharrungsbremung (im Gefälle):

$$W_{B,d} = \left(m g i - \sum F_{WF} \right) s_B \quad (1.10)$$

Leistung (allg. Definition):

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F ds}{dt} \rightarrow F \cdot v \quad \text{stationärer Fall} \quad (1.11)$$

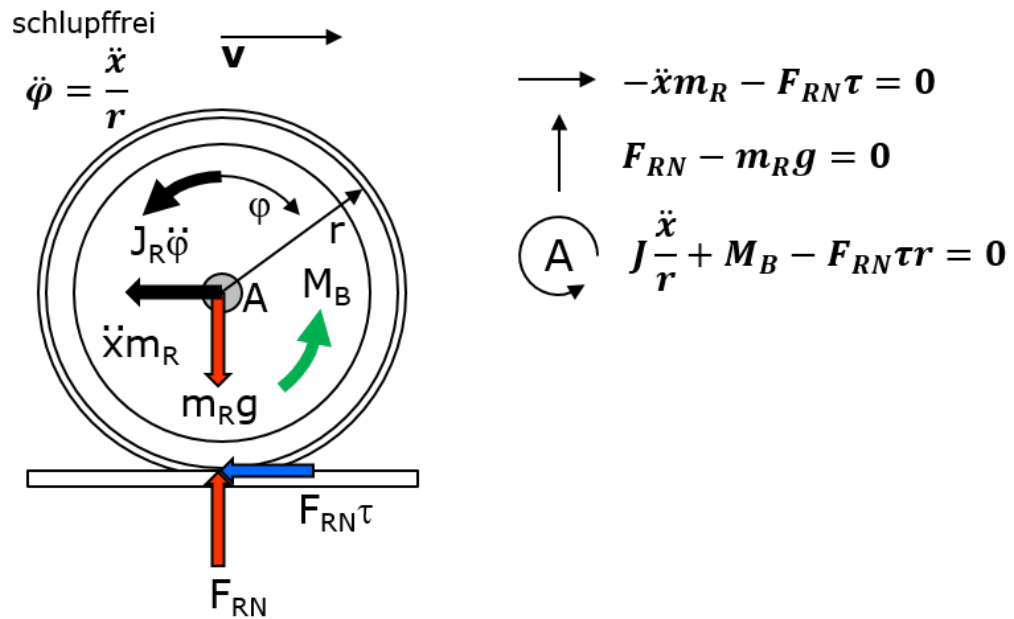
Bremsleistung bei Anhaltebremsung auf ebenem, geraden Gleis:

$$P_B = \xi m b v \quad (1.12)$$

Bremsleistung bei Beharrungsbremung (im Gefälle):

$$P_{B,d} = \left(m g i - \sum F_{WF} \right) v \quad (1.13)$$

1.3.3. Mechanik der Radbremsen



Auswertung der Gleichgewichtsbeziehungen liefert:

$$\ddot{x} = \frac{-M_B}{\xi m_R r} \quad (1.14)$$

sowie:

$$\ddot{x} = -g\tau \quad (1.15)$$

für Klotzbremsen gilt:

$$M_B = \sum F_K \mu_K r \quad (1.16)$$

daraus folgt die **Abbremsung** für Fahrzeuge mit **Klotzbremsen**:

$$k = \frac{\tau}{\mu} = \frac{\sum F_K}{m_R g} \quad (1.17)$$

1.4. Bremsbewertung

Bremshundertstel

$$\lambda = \frac{B}{m} \cdot 100 \quad (1.18)$$

Bremsmasse

$$B = \frac{\lambda m}{100} \quad (1.19)$$

2. Bremskräfte

2.1. Grundlegende Zusammenhänge

Fahrdynamische Grundgleichung für den Bremsvorgang:

$$\ddot{x} = \frac{-\sum F_B - \sum F_{WF} - F_{WS}}{\xi m} \quad (2.1)$$

Bremskräfte (allg.)

$$\sum F_B = F_{B,\text{mech}} + F_{B,\text{dyn}} + F_{B,Mg,\text{ges}} \quad (2.2)$$

Fahrzeuwwiderstandskräfte (allg.)

$$\sum F_{WF} = F_{WFT} + F_{WFW} = F_{WFT} + m_W \cdot g \cdot f_{WFW} \quad (2.3)$$

Annäherung des mittleren Fahrzeuwwiderstandes bei Anhaltebremsungen:

$$F_{WFT,m} = \phi + \frac{2}{3} \cdot \Gamma \cdot \frac{v_0}{100} + \frac{1}{2} \Lambda \cdot \left(\frac{v_0}{100} \right)^2 \quad (2.4)$$

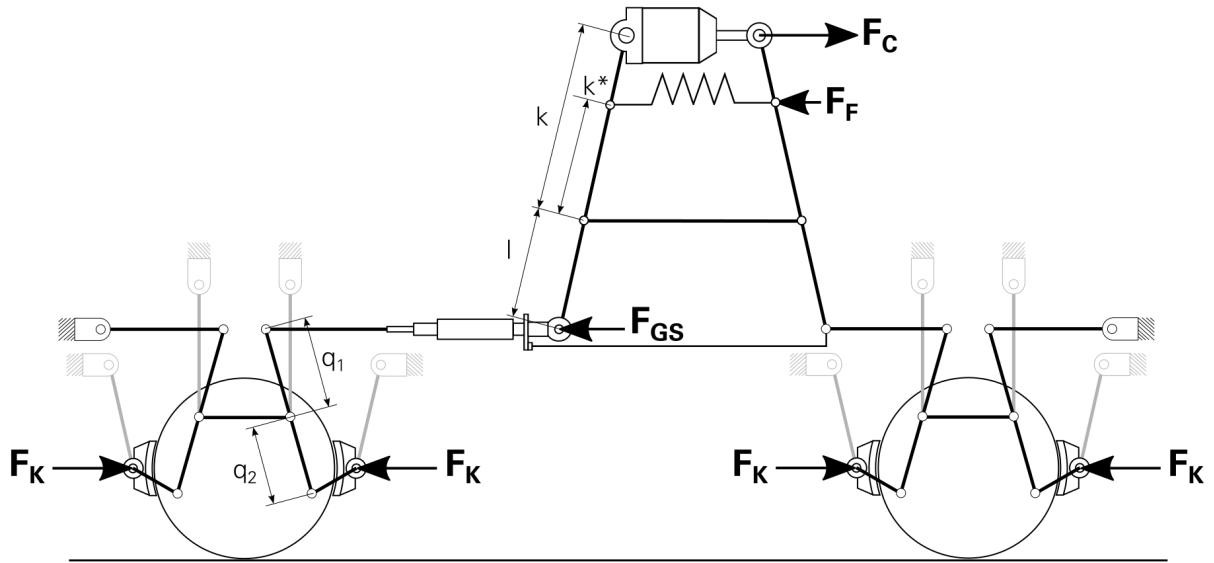
Annäherung des mittleren Fahrzeuwwiderstandes bei Verzögerungsbremsungen von $v = v_0$ auf $v = v_1$:

$$F_{WFT,m} = \phi + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Gamma}{100} \cdot \frac{v_0^2 + v_0 \cdot v_1 + v_1^2}{v_0 + v_1} + \frac{1}{2} \Lambda \cdot \left(\frac{v_0^2 + v_1^2}{100^2} \right) \quad (2.5)$$

→ siehe Kapitel 3.4.2 (Seite 26)

2.2. Bremskräfte mechanischer Radbremsen

2.2.1. Klotzbremskräfte



Bremskraft der Klotzbremsen:

$$F_{B,K} = \sum F_K \cdot \mu_K \quad (2.6)$$

$F_{B,K}$	N	mittels Klotzbremsen erzeugte Bremskraft am Radumfang
F_K	N	Klotz(anpress)kraft
μ_K	1	Reibwert zwischen Rad und Bremssohle

für zweiachsiges Fahrzeug mit beidseitig abgebremsten Radsätzen gilt:

$$F_{B,K} = 8 \cdot F_K \cdot \mu_K \quad (2.7)$$

für vierachsiges (Drehgestell-)Fahrzeug mit beidseitig abgebremsten Radsätzen gilt:

$$F_{B,K} = 16 \cdot F_K \cdot \mu_K \quad (2.8)$$

Bremszylinderkraft:

$$F_C = 10 \frac{N}{cm^2} \cdot p_C \cdot A_C \cdot \eta_C \quad (2.9)$$

A_C	cm ²	Kolbenbodenfläche
F_C	N	Bremszylinderkraft
p_C	bar	Bremszylinderdruck
η_C	1	Bremszylinderwirkungsgrad

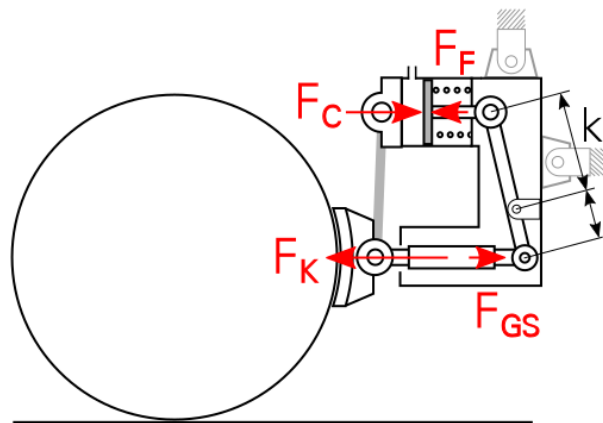
Klotzkraft:

$$F_K = (F_C \cdot i_{\text{ges}} - F_F \cdot i_F - F_{GS} \cdot i_{GS}) \cdot \frac{\eta_{\text{dyn}}}{z_K} \quad (2.10)$$

F_F	N	Kraft der Gestängerrückstellfeder (Standardwert: 1500 N)
F_{GS}	N	Gegenkraft des Bremsgestängestellers (Standardwert: 2000 N)
F_K	N	Klotzkraft
i_F	1	Übersetzung des Bremsgestänges in Kraftflussrichtung hinter der Gestängerrückstellfeder
i_{ges}	1	Gesamtübersetzung des Bremsgestänges
i_{GS}	1	Übersetzung des Bremsgestänges in Kraftflussrichtung hinter dem Gestängesteller
η_{dyn}	1	dynamischer Wirkungsgrad des Bremsgestänges
z_K	1	Anzahl der Bremsklötze

Klotzkraft für **Standardbremsgestänge**¹es gilt: $q_1 = q_2 = q$ und $i_{\text{ges}} = 4 \frac{k}{l}$ und $i_F = 4 \frac{k^*}{l}$ sowie $i_{GS} = 4$

$$F_K = 4 \cdot \left(F_C \frac{k}{l} - F_F \frac{k^*}{l} - F_{GS} \right) \cdot \frac{\eta_{\text{dyn}}}{z_K} \quad (2.11)$$

Klotzkraft von **Klotzbremseinheiten**

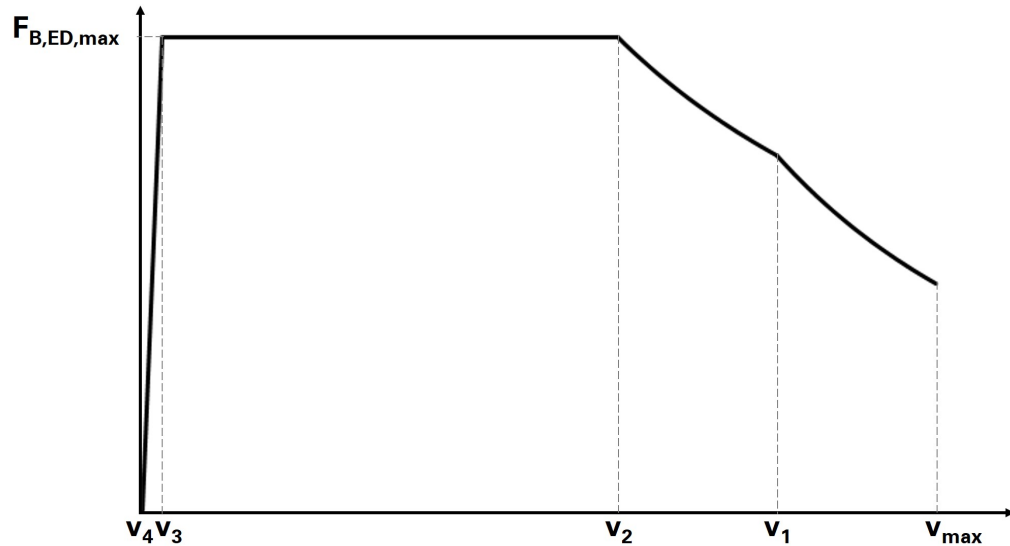
$$F_K = (F_C - F_F) \frac{k}{l} \eta_{\text{dyn}} - F_{GS} \quad (2.12)$$

¹Für Fahrzeuge mit vier Radsätzen, zweiseitiger Abbremmung der Räder und zentralem Bremszylinder und Bremsgestänge müssen die Übersetzungsverhältnisse jeweils mit dem Faktor 2 multipliziert werden.

2.3. Bremskräfte dynamischer Radbremsen

2.3.1. Bremskraft elektrodynamischer Bremsen

Allgemeine Bremskraftcharakteristik elektrodynamischer Bremsen auf Grundlage der Drehstromantriebstechnik (DAT):



Bremskraft im Abregelbereich ($v_4 \leq v < v_3$):

$$F_{B,ED} = F_{B,ED,max} \cdot \frac{v - v_4}{v_3 - v_4} \quad (2.13)$$

Bremskraft an der Leistungsgrenze ($v_2 \leq v < v_1$):

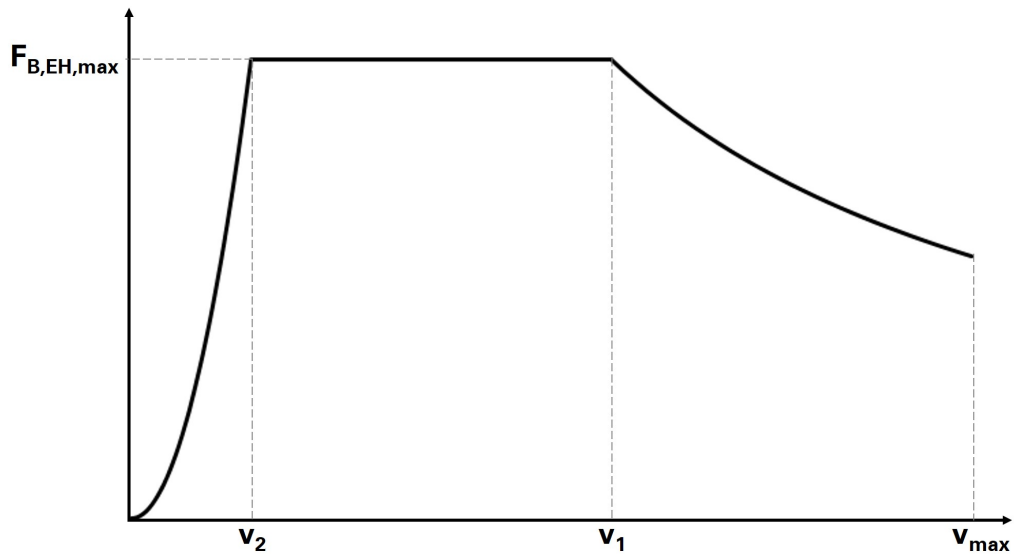
$$F_{B,ED} = F_{B,ED,max} \cdot \frac{v_2}{v} \quad (2.14)$$

Bremskraft im Feldschwächebereich ($v_1 \leq v$) - falls vorhanden:

$$F_{B,ED} = F_{B,ED,max} \cdot \frac{v_2 \cdot v_1}{v^2} \quad (2.15)$$

2.3.2. Bremskraft hydrodynamischer Bremsen

Allgemeine Bremskraftcharakteristik hydrodynamischer Bremsen:



Bremskraft im Abregelbereich ($0 \leq v < v_2$):

$$F_{B,EH} = F_{B,EH,max} \cdot \frac{v^2}{v_2^2} \quad (2.16)$$

Bremskraft an der Leistungsgrenze ($v_1 \leq v < v_{max}$):

$$F_{B,EH} = F_{B,EH,max} \cdot \frac{v_1}{v} \quad (2.17)$$

2.4. Bremskräfte von Magnetschienenbremsen

Gesamtbremskraft der Magnetschienenbremsen im Fahrzeug(-verband)

$$F_{B,Mg,ges} = Z_{Mg} \cdot F_{B,Mg} \quad (2.18)$$

Bremskraft der einzelnen Magnetschienenbremse

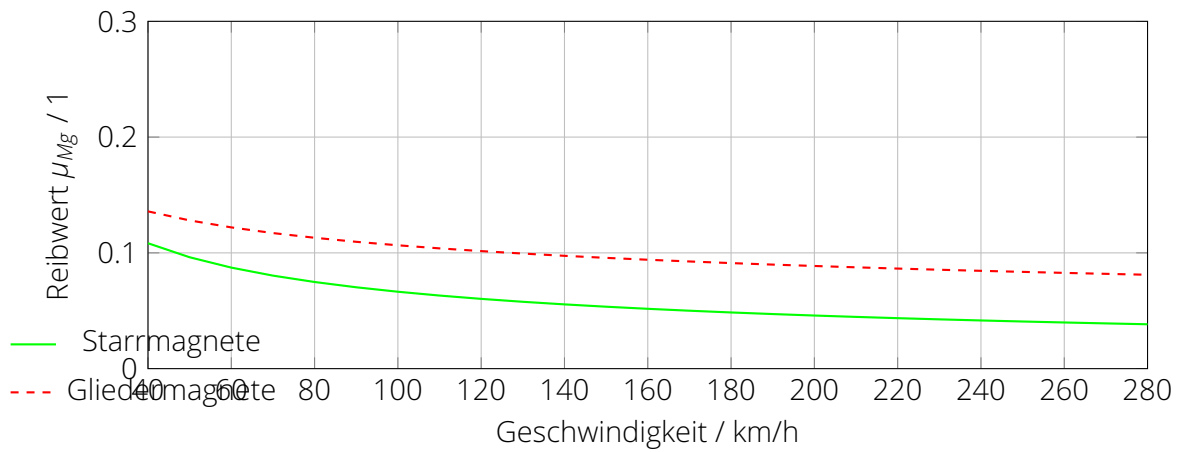
$$F_{B,Mg} = F_{N,Mg} \cdot \mu_{Mg} \quad (2.19)$$

mittlerer Reibwert von Magnetschienenbremsen mit Starrmagneten

$$\mu_{Mg} = 0,777 \cdot v^{-0,534} \quad (2.20)$$

mittlerer Reibwert von Magnetschienenbremsen mit Gliedermagneten

$$\mu_{Mg} = 0,361 \cdot v^{-0,265} \quad (2.21)$$



3. Fahrdynamik

3.1. Fahrdynamische Grundgleichung

$$0 = -\xi m \ddot{x} + F_T - F_{WFT} - F_{WFW} - F_{WS} - F_B \quad (3.1)$$

Kräftegleichgewichte für Auslauf- und Bremsvorgänge

Auslauf:

$$0 = -\xi m \ddot{x} - F_{WFT}(v) - F_{WFW}(v) - F_{WS}(s) \quad (3.2)$$

Bremmung:

$$0 = -\xi m \ddot{x} - F_B(v, t, \theta) - F_{WFT}(v) - F_{WFW}(v) - F_{WS}(s) \quad (3.3)$$

3.2. Fahrdynamischer Massenfaktor

$$\xi = 1 + \frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,trans}} = 1 + \frac{\sum_{j=1}^m J}{\sum_{i=1}^n m \cdot r^2} \quad (3.4)$$

Anhaltswerte für fahrdyn. Massenfaktor¹:

Fahrzeugverband)	ξ
dieselhydraulische Lokomotive	1,10...1,15
dieselektrische Lokomotive	1,15...1,25
elektrische Lokomotive	1,15...1,25
Güterwagen (leer)	1,08...1,10
Güterwagen (beladen)	1,03...1,04
Reisezugwagen	1,06...1,09
Reisezüge mit Lokomotive	1,1
leere Güterzüge mit Lokomotive	1,15
beladene Güterzüge mit Lokomotive	1,06

Einfluss der Zuladung auf den Massenfaktor:

$$\xi_{bel} = 1 + (\xi_{leer} - 1) \cdot \frac{m_{leer}}{m_{bel}} \quad (3.5)$$

Berechnung des Massenfaktors für Zugverbände:

$$\xi_Z = \frac{\sum (\xi_T \cdot m_T) + \sum (\xi_W \cdot m_W)}{\sum m_T + \sum m_W} \quad (3.6)$$

Index T: Triebfahrzeuge, Index W: Wagen

3.3. Spezifische Kräfte

„spezifisch“ → Bezug auf die Gewichtskraft:

$$f = \frac{F}{m \cdot g} \quad (3.7)$$

! Einheiten beachten !

f	[-]	spezifische Kraft
F	[kN]	absolute Kraft
m	[t]	Fahrzeugmasse
g	[m/s ²]	Erdbeschleunigung

¹Zur Umrechnung des fahrdynamischen Massenfaktors in die „äquivalente rotierende Masse“ → siehe Seite 10

3.4. Fahrwiderstandskräfte

$$F_W = F_{WF} + F_{WS} \quad (3.8)$$

F_W	[kN]	Fahrwiderstandskraft
F_{WF}	[kN]	Fahrzeugwiderstandskraft
F_{WS}	[kN]	Streckenwiderstandskraft

3.4.1. Streckenwiderstandskraft

$$F_{WS} = f_{WS} m_Z g = F_i + F_k \quad (3.9)$$

$$f_{WS} = i + f_k \quad (3.10)$$

F_i	[kN]	Neigungswiderstandskraft
F_k	[kN]	Krümmungswiderstandskraft (auch: Bogenwiderstandskraft)
f_{WS}	[-]	spezifische Streckenwiderstandskraft
f_k	[-]	spezifische Krümmungswiderstandskraft
i	[-]	Strecken­neigung (zum Teil auch Angabe in ‰)

Neigungswiderstandskraft

$$F_i = m_Z g i \quad \text{für } i \leq 100 \text{ ‰} \quad (3.11)$$

$$F_i = m g \sin \alpha \quad \text{für } i > 100 \text{ ‰} \quad (3.12)$$

α [°] Längs­neigungswinkel des Gleises

Strecken­längs­neigung

$$i = \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (3.13)$$

Steigung: $\Delta z > 0 \rightarrow i > 0$

Gefälle: $\Delta z < 0 \rightarrow i < 0$

→ mittlerer (korrigierter) Strecken­widerstand: siehe **Anhang A.1**

Krümmungswiderstandskraft/Bogenwiderstandskraft

$$F_k = f_k m_Z g \quad (3.14)$$

Gleichung von Protopapadakis:

$$f_k = \frac{\mu \cdot (0,72 \cdot b + 0,47 \cdot c)}{R} \quad (3.15)$$

- μ [-] Gleitreibwert Radl-Schiene ($\mu \approx 0,165$ (Winter)... $0,220$ (Sommer))
- R [m] Gleisbogenradius
- c [m] Radsatzabstand im Wagen/Drehgestell
- b [m] Laufkreisabstand (Normalspur: $b = 1,5$ m)

effektive Neigung, Massenband

$$F_i = m_Z g i_e \quad (3.16)$$

- Modell: **Massenpunkt**

$$i_e = i_{km} \quad (3.17)$$

- Modell: *homogenes* Massenband

$$i_e = \frac{\sum(\Delta l_j \cdot i_j)}{l_Z} \quad (3.18)$$

- Modell: *inhomogenes* Massenband

$$i_e = \frac{\sum(\Delta m_j \cdot i_j)}{m_Z} \quad (3.19)$$

- Δl_j [m] Länge des Zugteils, der im j-ten Streckenabschnitt steht
- Δm_j [t] Anteil der Fahrzeug-/Zugmasse im j-ten Streckenabschnitt

i_j	[-]	Neigung im j-ten Abschnitt
l_z	[m]	gesamte Zuglänge
m_z	[t]	Gesamtmasse des Zuges

3.4.2. Fahrzeugwiderstandskraft von Schienenfahrzeugen

Allgemeine Fahrzeugwiderstandskraft

$$F_{WFZ} = F_{WFT} + F_{WFW} = F_{WFT} + f_{WFW}m_Wg \quad (3.20)$$

→ Empirische Gleichungen für die summierten Fahrzeugwiderstände lokbespannter Züge: siehe **Anhang A.2**

Fahrzeugwiderstandskraft der Lokomotiven, Triebwagen und Triebzüge

Allgemeine Gleichung für den Triebfahrzeugwiderstand:

$$F_{WFT} = \Phi + \Gamma \cdot \frac{v}{100} + \Lambda \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (3.21)$$

→ Empirische Fahrzeugwiderstandsgleichungen für ausgeführte Triebfahrzeuge enthält **Anhang A.3**.

→ Eine Zusammenstellung von Fahrzeugwiderstandsgleichung von Hochgeschwindigkeitszügen enthält **Anhang A.4**.

Wagenzugwiderstand

Allgemeine Gleichung für den Wagenzugwiderstand

$$F_{WFW} = f_{WFW}m_Wg = \left[\alpha + \beta \cdot \frac{v}{100} + \gamma \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \right] m_Wg \quad (3.22)$$

→ Empirische Gleichungen für den spezifischen Wagenzugwiderstand verschiedener Züge enthält **Anhang A.5**.

4. Kinematische Berechnungen

4.1. Kinematische Grundlagen

4.1.1. Definitionen

- Geschwindigkeit

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = \dot{s} \quad (4.1)$$

- Beschleunigung

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = \ddot{s} \quad (4.2)$$

- Ruck

$$u = \frac{da}{dt} = \dot{a} = \ddot{v} = \ddot{\ddot{x}} \quad (4.3)$$

4.1.2. Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$$\frac{dv}{dt} = a = \text{const}$$

$$v(t) = at + v_0 \quad (4.4)$$

$$x(t) = \frac{a}{2}t^2 + v_0t + x_0 \quad (4.5)$$

Zeit ohne Bedeutung oder unbekannt: → Umrechnung von $v(t)$ in $v(s)$:

$$v = \frac{dx}{dt} \rightarrow dt = \frac{dx}{v} \quad (4.6)$$

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow dt = \frac{dv}{a} \quad (4.7)$$

$$v(x) = \sqrt{2a(x - x_0) + v_0^2} \quad (4.8)$$

4.1.3. Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung

- wichtigste Fälle:

1. zeitabhängige Beschleunigungsfunktion

$$a = f(t) \quad (4.9)$$

$$v = \int a dt = \int f(t) dt \quad (4.10)$$

$$x = \int v dt \quad (4.11)$$

2. geschwindigkeitsabhängige Beschleunigungsfunktion

$$a = f(v) = \frac{dv}{dt} \quad (4.12)$$

$$t = \int \frac{dv}{f(v)} \quad (4.13)$$

$$x = \int \frac{v dv}{f(v)} \quad (4.14)$$

3. wegabhängige Beschleunigungsfunktion

$$a = f(x) \quad (4.15)$$

wegen:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

und

$$v = \frac{dx}{dt}$$

gilt:

$$v dv = a dx = f(x) dx \quad (4.16)$$

$$\frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = \int f(x) dx \quad (4.17)$$

Integration führt auf eine Funktion $v(x)$, Zeit kann dann durch Umstellung und Integration ermittelt werden:

$$t = \int \frac{1}{v(x)} dx \quad (4.18)$$

4.2. Überschlagsrechnungen

$$t = \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{a(v)} dv \approx \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{a_m} dv \approx \frac{v_2 - v_1}{a_m} \quad (4.19)$$

und:

$$s = \int_{v_1}^{v_2} \frac{v}{a(v)} dv \approx \int_{v_1}^{v_2} \frac{v}{a_m} dv \approx \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_m} \quad (4.20)$$

4.3. Klassische numerische Verfahren zur Berechnung von Bewegungsvorgängen

4.3.1. Zeitschrittverfahren

$$a_i = a(v_i) = \text{const.} \quad (4.21)$$

$$v_{i+1} = v_i + a_i \cdot \Delta t \quad (4.22)$$

$$v_m = \frac{v_i + v_{i+1}}{2} \quad (4.23)$$

$$\Delta s = v_m \cdot \Delta t \quad (4.24)$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t \quad (4.25)$$

$$s_{i+1} = s_i + \Delta s \quad (4.26)$$

$$a_{i+1} = a(v_{i+1}) \quad (4.27)$$

4.3.2. Wegschrittverfahren

$$a_i = a(v_i) = \text{const.} \quad (4.28)$$

$$v_{i+1} = \sqrt{v_i^2 + 2 \cdot a_i \cdot \Delta s} \quad (4.29)$$

$$v_m = \frac{v_i + v_{i+1}}{2} \quad (4.30)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v_m} \quad (4.31)$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t \quad (4.32)$$

$$s_{i+1} = s_i + \Delta s \quad (4.33)$$

$$a_{i+1} = a(v_{i+1}) \quad (4.34)$$

4.3.3. Geschwindigkeitsschrittverfahren

$$v_{i+1} = v_i \pm \Delta v \quad (4.35)$$

$$a_m = \frac{a(v_i) + a(v_{i+1})}{2} \quad (4.36)$$

$$\Delta t = \frac{v_{i+1} - v_i}{a_m} \quad (4.37)$$

$$\Delta s = \frac{v_{i+1}^2 - v_i^2}{2a_m} \quad (4.38)$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t \quad (4.39)$$

$$s_{i+1} = s_i + \Delta s \quad (4.40)$$

4.4. Beschleunigungsgrundfunktion

- effektive Bremskraft in der Ebene

$$\rho = \frac{-F_B - F_{WFT} - F_{WFW}}{(m_T + m_W) \cdot g} = \frac{-F_B - F_{WFT} - f_{WFW} \cdot m_W \cdot g}{(m_T + m_W) \cdot g} \quad (4.41)$$

- abschnittsweise Näherung der Bremskraft:

$$F_B = K_1 \cdot v^2 + K_2 \cdot v + K_3 \quad (4.42)$$

- Berücksichtigung dreier Stützstellen ($F_{B_i}; v_i$) ergibt Koeffizienten:

$$F_{B1} = K_1 \cdot v_1^2 + K_2 \cdot v_1 + K_3$$

$$F_{B2} = K_1 \cdot v_2^2 + K_2 \cdot v_2 + K_3$$

$$F_{B3} = K_1 \cdot v_3^2 + K_2 \cdot v_3 + K_3$$

- für effektive Bremskraft in der Ebene ergibt sich nach Umformen und Zusammenfassen:

$$\rho = K_1 \cdot v^2 + K_2 \cdot v + K_3 \quad (4.43)$$

für die einzelnen Koeffizienten in Gleichung 4.43 ergibt sich:

$$K_1 = \frac{-K_1 - \frac{\Lambda}{100^2} - \frac{\gamma}{100^2} \cdot m_W \cdot g}{(m_T + m_W) \cdot g} \quad (4.44)$$

$$K_2 = \frac{-K_2 - \frac{\Gamma}{100} - \frac{\beta}{100} \cdot m_W \cdot g}{(m_T + m_W) \cdot g} \quad (4.45)$$

$$K_3 = \frac{-K_3 - \Phi - \alpha \cdot m_W \cdot g}{(m_T + m_W) \cdot g} \quad (4.46)$$

mit:

- K_i Koeffizienten der Näherungsformel für Zughakenzugkraft
- Φ konstanter Koeffizient der Triebfahrzeugwiderstandsgleichung (vgl. Gl. 3.21 auf S. 26)
- Γ linearer Koeffizient der Triebfahrzeugwiderstandsgleichung (vgl. Gl. 3.21 auf S. 26)
- Λ quadratischer Koeffizient der Triebfahrzeugwiderstandsgleichung (vgl. Gl. 3.21 auf S. 26)
- α konstanter Faktor des spez. Wagenzugwiderstandes
- β linearer Koeffizient des spez. Wagenzugwiderstandes
- γ quadratischer Koeffizient des spez. Wagenzugwiderstandes

- die Koeffizienten der Beschleunigungsgrundfunktion für ungleichmäßig beschleunigte Bewegungen $a(v) = A \cdot v^2 + B \cdot v + C$:

$$A = \frac{12960}{\xi_Z} \cdot g \cdot k_1 \quad (4.47)$$

$$B = \frac{12960}{\xi_Z} \cdot g \cdot k_2 \quad (4.48)$$

$$C = \frac{12960}{\xi_Z} \cdot g \cdot (k_3 - f_{WS}) \quad (4.49)$$

! Beachte: v [km/h], a [km/h²]

4.5. Algorithmus nach Jentsch zur Integration bei ungleichmäßig beschleunigten Bewegungen

- Fahrzeit:

$$\Delta t = \int_{v_I}^{v_{II}} \frac{1}{a(v)} dv \quad (4.50)$$

- Fahrstrecke:

$$\Delta s = \int_{v_I}^{v_{II}} \frac{v}{a(v)} dv \quad (4.51)$$

mit:

$a(v)$	[km/h ²]	Beschleunigungsgrundfunktion
Δs	[km]	zurückgelegte Streckenlänge
Δt	[h]	Fahrzeit
v_I	[km/h]	Anfangsgeschwindigkeit im Bewegungsabschnitt
v_{II}	[km/h]	Endgeschwindigkeit im Bewegungsabschnitt

- Integrationsalgorithmus für $a(v) = A \cdot v^2 + B \cdot v + C$:

- Diskriminante

$$Z = 4 \cdot A \cdot C - B^2 \quad (4.52)$$

- für $Z > 0$ gilt:

$$\Delta t = \frac{2}{\sqrt{Z}} \cdot \left(\arctan \frac{2 \cdot A \cdot v_{II} + B}{\sqrt{Z}} - \arctan \frac{2 \cdot A \cdot v_I + B}{\sqrt{Z}} \right) \quad (4.53)$$

bei gegebener Zeit:

$$v_{II} = \frac{\sqrt{Z}}{2 \cdot A} \cdot \tan \left[\left(\arctan \frac{2 \cdot A \cdot v_I + B}{\sqrt{Z}} \right) + \frac{\sqrt{Z} \cdot \Delta t}{2} \right] - \frac{B}{2 \cdot A} \quad (4.54)$$

4.5. Algorithmus nach Jentsch zur Integration bei ungleichmäßig beschleunigten Bewegungen

- für $Z < 0$ gilt:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{-Z}} \cdot \ln \left(\frac{2 \cdot A \cdot v_{II} + B - \sqrt{-Z}}{2 \cdot A \cdot v_{II} + B + \sqrt{-Z}} \cdot \frac{2 \cdot A \cdot v_I + B + \sqrt{-Z}}{2 \cdot A \cdot v_I + B - \sqrt{-Z}} \right) \quad (4.55)$$

bei gegebener Zeit:

$$v_{II} = \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{\sqrt{-Z}}{1-Y} - \frac{\sqrt{-Z} + B}{2} \right) \quad (4.56)$$

mit:

$$Y = \frac{2 \cdot A \cdot v_I + B - \sqrt{-Z}}{2 \cdot A \cdot v_I + B + \sqrt{-Z}} \cdot e^{\Delta t \cdot \sqrt{-Z}} \quad (4.57)$$

- mit Verwendung von Δt gilt für Δs :

$$\Delta s = \frac{1}{2 \cdot A} \cdot \left[\left(\ln \frac{A \cdot v_{II}^2 + B \cdot v_{II} + C}{A \cdot v_I^2 + B \cdot v_I + C} \right) - B \cdot \Delta t \right] \quad (4.58)$$

5. Bremswegberechnung

5.1. Empirische Bremsweggleichungen

5.1.1. Mindener Bremsweggleichung (1961)

Gültigkeit: indirekte Druckluftbremse (Entwicklungsstand: 1961) mit Klotz- oder Scheibenbremsen für vorhandene Bremschwerachse λ zwischen 50 und 250 % in Bremsstellung R/P sowie zwischen 20 und 100 % in Bremsstellung G

Bremsweg in den Bremsstellungen P und R:

$$s_B = \frac{3,85v_0^2}{6,1\psi \left(1 + \frac{c_1\lambda}{10}\right) + c_2j_m} \quad (5.1)$$

Bremsweg in der Bremsstellung G:

$$s_B = \frac{3,85v_0^2}{5,1\psi\sqrt{c_1\lambda - 5} + c_2j_m} \quad (5.2)$$

Beiwert ψ (BrSt. - Bremsstellung, EK - Einzelklotz, DK - Doppelklotz):

v_0 km/h	Klotzbremse		Klotzbremse		Scheibenbremse BrSt. P/R	BrSt. G
	BrSt. P		BrSt. R			
	EK	DK	EK	DK		
20	1,04	0,73	0,87	0,60	0,64	0,61
40	1,23	0,97	1,09	0,74	0,84	0,85
60	1,24	1,05	1,15	0,77	0,94	0,97
80	1,17	1,05	1,14	0,96	0,99	1,02
100	1,09	1,03	1,08	1,00	1,00	-
120	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-
160	-	-	-	0,93	0,96	-

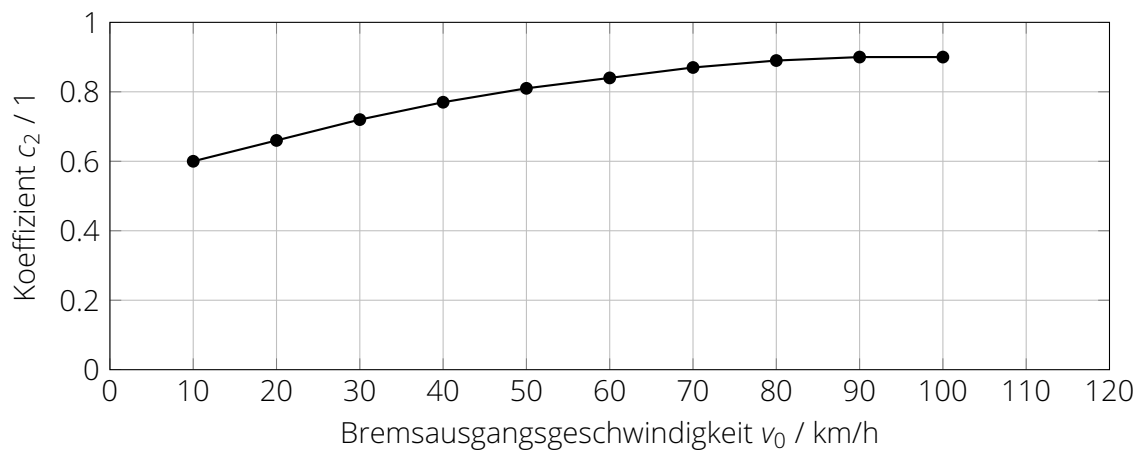
5. Bremswegberechnung

Beiwert c_1 :

Bremsstellung P und R		Bremsstellung G	
Anzahl Radsätze	c_1	Anzahl Radsätze	c_1
0...24	1,10	0...40	1,12
25...48	1,05	41...80	1,06
49...60	1,00	81...100	1,00
61...80	0,97	101...120	0,95
81...100	0,92	121...150	0,90

Beiwert c_2 :

v_0 km/h	Bremsstellung P und R	Bremsstellung G
20	0,66	0,62
40	0,77	0,66
60	0,84	0,70
80	0,89	0,74
100	0,90	-



5.1.2. Gleichung nach Jaenichen und Eske (2015)

Gültigkeit: indirekte Druckluft-Klotzbremse mit K-Sohlen in Bremsstellung P, mit vorhandenen Bremshundertstein λ zwischen 50 und 115 % sowie für Bremsausgangsgeschwindigkeiten v_0 von 40 bis 120 km/h und mittlere Neigungen von $i = \pm 33 \text{ ‰}$

$$s_B = \frac{v_0^2}{25,92 \left(6,984451 \cdot \frac{i}{1000} + 5,58355 \cdot 10^{-3} \lambda + 1,168 \cdot 10^{-3} v_0 \right)} \quad (5.3)$$

5.2. Kinematische Bremswegberechnung

5.2.1. Bremsung mit mittlerer Verzögerung

$$s_B = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2b_{m,s}} \quad (5.4)$$

typische mittlere Verzögerungen:

Zugart	Bremsart	$b_{m,s}$
Güterzug	Betriebsbremsung	0,25...0,30 m/s^2
Nahverkehrszug	Betriebsbremsung	0,40...0,60 m/s^2
Fernverkehrszug	Betriebsbremsung	0,40...0,50 m/s^2
Straßen-/Stadt-/S-/U-Bahn	Betriebsbremsung	0,80...1,00 m/s^2
Güterzug	Schnellbremsung	0,40...0,50 m/s^2
Reisezug	Schnellbremsung	0,60...1,00 m/s^2
Straßen-/Stadt-/S-/U-Bahn	Schnellbremsung	0,71...2,73 m/s^2

5.2.2. Bremsablauf

prinzipieller zeitlicher Ablauf einer Voll- bzw. Schnellbremsung: siehe Abb. 5.1

- **Reaktionszeit** $t_R \approx 1$ s bei alertem Tf mit Blick auf Strecke und $t_R \approx 3$ s unter Berücksichtigung dienstlicher Handlungen (Blick auf EBula, Bedienung Zugfunk, u.a.)
- **Ansprechzeit** $t_A \approx 1,5$ s (gilt für den ersten Bremszylinder nach dem Betätigungsorgan, verlängert sich in Abhängigkeit der Stellung der Fahrzeuge im Zugverband)
- **Schwellzeit** t_S = Funktion von Zuglänge und Bremsbauart (pneumatische Bremse vs. ep-Bremse) - Durchschlagszeit und Bremszylinderbauart entscheidend

Anhaltswerte für Schwellzeit:

Zuglänge	Schwellzeit
≤ 30 m	4 s
300 m	6 s
400 m	8 s
800 m	16 s

5. Bremswegberechnung

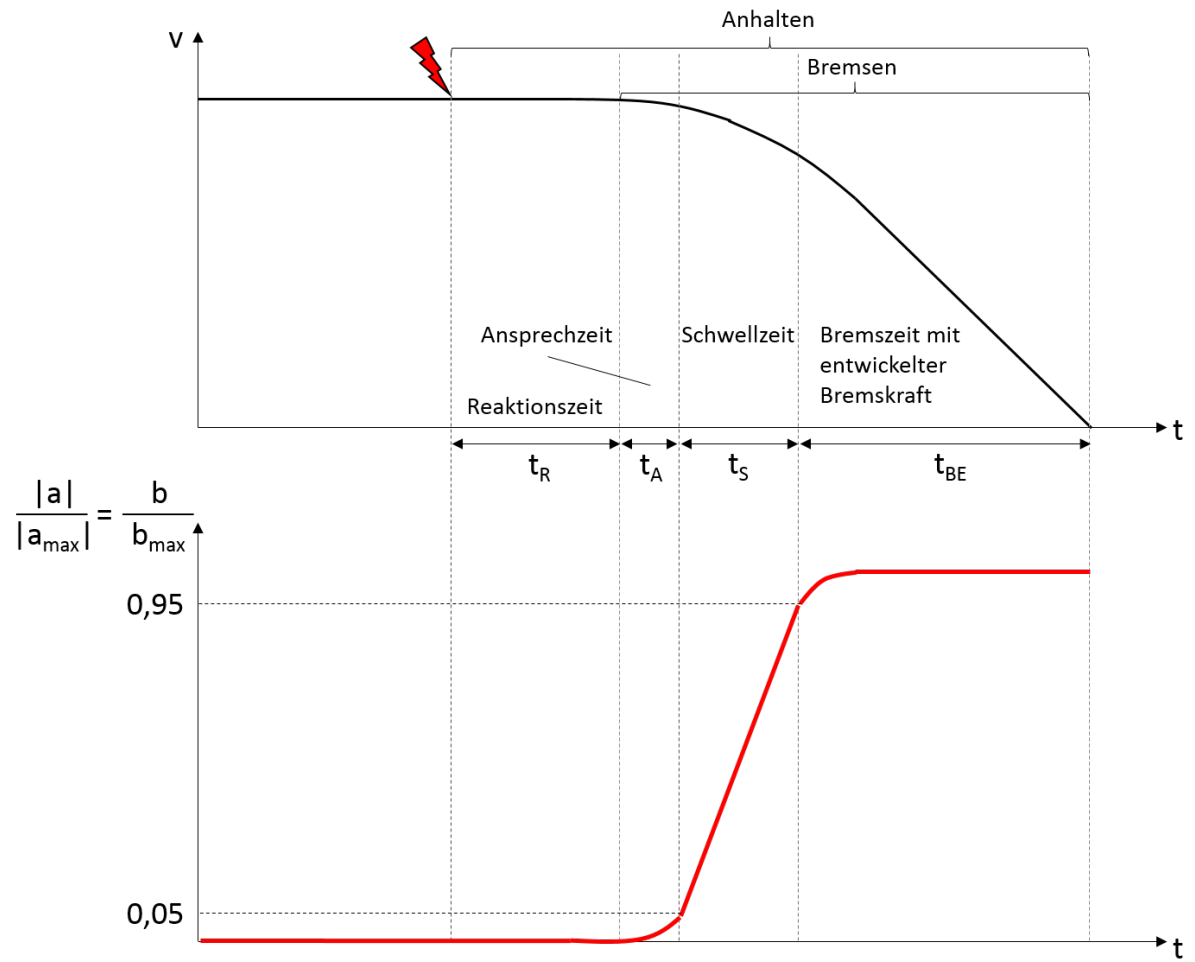
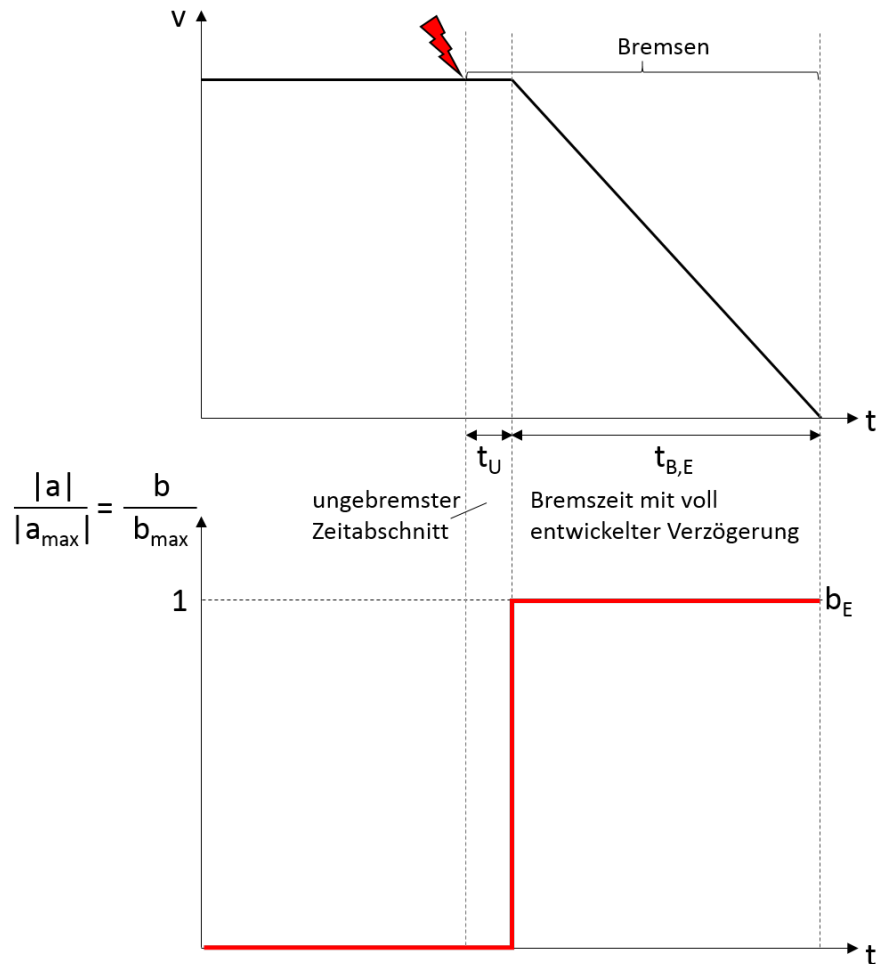


Abbildung 5.1.: prinzipieller zeitlicher Ablauf von Bremsungen

5.2.3. Zweiteiliges Bremsablaufmodell

starke Vereinfachung des Bremsvorganges: Beschleunigung mit Sprungfunktion



Schwellzeit wird jeweils zur Hälfte der ungebremsten Zeit t_U und der Bremszeit t_B zugeschlagen:

$$t_U = t_A + \frac{1}{2} t_S \quad (5.5)$$

Bremszeit:

$$t_B = t_U + t_{B,E} = t_A + \frac{1}{2} t_S + \frac{v_0}{b_E} \quad (5.6)$$

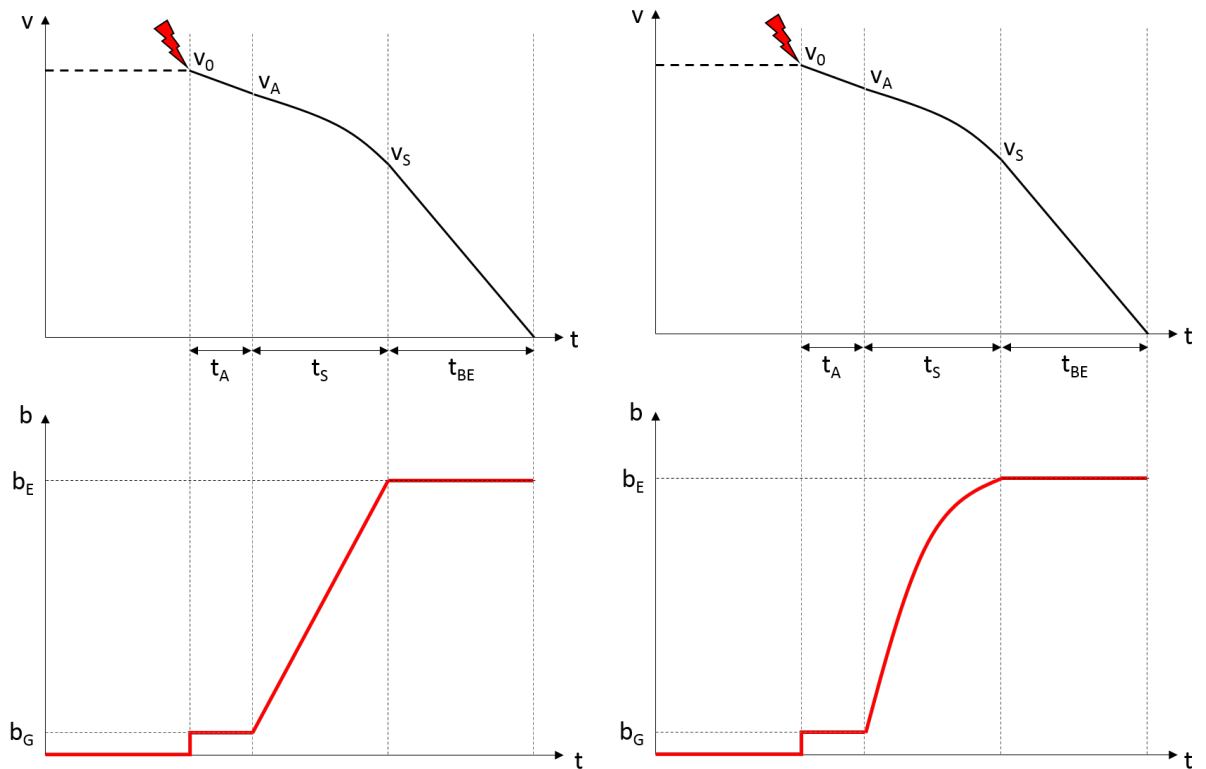
5. Bremswegberechnung

Bremsweg:

$$s_B = s_U + s_{B,E} = v_0 t_U + \frac{v_0^2}{2b_E} \quad (5.7)$$

5.2.4. Dreiteiliges Bremsablaufmodell

- Unterscheide: lineare Entwicklung der Verzögerung vs. nichtlineare Entwicklung der Verzögerung:



- Ansprechabschnitt:

$$v_A = v_0 - b_G t_A \quad (5.8)$$

$$s_A = v_0 t_A - \frac{1}{2} b_G t_A^2 \quad (5.9)$$

- Schwellabschnitt bei linearem Verzögerungsaufbau:

$$b(t) = b_G + (b_E - b_G) \frac{t}{t_S} \quad (5.10)$$

$$v(t) = v_A - \left(b_G t + \frac{b_E - b_G}{2t_S} t^2 \right) \quad (5.11)$$

$$v_S = v_A - \left(\frac{b_G + b_E}{2} \right) t_S \quad (5.12)$$

$$s(t) = v_A t - \left(\frac{b_G}{2} t^2 + \frac{b_E - b_G}{6t_S} t^3 \right) \quad (5.13)$$

$$s_S = v_A t_S - \left(\frac{2b_G + b_E}{6} \right) t_S^2 \quad (5.14)$$

- Schwellabschnitt bei nicht-linearem Verzögerungsaufbau:

$$b(t) = b_G + (b_E - b_G) \left(\frac{t}{t_S} \right)^\kappa \quad (5.15)$$

$$v(t) = v_A - \left(b_G t + \frac{b_E - b_G}{(\kappa + 1)t_S^\kappa} t^{\kappa+1} \right) \quad (5.16)$$

$$v_S = v_A - \left(b_G + \frac{b_E - b_G}{\kappa + 1} \right) t_S \quad (5.17)$$

$$s(t) = v_A t - \left(\frac{b_G}{2} t^2 + \frac{b_E - b_G}{(\kappa + 2)(\kappa + 1)t_S^\kappa} t^{\kappa+2} \right) \quad (5.18)$$

$$s_S = v_A t_S - \left(\frac{b_G}{2} + \frac{b_E - b_G}{(\kappa + 1)(\kappa + 2)} \right) t_S^2 \quad (5.19)$$

Kennlinienexponent κ abhängig von Zuglänge, Reibmaterialien, Bremsart:

- für annähernd homogenen Bremskraftaufbau im Zugverband, wie bei einer **ep-Bremse** und/oder **Ansprechen von Schnellentlüftungsventilen** und/oder **Bremstellung G**: $\kappa=1$
- **Bremstellung P/R** mit **Grauguss-Sohlen**: Kennlinienexponent abhängig von Zuglänge (l_Z in Metern)

$$\kappa = 0,9 - 0,6 \frac{l_Z}{1000 \text{ m}}$$

- **Bremstellung P/R** mit anderen Reibmaterialien als Grauguss: Kennlinienexponent abhängig von Zuglänge (l_Z in Metern)

$$\kappa = 1 - 0,6 \frac{l_Z}{1000 \text{ m}}$$

A. Anhang

A.1. Mittlere korrigierte Streckenneigung

mittlerer Neigungswiderstand

$$i_m = \frac{Z_E - Z_A}{X_E - X_A} \quad (\text{A.1})$$

$$i_m = \frac{\sum [i_j \cdot l_{Nj}]}{L} \quad (\text{A.2})$$

i_j [-] Neigung des j-ten Streckenabschnittes
 l_{Nj} [m] Länge des j-ten Streckenabschnittes
 L [m] Länge der betrachteten Fahrstrecke

mittlerer Bogenwiderstand:

$$f_{k,m} = \frac{\sum_{i=0}^n (l_{Bi} \cdot f_{ki})}{L} \quad (\text{A.3})$$

l_{Bi} [m] Länge des i-ten Bogens
 f_{ki} [-] spezifischer Krümmungswiderstand des i-ten Bogens
 L [m] Länge der betrachteten Fahrstrecke

mittlere korrigierte Neigung

$$i_{km} = i_m + f_{k,m} \quad (\text{A.4})$$

A.2. Empirische Fahrzeugwiderstandsgleichungen für lokbespannte Züge

- (Schwedischer) Reisezug mit Ellok (Rc6) und 5 Schnellzugwagen:

$$F_{WFZ} = 3,36 + 0,793 \cdot \frac{v}{100} + 8,49 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.5})$$

- (Schwedischer) Reisezug mit Ellok (Rc6) und 13 Schnellzugwagen:

$$F_{WFZ} = 5,61 + 1,93 \cdot \frac{v}{100} + 14,63 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.6})$$

- (Französischer) Reisezug mit Ellok (BB 22200) und 6 Schnellzugwagen:

$$F_{WFZ} = 2,54 + 3,34 \cdot \frac{v}{100} + 5,72 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.7})$$

- (Französischer) Regionalzug mit Ellok (BB 16500) und 7 Doppelstockwagen:

$$F_{WFZ} = 6,2 + 4,0 \cdot \frac{v}{100} + 8,0 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.8})$$

- Talgozug (Typ VII, 9 Wagen) mit Ellok (Renfe serie 252 (Europrinter)):

$$F_{WFZ} = 1,551 + 3,714 \cdot \frac{v}{100} + 4,064 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.9})$$

- Talgozug (Typ VII, 11 Wagen) mit Ellok (Renfe serie 252 (Europrinter)):

$$F_{WFZ} = 1,8 + 3,19 \cdot \frac{v}{100} + 4,85 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.10})$$

A.3. Baureihenspezifische Triebfahrzeugwiderstandsgleichungen

Lokomotiven

Elektrische Lokomotiven

- BR 101

$$F_{WFT} = 1,43 + 0,84 \cdot \frac{v}{100} + 2,80 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.11})$$

- BR 103

$$F_{WFT} = 3,05 + 0,63 \cdot \frac{v}{100} + 2,10 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.12})$$

- BR 110

$$F_{WFT} = 1,55 + 0,84 \cdot \frac{v}{100} + 2,80 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.13})$$

- BR 111

$$F_{WFT} = 1,50 + 0,84 \cdot \frac{v}{100} + 2,80 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.14})$$

- BR 120

$$F_{WFT} = 1,38 + 0,84 \cdot \frac{v}{100} + 2,80 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.15})$$

- BR 143

$$F_{WFT} = 3,62 + 0,95 \cdot \frac{v}{100} + 4,45 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.16})$$

- BR 145

$$F_{WFT} = 1,42 + 0,84 \cdot \frac{v}{100} + 2,80 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.17})$$

- BR 152

$$F_{WFT} = 1,45 + 0,84 \cdot \frac{v}{100} + 2,80 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.18})$$

- CC 6500 (SNCF)

$$F_{WFT} = 1,0 + 0,75 \cdot \frac{v}{100} + 3,2 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.19})$$

- E 200 der Taiwanesischen Staatsbahn (TRA)

$$F_{WFT} = 2,443 + 0,631 \cdot \frac{v}{100} + 3,934 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.20})$$

- Rh 1016/1116 (ÖBB)

$$F_{WFT} = 1,012 + 0,99 \cdot \frac{v}{100} + 3,5 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.21})$$

Diesellokomotiven

- BR 215

$$F_{WFT} = 2,80 + 3,48 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.22})$$

- BR 218

$$F_{WFT} = 2,85 + 3,48 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.23})$$

- BR 228 (ex 118)

$$F_{WFT} = 1,47 + 2,65 \cdot \left(\frac{v + 20}{100} \right)^2 \quad (\text{A.24})$$

- BR 220 (ex 120)

$$F_{WFT} = 4,63 + 3,92 \cdot \left(\frac{v + 20}{100} \right)^2 \quad (\text{A.25})$$

- BR 232 (ex 132)

$$F_{WFT} = 4,56 + 3,53 \cdot \left(\frac{v + 12}{100} \right)^2 \quad (\text{A.26})$$

- Siemens ER 20

$$F_{WFT} = 0,965 + 1,472 \frac{v}{100} + 3,340 \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.27})$$

- CC 72000 (SNCF)

$$F_{WFT} = 1,5 + 1,14 \cdot \frac{v}{100} + 3,0 \cdot \left(\frac{v + 12}{100} \right)^2 \quad (\text{A.28})$$

- BR 290

$$F_{WFT} = 1,75 + 4,95 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.29})$$

- BR 323 (Köf II)

$$F_{WFT} = 0,36 + 6,06 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.30})$$

- BR 333 (Köf III)

$$F_{WFT} = 0,38 + 0,91 \cdot \frac{v}{100} + 2,41 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.31})$$

- BR 346 (ex 106)

$$F_{WFT} = 1,2949 + 8,5 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.32})$$

- BR 360

$$F_{WFT} = 1,01 + 10 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.33})$$

Triebwagen und Triebzüge

- BR 420

$$F_{WFT} = 2,49 + 2,5 \cdot \frac{v}{100} + 4,10 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.34})$$

- BR 612

$$F_{WFT} = 1,58 + 1,03 \cdot \frac{v}{100} + 2,9 \cdot \left(\frac{v + 15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.35})$$

- BR 628

$$F_{WFT} = 0,79 + 0,79 \cdot \frac{v}{100} + 2,9 \cdot \left(\frac{v + 15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.36})$$

- BR 640 (Coradia LINT)

$$F_{WFT} = 0,69212 + 0,44 \cdot \frac{v}{100} + 2,226 \cdot \left(\frac{v + 15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.37})$$

- Britische class 390 („Pendolino Britannico“), neunteilig

$$F_{WFT} = 5,4216 + 1,92 \cdot \frac{v}{100} + 9,336 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.38})$$

- Britische class 43 (auch „InterCity 125“ oder „HST“) mit 8 Zwischenwagen

$$F_{WFT} = 3,2217 + 3,13 \cdot \frac{v}{100} + 6,019 \cdot \left(\frac{v + \Delta v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.39})$$

- X 2100 (SNCF)

$$F_{WFT} = 0,35 + 0,48 \cdot \frac{v}{100} + 3,34 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.40})$$

- X 72500 (SNCF)

$$F_{WFT} = 2,0 + 1,78 \cdot \frac{v}{100} + 3,59 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.41})$$

- Z 20500 (SNCF)

$$F_{WFT} = 1,8 + 2,9 \cdot \frac{v}{100} + 5,6 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.42})$$

A.4. Fahrzeugwiderstandsgleichungen von Hochgeschwindigkeitszügen

Gleichungen nach Peters für ICE:

- ICE 1 mit 12 Mittelwagen (BR 401)

$$F_{WFZ} = 5,77 + 3,62 \cdot \frac{v}{100} + 8,94 \cdot \left(\frac{v+15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.43})$$

- ICE 2 (BR 402)

$$F_{WFZ} = 3,13 + 1,96 \cdot \frac{v}{100} + 5,81 \cdot \left(\frac{v+15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.44})$$

- 2 x ICE 2

$$F_{WFZ} = 6,26 + 3,92 \cdot \frac{v}{100} + 11,00 \cdot \left(\frac{v+15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.45})$$

- ICE 3 (BR 403)

$$F_{WFZ} = 3,30 + 2,42 \cdot \frac{v}{100} + 5,52 \cdot \left(\frac{v+15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.46})$$

- 2 x ICE 3

$$F_{WFZ} = 6,60 + 4,84 \cdot \frac{v}{100} + 10,63 \cdot \left(\frac{v+15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.47})$$

- ICE 3M (Mehrsystemvariante BR 406)

$$F_{WFZ} = 3,45 + 2,75 \cdot \frac{v}{100} + 5,89 \cdot \left(\frac{v+15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.48})$$

- 2 x ICE 3M (Mehrsystemvariante BR 406)

$$F_{WFZ} = 6,90 + 5,49 \cdot \frac{v}{100} + 11,34 \cdot \left(\frac{v+15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.49})$$

Gleichungen für weitere Hochgeschwindigkeitszüge:

- TGV PSE ($m_Z=401$ t, LüP = 200 m, $v_{max} = 270$ km/h)

$$F_{WFZ} = 2,43 + 3,06 \cdot \frac{v}{100} + 5,39 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.50})$$

- TGV Atlantique ($m_Z=490$ t, LüP = 238 m, $v_{max} = 300$ km/h)

$$F_{WFZ} = 2,94 + 3,82 \cdot \frac{v}{100} + 6,37 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.51})$$

- TGV Duplex ($m_Z=424$ t, LüP = 200 m, $v_{max} = 320$ km/h)

$$F_{WFZ} = 2,7 + 3,2 \cdot \frac{v}{100} + 5,35 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.52})$$

- Eurostar ($m_Z=816$ t, LüP = 393,7 m, $v_{max} = 300$ km/h)

$$F_{WFZ} = 4,82 + 6,53 \cdot \frac{v}{100} + 10,5 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.53})$$

- Talgo 250 / Renfe-Baureihe 130 ($v_{max} = 250$ km/h)

$$F_{WFZ} = 2,23 + 4,985 \cdot \frac{v}{100} + 4,828 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.54})$$

- Talgo 250 H / Renfe-Baureihe 730 ($v_{max} = 250$ km/h)

$$F_{WFZ} = 3,165 + 2,5 \cdot \frac{v}{100} + 5,55 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.55})$$

- Shinkansen, Reihe 200 (JR)

$$F_{WFT} = 8,2 + 2,96 \cdot \frac{v}{100} + 9,2 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.56})$$

- Shinkansen, Reihe 300 (JR)

$$F_{WFT} = 9,62 + 9,67 \cdot \frac{v}{100} + 8,9 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.57})$$

- HSR 350x der Koreanischen Staatsbahn

– offene Strecke:

$$1,967 + 2,61 \cdot \frac{v}{100} + 3,38 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.58})$$

– Tunnel:

$$1,967 + 2,61 \cdot \frac{v}{100} + 4,39 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.59})$$

- X2000 (SJ - 5 Mittelwagen)

$$F_{WFT} = 2,34 + 1,64 \cdot \frac{v}{100} + 6,1 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (\text{A.60})$$

A.5. Empirische Gleichungen für spezifische Wagenzugwiderstände

Gleichungen für Reisezüge

Gleichung der DR¹ für Personenzüge aus Drehstell-Wagen und Doppelstockzüge

$$f_{WFW} = 0,0016 + 0,0032 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.61})$$

Gleichung der DR¹ für Schnellzüge

$$f_{WFW} = 0,0016 + 0,00025 \cdot \frac{v}{100} + \frac{0,0696 \cdot (n_A + 2,7)}{m_W} \cdot \left(\frac{v + 12}{100} \right)^2 \quad (\text{A.62})$$

n_A - Anzahl der Radsätze im Zug
 m_W - Wagenzugmasse [t]

Gleichung der DB² für Reisezüge

$$f_{WFW} = 0,0019 + 0,00025 \cdot \frac{v}{100} + 0,0696 \cdot \left(0,02 + \frac{2,7}{m_W} \right) \cdot \left(\frac{v + 15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.63})$$

m_W - Wagenzugmasse des Wagenzuges [t]

Gleichung der französischen Staatsbahn SNCF für Reisezüge

$$f_{WFW} = 0,0015 + 0,0022 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.64})$$

Gleichung der tschechischen Staatsbahn ČD für Reisezüge aus X- und Y-Wagen mit GP 200 - Drehgestellen ($m_A \leq 15 t$, $m_W = 500...700t$)

$$f_{WFW} = 0,00135 + 0,0008 \cdot \frac{v}{100} + 0,0033 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.65})$$

Gleichung der sowjetischen Staatsbahn SŽD für Reisezüge bis 160 km/h

$$f_{WFW} = 0,0014 + 0,0012 \cdot \frac{v}{100} + 0,0026 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.66})$$

Gleichungen für Güterzüge

Gleichung der Deutschen Bahn für gemischte Güterzüge:

$$f_{WFW} = 0,0011 + 0,0047 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.67})$$

Gleichung der Deutschen Bahn für Ganzzüge aus Schüttgutwagen Bauart Fal (Erz- und Kohletransport):

$$f_{WFW} = 0,0011 + 0,0020 \cdot \left(\frac{v + 15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.68})$$

¹Mit DR ist im Kontext dieser Formelsammlung die Deutsche Reichsbahn der DDR gemeint.

²Mit „DB“ ist im Kontext dieser Formelsammlung die Deutsche Bundesbahn gemeint.

Gleichung der DR³ für Güterzüge aus leeren und beladenen Wagen unterschiedlicher Bauart:

$$f_{WFW} = 0,0016 + 0,0057 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.69})$$

Gleichung der DR für Güterzüge aus beladenen zwei- und mehrachsigen Wagen unterschiedlicher Bauart:

$$f_{WFW} = 0,0016 + 0,0032 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.70})$$

Gleichung von Rheinbraun für beladene Kohlezüge (Güter-Ganzzüge) aus 14 4-achsigen Wagen gleicher Bauart:

$$f_{WFW} = 0,0010 + 0,0015 \cdot \left(\frac{v+15}{100} \right)^2 \quad (\text{A.71})$$

Gleichung der französischen Staatsbahn SNCF für Güterzüge

$$f_{WFW} = 0,0015 + 0,0063 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.72})$$

Gleichung der französischen Staatsbahn SNCF für Güterganzzüge

$$f_{WFW} = 0,0012 + 0,0025 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.73})$$

Gleichung für Züge des kombinierten Verkehrs:

$$f_{WFW} = 0,0012 + 0,001 \frac{v}{100} + 0,0017 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.74})$$

Gleichung für Autotransportzüge:

$$f_{WFW} = 0,0012 + 0,001 \frac{v}{100} + 0,0056 \cdot \left(\frac{v}{100} \right)^2 \quad (\text{A.75})$$

³Mit DR ist im Kontext dieser Formelsammlung die Deutsche Reichsbahn der DDR gemeint.