

# PRAKTIKUM AKUSTIK

## Thema „Richtcharakteristik“



### **Kurzfassung:**

In einer reflexionsarmen Umgebung wird die Richtwirkung von Lautsprecherzeilen untersucht. Anhand verschiedener Anordnungen von mehreren Schallsendern soll die akustische Bündelung eines solchen akustischen Frontends optimiert werden.

Arbeitsraum: BAR O56 - Schallreflexionsarmer Raum

Betreuer: Dr.-Ing. S. Merchel

Kontakt: [sebastian.merchel@tu-dresden.de](mailto:sebastian.merchel@tu-dresden.de), BAR 59, (0351) 463 39890

# 1 EINLEITUNG

Für viele Aufgaben der Beschallungstechnik (z.B. bei Open-Air Konzerten, in Kirchen oder anderen großen Räumen – siehe Abbildung 1 und 2) muss die Schallenergie bevorzugt in bestimmte Richtungen abgestrahlt werden. Das dient einerseits der Erhöhung der Reichweite bzw. zur Realisierung einer geringeren Leistung der Schallquelle, andererseits zur Herabsetzung der Rückkopplungsgefahr. Für einen solchen Anwendungszweck eignet sich eine sogenannte Schallzeile oder Tonsäule. Sie besteht aus mehreren, in Linie angeordneten, gleichartigen Lautsprechern. Diese werden in der Regel übereinander positioniert und gleichphasig betrieben.

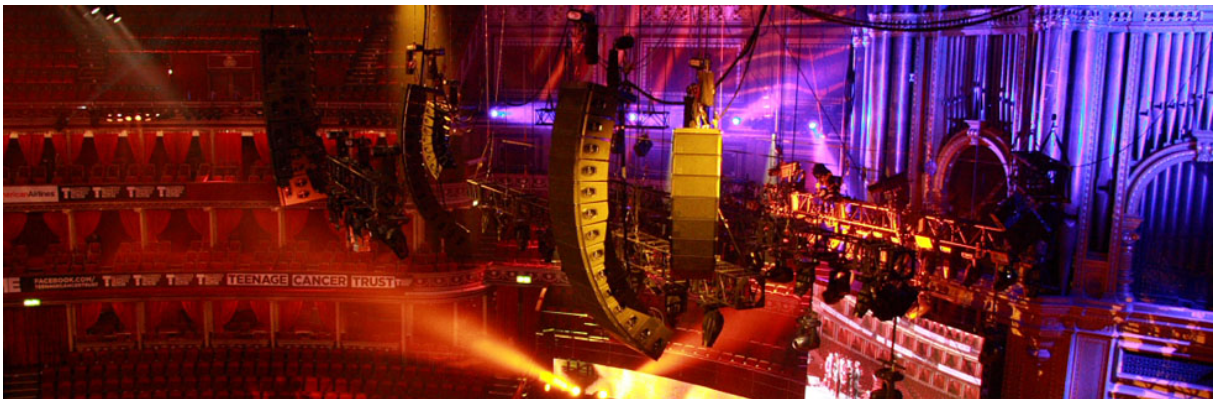


Abbildung 1 Lautsprecher-Arrays zur gerichteten Beschallung bei einem Konzert



Abbildung 2 Unauffällige Schallzeile zur Verbesserung der Sprachverständlichkeit in einer Kirche

## 2 THEORIE

Der Gesamtschalldruck in einem beliebigen Aufpunkt ergibt sich aus der Summation der Schalldrücke der einzelnen Lautsprecher unter Berücksichtigung der Phasenlage (unterschiedliche Laufwege zwischen Lautsprecher und Aufpunkt). Diese Überlagerung von zwei oder mehr Wellen nach dem Superpositionsprinzip nennt man Interferenz. In der Ebene senkrecht zur Schallzeile addieren sich die Schalldrücke der einzelnen Lautsprecher. In den Bereichen oberhalb und unterhalb dieser Ebene kommt es zu destruktiven Überlagerungen aufgrund der Laufzeitdifferenzen zwischen den einzelnen Schallquellen. Dieses Wirkprinzip ist in Abbildung 3 dargestellt. Es wird vorerst davon ausgegangen, dass der Hörer sich in sehr großer Entfernung von der Lautsprecherzeile befindet, so dass die Schallstrahlen zum jeweiligen Aufpunkt als parallel angenommen werden können.

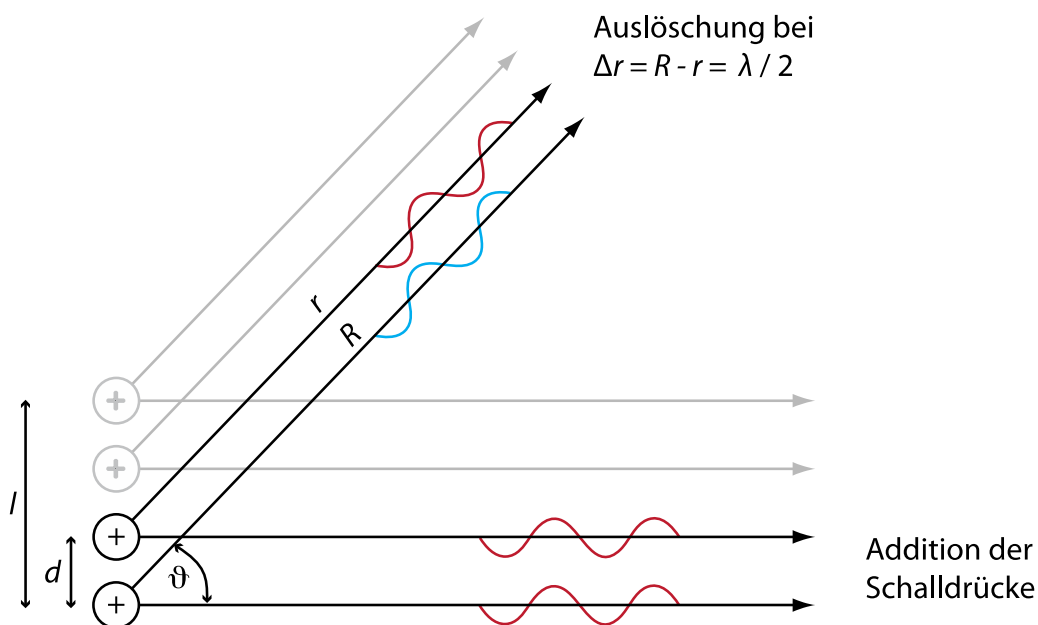


Abbildung 3 Wirkprinzip der Lautsprecherzeile

Der winkelabhängige Schalldruck  $\tilde{p}(\vartheta)$  kann nun auf den maximalen Schalldruck  $\tilde{p}(\vartheta = 0^\circ)$  bezogen werden. Der damit entstehende Richtungskfaktor der Lautsprecherzeile beträgt

$$\Gamma(\vartheta) = \frac{\tilde{p}(\vartheta)}{\tilde{p}(\vartheta = 0^\circ)} = \frac{\sin \left[ n \frac{kd}{2} \sin \vartheta \right]}{n \cdot \sin \left[ \frac{kd}{2} \sin \vartheta \right]} \quad \text{Richtungsfaktor}$$

- $n$  Zahl der Einzellautsprecher
- $d$  Abstand der Lautsprecher voneinander
- $\vartheta$  Abstrahlwinkel zum Aufpunkt, bezogen auf die Normalenrichtung der Zeile
- $k$  Wellenzahl (proportional zur Frequenz  $f$ , indirekt proportional zur Wellenlänge  $\lambda$ )

Berücksichtigt man die Definition der Wellenzahl

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{Wellenzahl}$$

so wird deutlich das die Richtwirkung stark von der Frequenz abhängig ist. Zusätzlich beeinflussen der Lautsprecherabstand und Anzahl der Lautsprecher (und damit auch die Gesamtlänge der Zeile  $l$ ) den Richtungsfaktor.

Der Richtungsfaktor kann auch logarithmisch dargestellt werden und ergibt das Richtungsmaß

$$D = 20 \lg \Gamma \text{ dB} \quad \text{Richtungsmaß}$$

Die Formel für den Richtungsfaktor lässt sich aus der Schallfeldüberlagerung vieler kohärenter ungerichteter Teilquellen herleiten, welche entlang einer Achse aufgereiht sind. Eine ausführliche mathematische Einführung in das Thema findet der interessierte Leser im Lehrbuch Technische Akustik [Möser, 2012, Kapitel 3.5]. Ebenfalls interessant ist die mathematische Analogie des Richtungsfaktors zum Spektrum welches sich durch die Fourier-Transformation ergibt [Blauert und Xiang, 2008, Kapitel 9.4 und 9.5]. Der Schwerpunkt des vorliegenden Themas soll jedoch auf dem qualitativen Verständnis der Funktionsweise und der Eigenschaften von Lautsprecherzeilen liegen.

### 3 DARSTELLUNG DER RICHTCHARAKTERISTIK

Das räumliche Abstrahlverhalten von Lautsprecherzeilen kann auf unterschiedliche Weisen grafisch veranschaulicht werden. Die traditionelle Darstellung in Form von **Polardiagrammen**, stellt das Richtungsmaß  $D$  in Abhängigkeit des Winkels dar – allerdings nur für einen begrenzten Frequenzbereich. Mehr Informationen lassen sich in anderen Darstellungsformen besser veranschaulichen. So kann z.B. mit Hilfe von **Isobarenkurven** die Abstrahlcharakteristik für alle Frequenzen auf einmal illustriert werden. Interessiert die dreidimensionale Richtcharakteristik, sind **Balloon-Plots** hilfreich.

Eine zusammenfassende Übersicht unterschiedlicher Darstellungsformen findet man im Handbuch der Audiotechnik [Weinzierl, 2008, Kapitel 8.4.8]. Hier finden sich auch praktische Messbeispiele realer Lautsprecher-Arrays [Weinzierl, 2008, Kapitel 8.2.3].

## 4 SIMULATION

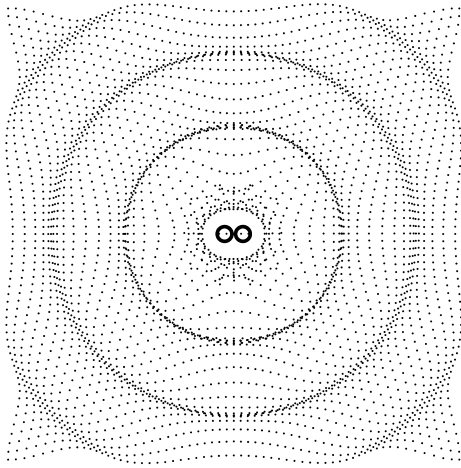
Bevor Polardiagramme und Isobarenkurven im experimentellen Aufbau zu untersuchen sind, soll hier beispielhaft die Überlagerung der Schallfelder von zwei idealisierten Punktschallquellen diskutiert werden. Dazu wird die Teilchenbewegung in der Umgebung der Schallquellen simuliert. Anschließend werden Schalldruck  $p$  und Schalldruckpegel  $L$  dargestellt. Ein entsprechendes Matlabskript findet sich im Ordner *Simulation Teil 1*. Einige Beispiele der damit erzeugbaren Richtcharakteristika werden in Abbildung 4 bis 6 für unterschiedliche Verhältnisse aus Lautsprecherabstand  $d$  und Wellenlänge  $\lambda$  gezeigt. Dargestellt ist ein Ausschnitt des Schallfeldes in der Draufsicht. Die Kantenlänge des Ausschnitts entspricht etwa der sechsfachen Wellenlänge.

Für tiefe Töne  $d \ll \lambda$  (z.B.  $d = \lambda/4$ ) entsteht eine fast ungerichtete Schallabstrahlung. Lediglich auf der Lautsprecherachse bei  $\vartheta \approx \pm 90^\circ$  werden die Luftteilchen etwas schwächer ausgelenkt (Abbildung 4). Damit reduziert sich in diesem Bereich der Schalldruck (Abbildung 5) und es ist eine leichte Absenkung des Schalldruckpegels von wenigen dB zu erkennen (Abbildung 6). Dies wird etwas deutlicher sichtbar, wenn man die zwei Quellen auf einem festen Radius umfährt und dabei den Schalldruckpegel über dem Winkel abträgt. Solch eine Polardarstellung ist in Abbildung 7 gewählt. Für  $d = \lambda/4$  ist eine leichte Einschnürung des Schalldruckpegels im Bereich der Lautsprecherachse zu erkennen. Die Richtwirkung ist jedoch für praktische Anwendungen zu gering.

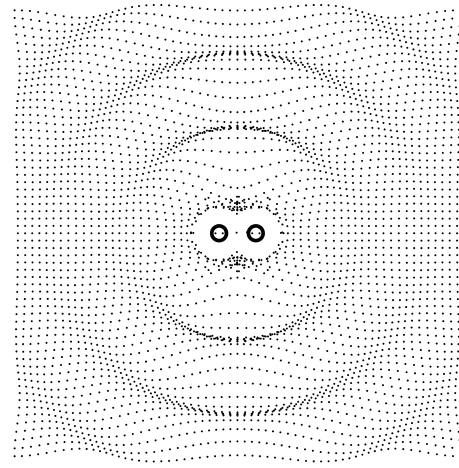
Wird die Frequenz langsam erhöht ( $d = \lambda/2$ ) ist die Ausbildung einer Vorzugsrichtung für  $\vartheta \approx 0^\circ$  erkennbar. Auf der Lautsprecherachse kommt es zur nahezu vollständigen Auslöschung der Schalldrücke, da sich die Wellen in dieser Richtung gegenphasig überlagern.

Bei einer „mittleren“ Frequenz (für  $d = \lambda = 0,1$  m wäre die Frequenz  $f = 3430$  Hz) zeigt die Charakteristik eine deutliches Hauptmaxima (eine Hauptkeule) nach vorne. Dieses ist schmaler als die Hauptkeule für  $d = \lambda/2$ . Zusätzlich sind zwei weitere seitliche Hauptmaxima erkennbar. Die Schallwellen überlagern sich also phasengleich in mehreren Richtungen. Da in der Simulation von ungerichteten Lautsprechern (Monopolen) ausgegangen wird, ist der Pegel des Hauptmaxima gleich dem Pegel der seitlichen Hauptmaxima.

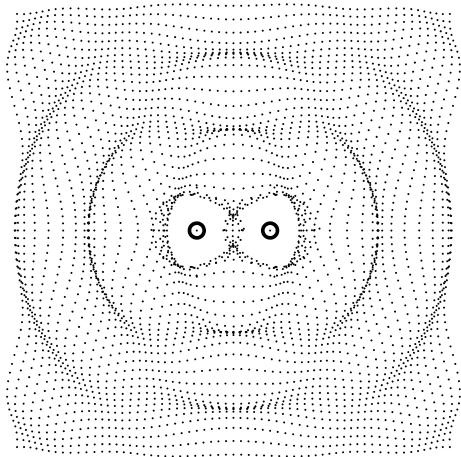
Bei „hohen“ Frequenzen (für  $d = 2\lambda = 0,1$  m wäre die Frequenz  $f = 6860$  Hz) zeigt die Hauptkeule eine recht scharfe Bündelung nach vorn. Allerdings treten deutliche seitliche Hauptmaxima mit hohem Pegel auf. Die Bündelung der Lautsprecheranordnung kann daher in diesem Bereich nicht sinnvoll eingesetzt werden.



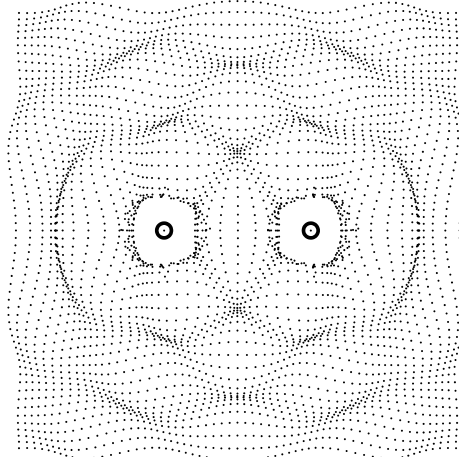
$$d = \lambda/4$$



$$d = \lambda/2$$

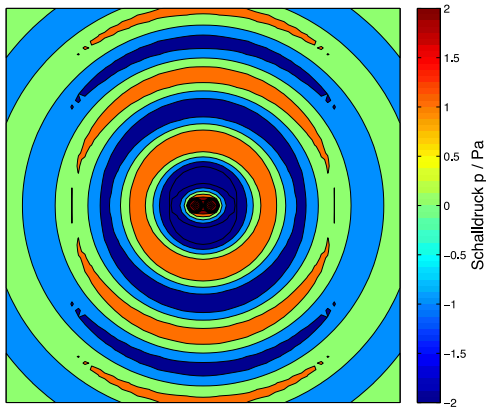


$$d = \lambda$$

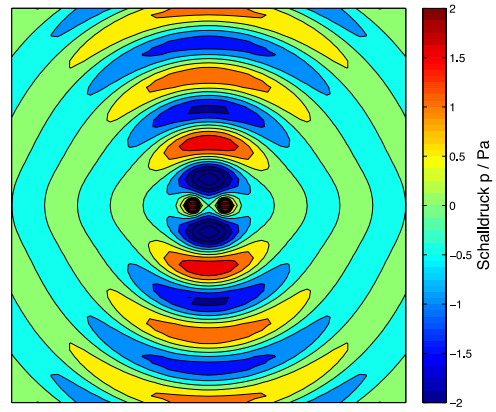


$$d = 2\lambda$$

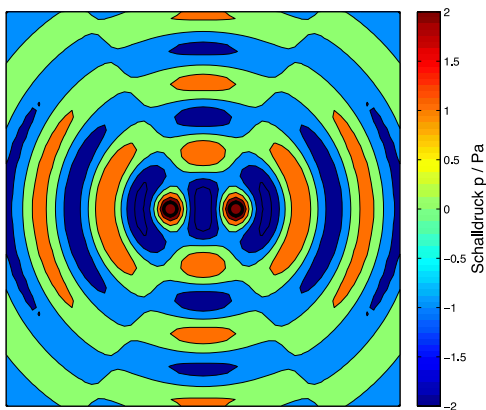
Abbildung 4 Schnappschuss der Teilchenauslenkung bei zwei gleich großen Quellen  
Anstelle der Frequenz wird das Verhältnis zwischen Lautsprecherabstand und Wellenlänge  
angegeben.



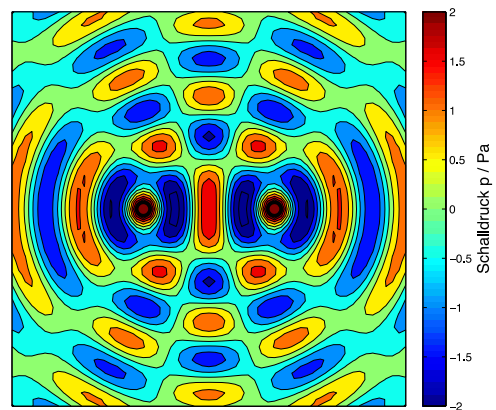
$$d = \lambda/4$$



$$d = \lambda/2$$

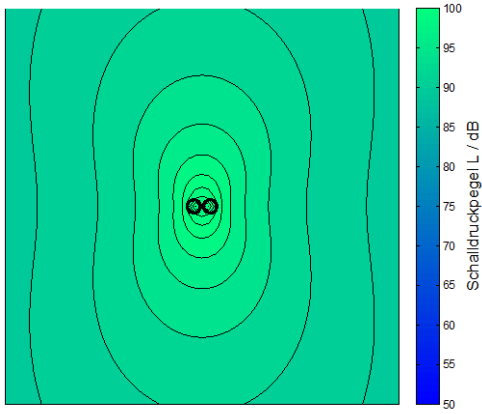


$$d = \lambda$$

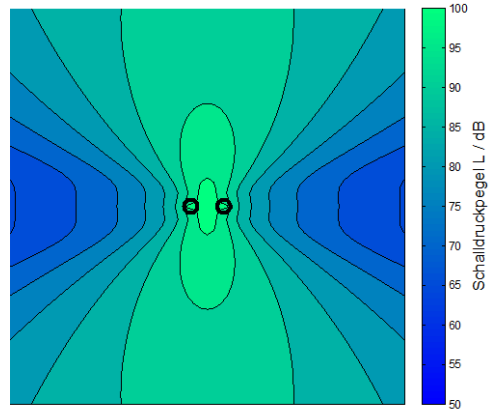


$$d = 2\lambda$$

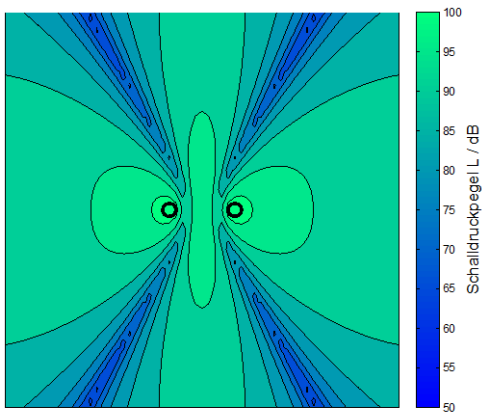
Abbildung 5 Schnappschuss des Schallfelds bei zwei gleich großen Quellen



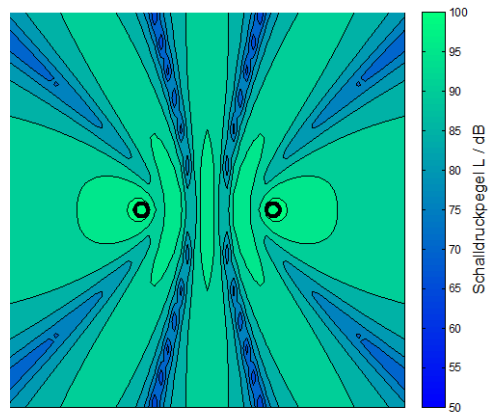
$$d = \lambda/4$$



$$d = \lambda/2$$

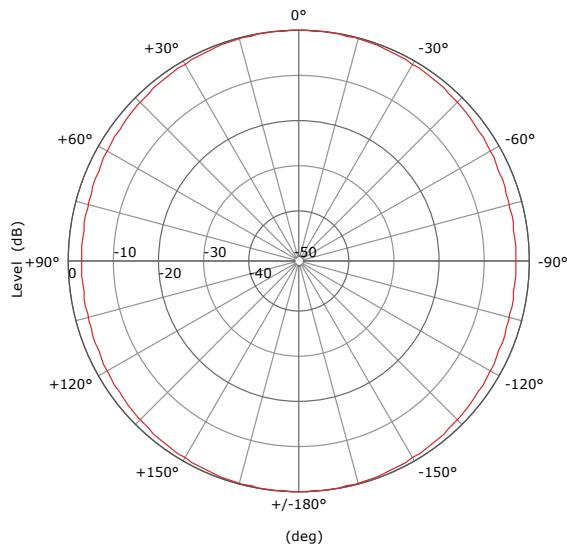


$$d = \lambda$$

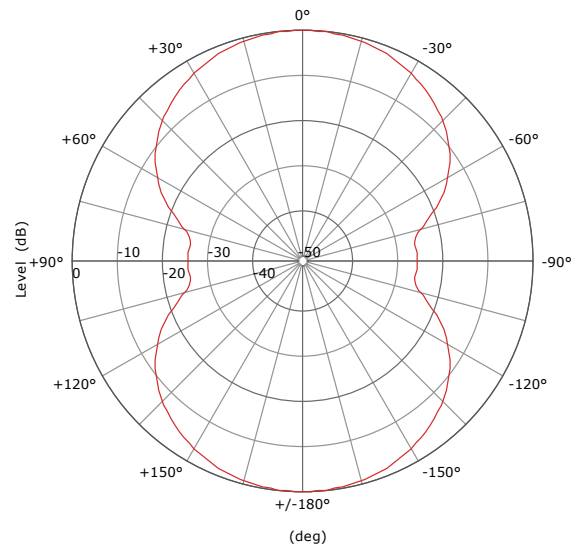


$$d = 2\lambda$$

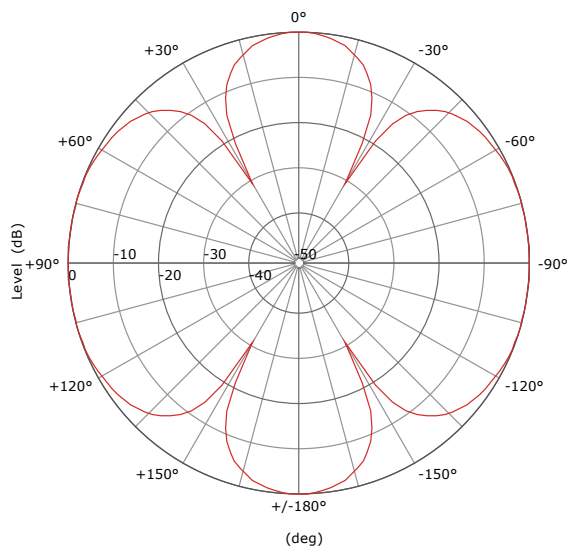
Abbildung 6 Schalldruckpegelverteilung bei zwei gleich großen Quellen



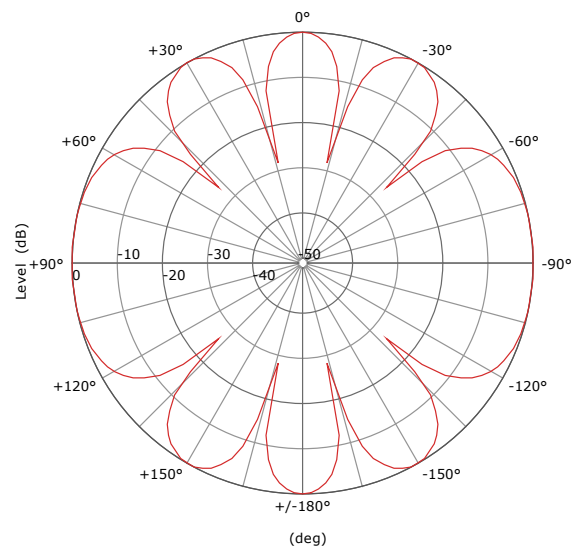
$$d = \lambda/4$$



$$d = \lambda/2$$



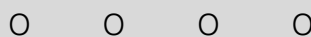
$$d = \lambda$$



$$d = 2\lambda$$

Abbildung 7 Polardiagramme bei zwei gleich großen Quellen. Dargestellt ist der Schalldruckpegel auf einem Kreis mit dem Radius  $R=10$  m in der Bündelungsebene der Zeile über dem Winkel  $\vartheta$  (siehe Abbildung 3).

**HINWEIS:** Über den Isobarendiagrammen auf den folgenden Seiten ist die jeweils simulierte Lautsprecheranordnung dargestellt. Jeder Lautsprecher wird dabei durch einen Kreis O symbolisiert - da in der Simulation vereinfachend von Monopolen ausgegangen wird. Der Winkel  $\vartheta = 0^\circ$  entspricht der Normalenrichtung der Zeile. Eine kurze Zeile aus vier Lautsprechern würde beispielsweise so skizziert:



$$O \leftarrow d = 10 \text{ cm} \rightarrow O$$

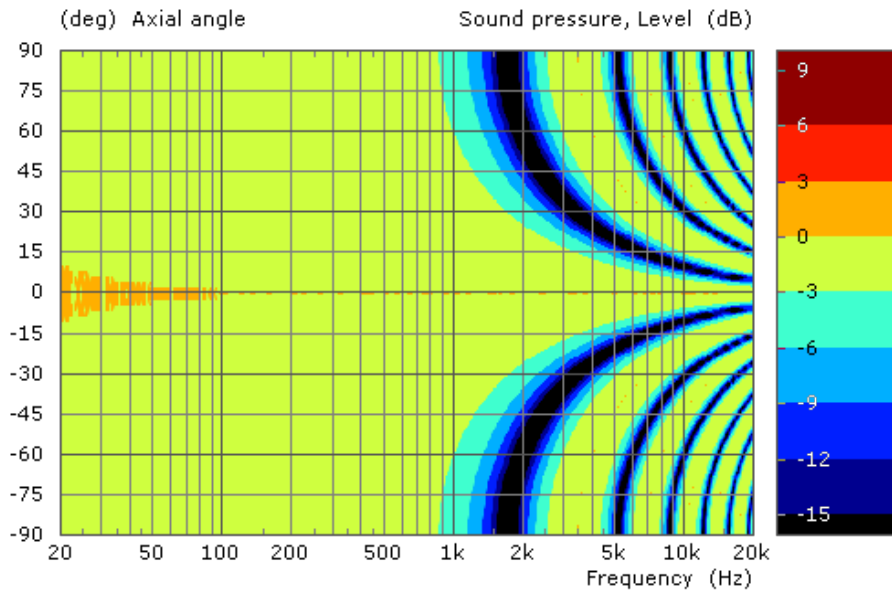


Abbildung 8 Isobarendiagramm für **zwei** gleich großen Quellen mit einem Abstand von  $d = l = 10 \text{ cm}$ . Dargestellt ist der Schalldruckpegel (farbig codiert) im Abstand von  $R=10 \text{ m}$  über dem Winkel  $\vartheta$  (siehe Abbildung 3) und der Frequenz  $f$ . Zwischen den **grünen Hauptmaxima** sind **schwarze Auslöschungsbereiche** erkennbar.

$$O \quad O$$

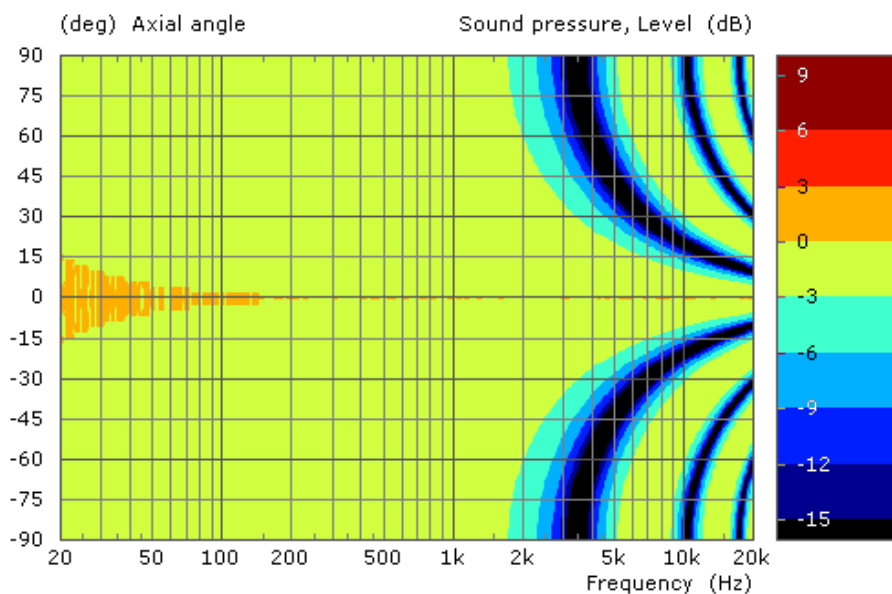


Abbildung 9 Isobarendiagramm für **zwei** gleich großen Quellen mit einem Abstand von  $d = l = 5 \text{ cm}$ . Werden nur zwei Quellen verwendet, sind Lautsprecherabstand  $d$  und Länge der Zeile  $l$  identisch. Bei mehr als zwei Quellen können diese Einflussgrößen getrennt untersucht werden.

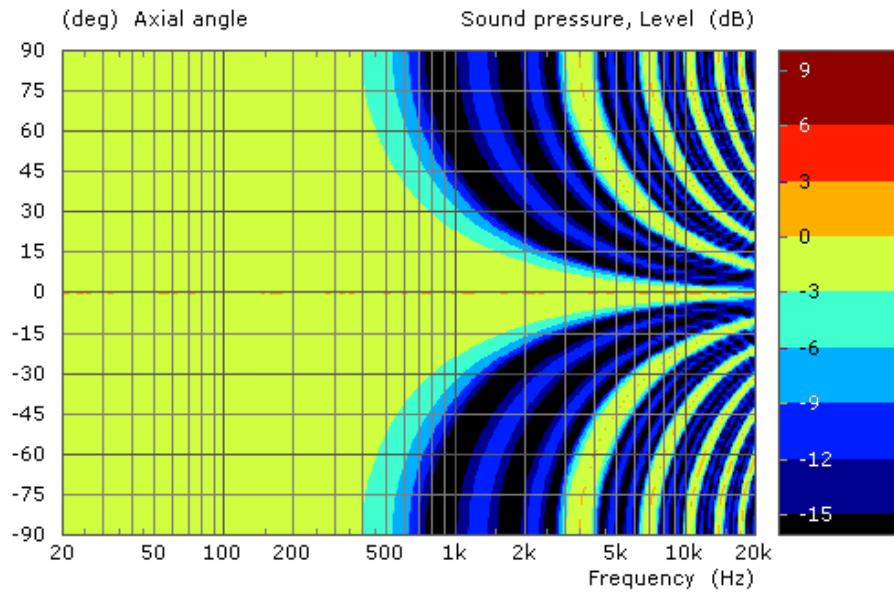


Abbildung 10 Isobarendiagramm für **vier** gleiche Quellen mit einem Abstand  $d = 10 \text{ cm}$  ( $l = 30 \text{ cm}$ )  
Zwischen den **grünen Hauptmaxima** sind zwei **blaue Nebenmaxima** mit geringerem Pegel erkennbar.

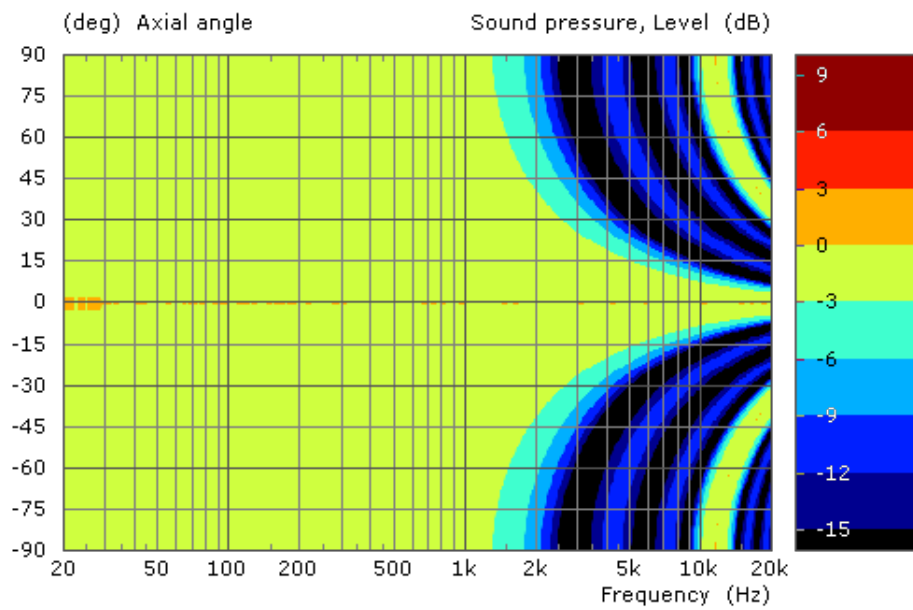


Abbildung 11 Isobarendiagramm für **vier** gleiche Quellen mit einem Abstand  $d = 3 \text{ cm}$  ( $l = 9 \text{ cm}$ )

O O O O O O O O O O O

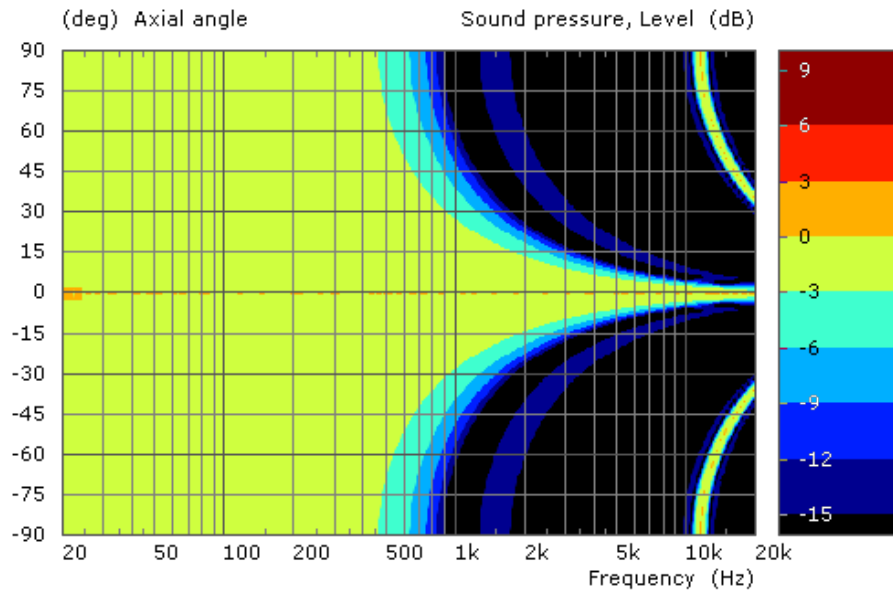


Abbildung 12 Isobarendiagramm für **elf** gleiche Quellen mit einem Abstand  $d = 3 \text{ cm}$  ( $l = 30 \text{ cm}$ )

O O O O

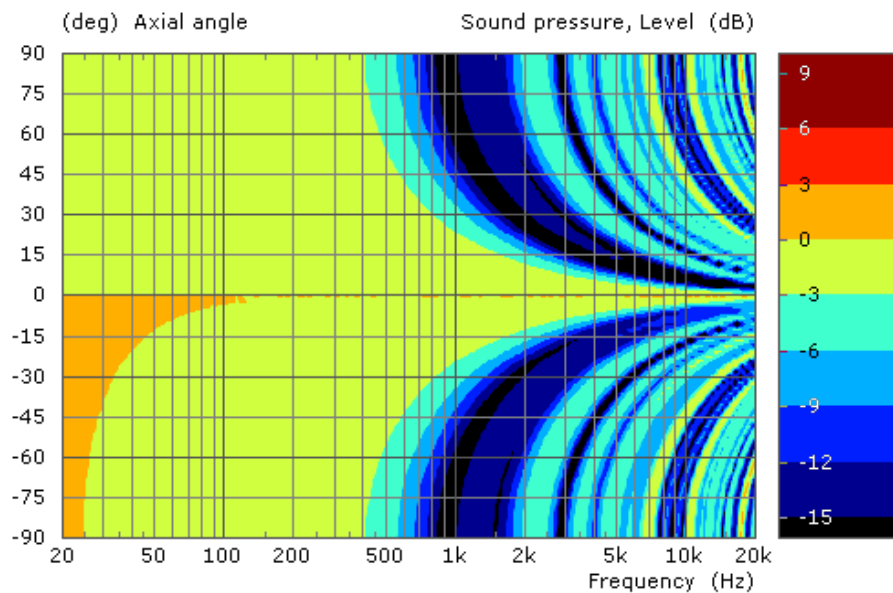


Abbildung 13 Isobarendiagramm für **vier** gleiche Quellen mit den Abständen  $d_1 = 10 \text{ cm}$ ,  $d_2 = 6 \text{ cm}$ ,  $d_3 = 14 \text{ cm}$  ( $l = 30 \text{ cm}$ )

Die erste seitliche Hauptkeule oberhalb von  $3 \text{ kHz}$  in Abbildung 10 ist hier durch die leichte Verschiebung von einem der vier Lautsprecher verschwunden. Allerdings hat sich der Pegel anderer Nebenkeulen erhöht.

## 5 ZUM VORDENKEN

Im Ordner *Simulation Teil 1* finden sie MATLAB-Skripte mit denen sie das Schallfeld wie in Abbildung 4 bis 6 simulieren können. Dazu verändern sie bitte den Parameter *abstand* im Skript *Start\_Simulation\_Schallfeld\_\*\*\*.m* und führen dieses aus. Abbildung 7 und 8 können mit Hilfe des Skriptes *Start\_Simulation\_Richtcharakteristik.m* im Ordner *Simulation Teil 2* erstellt werden. Hier sind die absoluten Positionen beliebig vieler Quellen auf einer Achse anzugeben. Die Ergebnisse werden als \*.dat gespeichert. Dieses Datenformat kann mit dem kostenlosen Programm **VacsViewer** unter Windows geöffnet werden. Neben der VacsViewer.exe finden sie auch Hinweise zur Bedienung und Formatierung im Ordner *Simulation Teil 2*. Es können Isobarendiagramme (Contour), Polardiagramme für verschiedene Frequenzen (Y Graph) und Schalldruckpegelspektren unter verschiedenen Winkeln (X Graph) dargestellt werden.

1. Markieren sie in den Isobarendiagrammen in Abbildung 8 und 9 jeweils die vier Fälle:  
 $d = \lambda/4$ ,  $d = \lambda/2$ ,  $d = \lambda$  und  $d = 2\lambda$ .
2. Simulieren sie die Richtwirkung (Schallfeld, Polardiagramm und Isobarendiagramm) von zwei Quellen mit dem Abstand  $d = 1,5\lambda$  und diskutieren sie die Ergebnisse. Warum tritt bei dieser Frequenz *keine* Schallausbreitung in Richtung  $\vartheta = 90^\circ$  auf?
3. Simulieren sie die Richtwirkung für drei äquidistante gleichphasige Quellen.
4. Das vorrangige Ziel einer Lautsprecherzeile ist die möglichst gerichtete Abstrahlung von Schall. In der Simulation erkennen sie, dass bei tiefen Frequenzen die Richtwirkung der Zeile leider meist gering ist. Wodurch kann bei tiefen Frequenzen die Bündelungswirkung erhöht werden?
5. Im oberen Frequenzbereich kann die Lautsprecherzeile nur sinnvoll bis zum Auftreten der ersten seitlichen Hauptmaxima verwendet werden. Beispiel: Das erste seitliche Hauptmaxima in Abbildung 10 ist unter  $90^\circ$  bei etwa 3,5 kHz erkennbar. Wie lässt sich diese Frequenz möglichst weit erhöhen?
6. In der Praxis werden die Lautsprecher einer Zeile oft nicht äquidistant angeordnet. Warum?
7. Warum hat die erste Nebenkeule (Nebenmaxima) bei mehr als zwei gleichphasigen Quellen einen niedrigeren Pegel als die Hauptkeule (Hauptmaxima)? Nebenmaxima (blau) und Hauptmaxima (grün) sind in Abbildung 10 gut erkennbar.
8. Was lässt sich über die Breite der Hauptkeule (Hauptmaxima um  $0^\circ$ ) in Abhängigkeit der Frequenz aussagen? Welche Auswirkung hat das in der Praxis? Wie könnte dieser Nachteil beseitigt oder in Grenzen gehalten werden?

9. Simulieren sie Isobarendiagramme für eine längere Zeile (z.B.  $l = 1,5 \text{ m}$ ) mit 8 Lautsprechern unter verschiedenen Beobachtungsradien. Warum unterscheiden sich die Diagramme wenn unterschiedliche Beobachtungsradien (z.B. 2 m und 10 m) gewählt werden?
10. Bei längeren Zeilen (z.B.  $l = 1,5 \text{ m}$ ) tritt in endlicher Abhörentfernung (z.B.  $< 10 \text{ m}$ ) auf der Hauptabstrahlachse eine Höhenabschwächung auf (siehe Vacs: X Graph unter  $0^\circ$ ). Erklären sie diesen Effekt? Wodurch kann er vermieden werden?
11. In der Realität tritt für große Entfernungen von der Schallquelle ebenfalls eine Höhenabschwächung auf. Dieser Effekt hat nichts mit der Schallzeile zu tun. Womit dann? (Hinweis: <http://www.sengpielaudio.com/Rechner-luft.htm>)
12. Manchmal ist es nicht möglich, die Lautsprecherzeilen optimal vor dem Auditorium anzuordnen. Daher ist es sinnvoll die Hauptabstrahlrichtung der Zeile schwenken zu können. Haben sie eine Idee wie man so etwas geschickt implementieren könnte?
13. In der Praxis weisen die einzelnen Teilstrahler selbst eine frequenzabhängige Richtwirkung auf. Was bedeutet dies für die Richtwirkung der Schallzeile in der Bündelungsebene und in der Streuebene?
14. Wie lassen sich die bisherigen Überlegungen zur Richtwirkung von Lautsprecherzeilen auf Mikrofonzeilen übertragen?

## 6 MESSUNG

Ihr Ziel ist es, eine möglichst ideale Lautsprecherzeile für den praktischen Einsatz (beispielsweise in einer Kirche) zu entwerfen.

Im Ordner *Messung Richtcharakteristik* auf dem Versuchsrechner finden sie das MATLAB-Skript *Start\_Messung\_Richtcharakteristik.m*. Mit dessen Hilfe können aus einer kontinuierlichen Drehmessung Richtcharakteristikdaten extrahiert werden. Die Ergebnisse werden als \*.dat gespeichert und können in VACS geöffnet werden.

Messen sie die Richtwirkung unterschiedlicher selbstgewählter Lautsprecheranordnungen und vergleichen sie ihre Ergebnisse mit der Simulation. Variieren sie dabei systematisch die Zeilenlänge  $l$ , den Lautsprecherabstand  $d$  und die generelle Anordnung der Lautsprecher (äquidistant, ...). Bestimmen sie auch die Richtcharakteristik eines einzelnen Lautsprechers.

Diskutieren sie ihre Ergebnisse mit Hilfe von Isobarendiagrammen und Polarplots bei ausgewählten Frequenzen. Entscheiden sie sich für eine praktisch implementierbare Variante und begründen sie ihre Wahl.

## 7 LITERATUR

[Ahnert und Steffen, 1993]

Ahnert, Wolfgang; Steffen, Frank: Beschallungstechnik: Grundlagen und Praxis, Stuttgart, Hirzel, 1993

[Blauert und Xiang, 2008]

Blauert, Jens; Xiang, Ning: Acoustics for Engineers, Berlin, Springer, 2008

[Kuttruff, 2004]

Kuttruff, Heinrich: Akustik: Eine Einführung, Stuttgart, Hirzel, 2004

[Möser, 2012]

Möser, Michael: Technische Akustik, Berlin, Springer, 2012

[Weinzierl, 2008]

Weinzierl, Stefan: Handbuch der Audiotechnik, Berlin, Springer, 2008